

**Elena Chirilă**

**METODE AVANSATE DE MASURARE  
COMANDA SI AUTOMATIZARE**

NOTE DE CURS

# 1. NOTIUNI DE TEORIA AUTOMATIZARII

## 1.1. Elemente tip ale sistemelor de reglare automata

Relațiile matematice care exprimă fenomenele fizice (energetice, cinematice etc.) dintr-un element de automatizare sau dintr-un proces tehnologic constituie ecuația elementului sau procesului respectiv.

Pe baza ecuațiilor elementelor sistemului automat rezultă concluzii referitoare la alegerea sau stabilirea dispozitivului de automatizare precum și cu privire la performanțele acestuia.

Din punctul de vedere al tipului de model matematic (ecuație funcțională), deci, în funcție de modul de comportare în regim tranzitoriu, elementele componente ale unui sistem de reglare automată, indiferent de locul și rolul lor în schema funcțională a sistemului și indiferent de natura lor fizică pot fi câteva tipuri de bază denumite elemente tip. În continuare sunt prezentate elementele tip ale sistemelor de reglare automată cu ecuațiile și funcțiile de transfer caracteristice:

- *Element proporțional*. Este un element teoretic fără inerție (fără întârziere) caracterizat prin:

- ecuația funcțională de tipul:

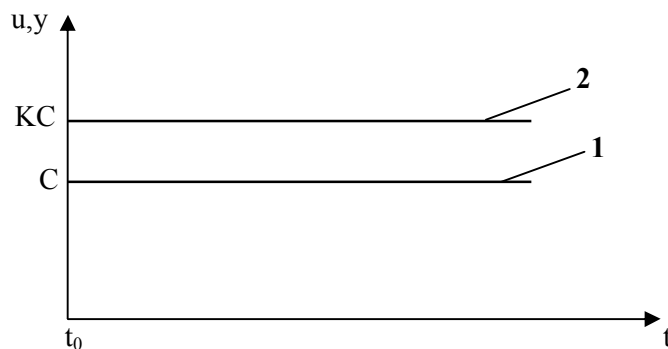
$$y = Ku , \quad (1.1)$$

unde  $K$  – factor de amplificare sau factor de proporționalitate;

- răspunsul indicial de tipul:

$$y = KC , \quad (1.2)$$

unde  $C$  – constantă de reprezentare grafică prezentată în fig. 1.1



**Fig. 1.1** Răspunsul indicial al unui element proporțional

1 – variația treaptă a mărimii de intrare,  $u = C$ ;

2 – variația treaptă a mărimii de ieșire,  $y = KC$ .

O variație treaptă a mărimii de intrare  $u(t)$  duce instantaneu la variația treaptă a mărimii de ieșire  $y(t)$ ;

- funcția de transfer de tipul:

$$H_p(s) = K, \quad (1.3)$$

Din categoria acestor tipuri de elemente fac parte amplificatoarele, traductoarele și elementele mecanice fără inerție.

• *Element de întârziere de ordinul I.* Este un element a cărui comportare este descrisă de o ecuație diferențială liniară de ordinul întâi. Se caracterizează prin:

- ecuația funcțională de tipul:

$$a_0 \frac{dy}{dt} + a_1 y = b_1 u, \quad (1.4)$$

Împărțind relația 1.4 la  $a_1$  se obține o altă formă, la fel de uzuală și echivalentă cu cea din relația (1.4):

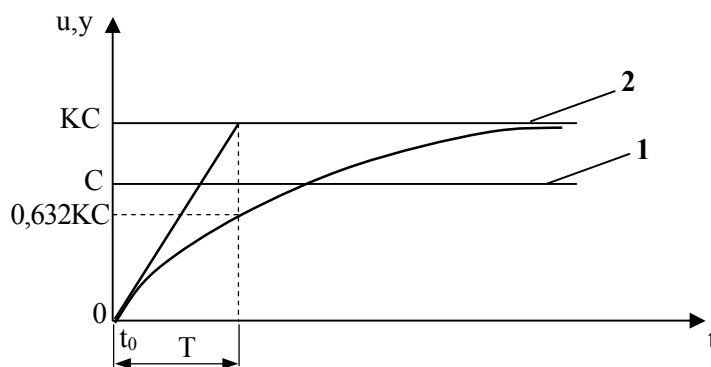
$$T \frac{dy}{dt} + y = Ku, \quad (1.5)$$

unde:  $T = \frac{a_0}{a_1}$  - constanta de timp;  $K = \frac{b_1}{a_1}$  - factorul de amplificare;

- răspunsul indicial de tipul:

$$y = KC \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right], \quad (1.6)$$

de reprezentare grafică arătată în fig. 1.2



**Fig. 1.2** Răspunsul indicial al unui element de ordinul I

1 – variația treaptă a mărimii de intrare,  $u = C$ ; 2 – variația mărimii de ieșire

\* Dacă, în caz particular, în expresia (1.6)  $t = T$ , ecuația devine:

$$y = k \cdot C \cdot [1 - e^{-1}] \approx 0,623 \cdot k \cdot C, \quad (1.7)$$

Analizând relația (1.7) se poate spune deci că, constanta de timp  $T$  este timpul după care răspunsul elementului în regim tranzitoriu ajunge la 63,2% din valoarea sa în regim staționar.

\* Dacă, în caz particular, în expresia (1.6),  $t = 3T$  și  $t = 4T$ , rezultă respectiv răspunsurile indiciale:

$$y = K \cdot C \cdot (1 - e^{-3}) \approx 0,95 \cdot K \cdot C, \quad (1.8)$$

și

$$y = K \cdot C \cdot (1 - e^{-4}) \approx 0,98 \cdot K \cdot C, \quad (1.9)$$

Analizând ecuațiile scrise rezultă relațiile dintre timpul de răspuns  $t_t$  și constanta de timp  $T$ :

$$t_{t5\%} = 3T \text{ și } t_{t2\%} = 4T ;$$

- funcția de transfer de forma:

$$H_I(s) = \frac{K}{1 + T \cdot s}, \quad (1.10)$$

Din categoria acestor elemente tip fac parte termocuplurile, circuitele RC sau LC care funcționează în gol și generatoarele de c.c.

• *Element de întârziere de ordinul II.* Este un element a cărui comportare este descrisă de o ecuație diferențială de ordinul doi. Se caracterizează prin:

- ecuația funcțională de forma:

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 \cdot y = b_1 \cdot u, \quad (1.11)$$

cu forma echivalentă uzuală:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 \cdot y = \omega_n^2 \cdot K \cdot u, \quad (1.12)$$

unde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_n = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}} \text{ - pulsația naturală} \\ \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} \text{ - factorul de amortizare} \\ K = \frac{b_1}{a_2} \text{ - factorul de amplificare} \end{array} \right.$$

- răspunsuri indiciale de forma:

$$* y = K \cdot C \cdot [1 + K_1 \cdot \exp(K_2 \cdot t) + K_3 \cdot \exp(K_4 \cdot t)], \quad (1.13)$$

unde:  $K_{1,3} = \frac{\pm \xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}}$  și  $K_{2,4} = -\omega_n \cdot (\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})$ .

Ecuția (1.13) descrie un răspuns aperiodic (supraamortizat), valabil pentru valori supraunitare ale factorului de amortizare ( $\xi > 1$ ).

În acest caz, ecuația caracteristică (1.13) are rădăcini reale, negative și distincte.

$$* y = K \cdot C \cdot [1 - (1 + \omega_n \cdot t) \cdot \exp(-\omega_n \cdot t)], \quad (1.14)$$

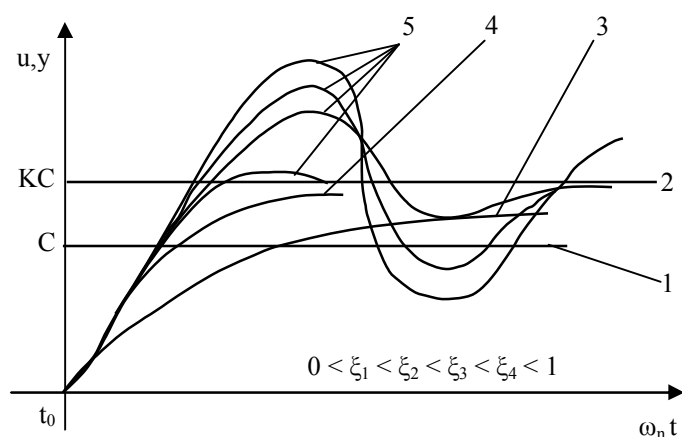
Ecuția (1.14) descrie un răspuns aperiodic critic (amortizat critic), de durată minimă, valabil pentru valori unitare ale factorului de amortizare ( $\xi = 1$ ). În acest caz, ecuația caracteristică (1.14) are rădăcini reale, negative și confundate.

$$* y = K \cdot C \cdot \left[ 1 - K_5 \cdot \exp(-\omega_n \xi t) \cdot \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t - \varphi) \right], \quad (1.15)$$

unde: 
$$\begin{cases} K_5 = \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \\ \varphi = \arccos \xi \end{cases}$$

Ecuția (1.15) descrie un răspuns oscilatoriu (subamortizat), valabil pentru  $0 < \xi < 1$ . În acest caz, ecuația caracteristică (1.15) are rădăcini complexe conjugate cu partea reală negativă.

Răspunsurile indiciale date de relațiile (1.13), (1.14) și (1.15) sunt prezentate grafic în fig. 1.3



**Fig. 1.3** Răspunsurile indiciale ale unui element de ordinul II:

- 1 – variația treaptă a mărimii de intrare; 2 – variația răspunsului în regim staționar; 3 – răspunsul aperiodic al elementului ( $\xi > 1$ ); 4 – răspunsul aperiodic critic ( $\xi = 1$ ); 5 – răspunsuri oscilatorii subamortizate ( $0 < \xi < 1$ )

Se observă că elementul de întârziere de ordinul doi are o familie de răspunsuri în funcție de valoarea factorului de amortizare  $\xi$ .

În cazul particular, când factorul de amortizare este nul ( $\xi = 0$ ), ecuația caracteristică are rădăcini imaginare, elementul este deci instabil, având un răspuns oscilatoriu neamortizat de forma:

$$y = K \cdot C \cdot (1 - \cos \omega_n t), \quad (1.16)$$

Pentru cele două răspunsuri aperiodice ale elementului de ordinul doi, ecuațiile (1.13) și (1.14), se pot defini constantele de timp ca fiind egale cu inversul rădăcinilor ecuației caracteristice cu semn schimbat. Astfel, pentru

răspunsul aperiodic critic ( $\xi = 1$ ), elementul are o singură constantă de timp:

$$T = \frac{1}{\omega_n}, \quad (1.17)$$

Rădăcinile ecuației caracteristice (1.14) fiind  $r_1 = r_2 = -\omega_n$ .

Pentru răspunsul aperiodic ( $\xi > 1$ ), rădăcinile ecuației caracteristice (1.13) sunt:

$$r_{1,2} = -\omega_n \left( \xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right)$$

și elementul are două constante de timp:

$$T_1 = -\frac{1}{r_1} = \frac{1}{\omega_n \left( \xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right)} \quad \text{și} \quad (1.18)$$

$$T_2 = -\frac{1}{r_2} = \frac{1}{\omega_n \left( \xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right)}$$

Utilizând relația (1.17), ecuația caracteristică (1.14), pentru  $\xi = 1$  se mai poate scrie, în formă echivalentă astfel:

$$y = K \cdot C \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t}{T} \right) \cdot \exp \left( -\frac{t}{T} \right) \right], \quad (1.19)$$

Utilizând expresiile (1.18), ecuația caracteristică (1.13), pentru  $\xi > 1$  se mai poate scrie în formă echivalentă astfel:

$$y = K \cdot C \cdot \left[ 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \exp \left( \frac{-t}{T_1} \right) + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot \exp \left( -\frac{t}{T_2} \right) \right], \quad (1.20)$$

Abaterea dinamică maximă  $\Delta_{\max}$  se determină cu relația:

$$\Delta_{\max} = K \cdot C \cdot \exp \left( \frac{-\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right), \quad (1.21)$$

Se observă că  $\Delta_{\max}$  scade cu creșterea valorii  $\xi$ ; în caz particular pentru  $\xi = 0$ ,  $\Delta_{\max} = 1$ , cazul răspunsului amortizat critic.

Timpul de răspuns,  $t_t$ , depinde de valorile  $\xi$  și  $\omega_n$  și este dat aproximativ de relația:

$$t_t \approx \frac{4}{\xi \cdot \omega_n}, \quad (1.22)$$

- funcția de transfer de forma:

$$H_{II}(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}, \quad (1.23)$$

Exemple de elemente de întârziere de ordinul II sunt circuitele RLC care funcționează în gol sau motoarele pneumatice cu membrană.

• *Element diferențial*. Poate fi element ideal - fără întârziere - (a) sau real - cu întârziere de ordinul I sau de ordinul II - (b).

(a) Elementul diferențial ideal are următoarele caracteristici:

- ecuația funcțională de tipul:

$$y = K \frac{du}{dt}, \quad (1.24)$$

unde  $K$  – factorul de amplificare.

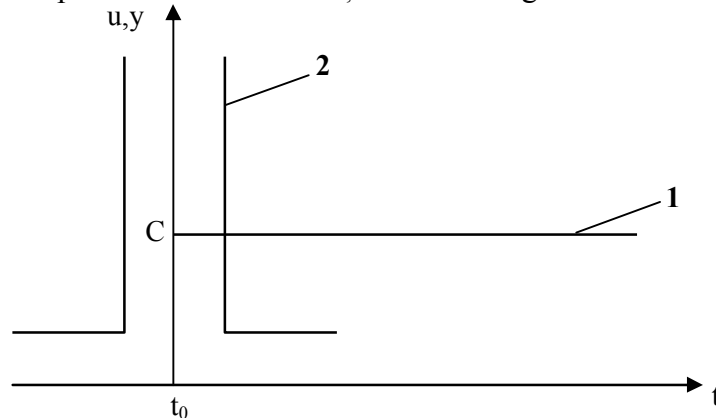
Se observă din relația (1.24) că mărimea de ieșire  $y$  variază proporțional și amplificată cu  $K$ , cu viteza de variație a mărimii de intrare;

- răspunsul indicial este o funcție de tip impuls a cărei reprezentare grafică este prezentată în fig. 1.28.

- funcția de transfer a acestui element este de tipul:

$$H_D(s) = K \cdot s \quad (1.25)$$

Un exemplu de element diferențial ideal este generatorul tahometric.



**Fig. 1.4** Răspunsul elementului diferențial ideal

1 – variația treaptă a mărimii de intrare; 2 – variația răspunsului

(b) Elementul diferențial cu întârziere de ordinul I sau de ordinul II are următoarele caracteristici:

- ecuații funcționale:

$$T \frac{dy}{dt} + y = K \frac{du}{dt}, \quad (1.26)$$

și, respectiv:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 \cdot y = \omega_n^2 \cdot K \frac{du}{dt}, \quad (1.27)$$

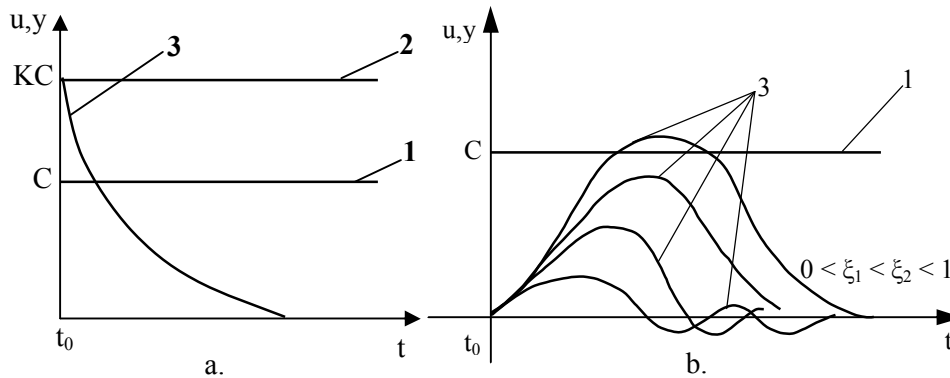
- răspunsurile indiciale reprezentate în fig. 1.5 a și b.

Analizând fig. 1.5 b, se observă pe curbele de răspuns influența calitativă a factorului de amortizare asupra performanțelor elementului.

Timpul de răspuns se apreciază cu aceeași relație ca și pentru elementul de ordinul II.

- funcțiile de transfer corespunzătoare au forma:

$$H_{D_I}(s) = \frac{K \cdot s}{1 + T \cdot s}, \quad (1.28)$$



**Fig. 1.5** Răspunsul indicial al elementului diferențial real: a - cu întârziere de ordinul I; b - cu întârziere de ordinul II. 1 – variația treaptă a mărimii de intrare; 2 – variația răspunsului în regim staționar; 3 – răspunsul indicial

și, respectiv:

$$H_{D_{II}}(s) = \frac{\omega_n^2 \cdot K \cdot s}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}, \quad (1.29)$$



• *Element integral*. În realitate este un element cu întârziere (b), deși teoretic, dacă constantele de timp sunt neglijabile, poate fi redus la un element ideal fără întârziere (a).

(a) Elementul integral ideal are următoarele caracteristici:

- ecuația funcțională de tipul:

$$y = K \int u dt, \quad (1.30)$$

unde:  $K$  – factorul de amplificare.

Derivând ecuația (1.30), se obține:

$$\frac{dy}{dt} = K \cdot u, \quad (1.31)$$

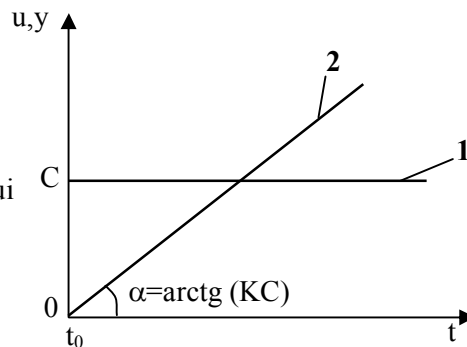
Pe baza relației (1.31) se poate spune deci că în cazul acestor elemente, mărimea de intrare este proporțională cu viteza de variație a mărimii de ieșire;

- răspunsul indicial este de forma:

$$y = K \cdot C \cdot t, \quad (1.32)$$

reprezentat grafic de o caracteristică de tip rampă, prezentată în fig. 1.6

**Fig. 1.6** Răspunsul indicial al elementului de tip integral ideal (2), la variația treaptă a mărimii de intrare (1)



- funcția de transfer este de forma:

$$H_i(s) = \frac{K}{s}, \quad (1.33)$$

Un exemplu de astfel de element este cazul motoarelor de c.c.

(b) Elementul integral real cu întârziere de ordinul I sau II este elementul ce prezintă următoarele caracteristici:

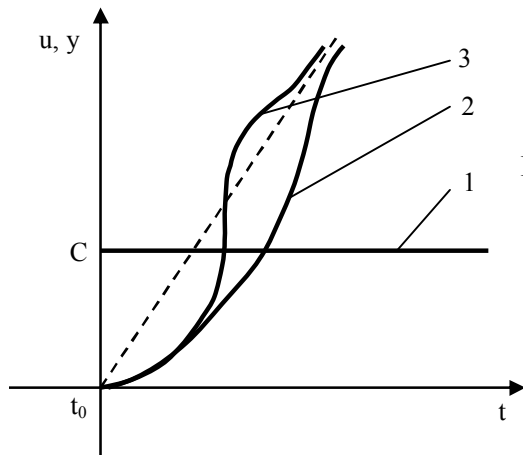
- ecuațiile funcționale de tipul:

$$T \frac{dy}{dt} + y = K \int u dt, \quad (1.34)$$

și respectiv:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 \cdot y = \omega_n^2 \cdot K \int u dt, \quad (1.35)$$

- răspunsurile indiciale corespunzătoare sunt prezentate în fig. 1.7
- 



**Fig. 1.7** Răspunsurile indiciale ale unui element integral real:  
 1 – variația treaptă a mărimii de intrare; 2 – întârziere de ordinul I; 3 – întârziere de ordinul II

- funcțiile de transfer corespunzătoare sunt de tipul:

$$H_i(s) = \frac{K}{s \cdot (1 + T \cdot s)}, \quad (1.36)$$

și respectiv:

$$H_{ii}(s) = \frac{\omega_n^2 \cdot K}{s \cdot (s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2)}, \quad (1.37)$$

Astfel de elemente sunt, de exemplu, motoarele de curent continuu cu comandă pe rotor, sau motoarele pneumatice cu piston, la care variația în timp a deplasării (viteza) este proporțională cu mărimea de comandă (presiune, tensiune).

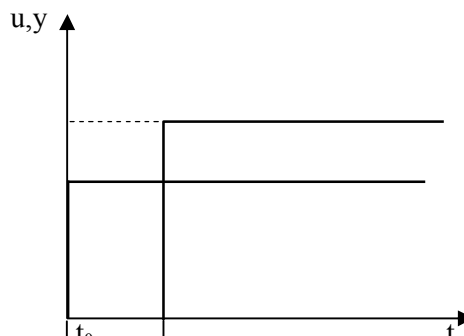
- *Element cu timp mort.* Este elementul tip ce prezintă următoarele caracteristici:

- ecuația funcțională de tipul:

$$y = K \cdot u \cdot (t - T_m), \quad t \geq T_m, \quad (1.38)$$

unde:  $K$  – factorul de amplificare;  $T_m$  – timpul mort,  $T_m > 0$ ;

- răspunsul indicial este prezentat în fig. 1.8



**Fig. 1.8** Răspunsul indicial al unui element cu timp mort

- funcția de transfer are forma:

$$H_M(s) = K \cdot \exp(-s \cdot T_m), \quad (1.39)$$

sau sub forma ei aproximativ echivalentă:

$$H_M(s) \approx \frac{1 - \frac{T_m}{2} \cdot s}{1 + \frac{T_m}{2} \cdot s}, \quad (1.40)$$

• *Element tip proporțional diferențial (PD)* – este un element de avans de anticipare și poate fi de ordinul I sau de ordinul II (de exemplu: reglatoarele proporțional-diferențiale). Prezintă următoarele caracteristici:

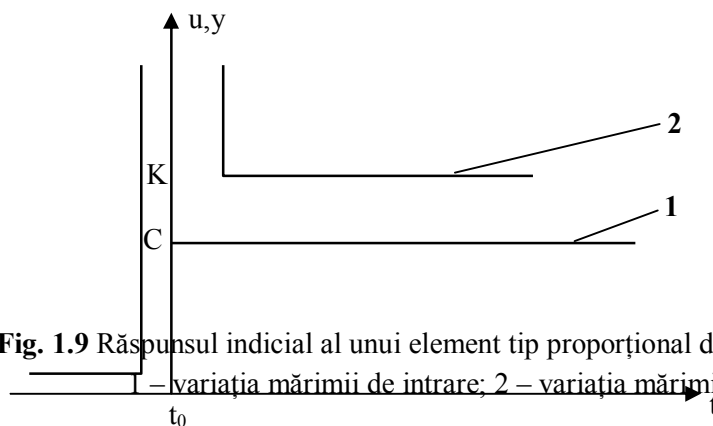
- ecuațiile funcționale de tipul:

$$y(t) = K \cdot \left( 1 + T_d \frac{du}{dt} \right), \quad (1.41)$$

și, respectiv:

$$y(t) = K \cdot \left( 1 + T_d \frac{du}{dt} + T \frac{d^2u}{dt^2} \right), \quad (1.42)$$

- răspunsul indicial este prezentat în fig. 1.9:



**Fig. 1.9** Răspunsul indicial al unui element tip proporțional diferențial:  
1 – variația mărimii de intrare; 2 – variația mărimii de ieșire

- funcțiile de transfer corespunzătoare sunt de tipul:

$$H_{PD_I}(s) = K \cdot (1 + T_d s), \quad (1.43)$$

și, respectiv:

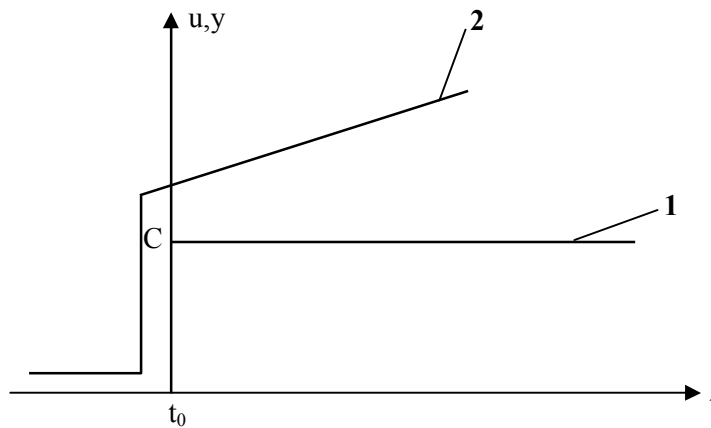
$$H_{PD_{II}}(s) = K \cdot (T_d^2 \cdot s^2 + T_d \cdot s + 1), \quad (1.44)$$

• *Element tip proporțional integral (PI)* – elementul are numai componentă proporțională și componentă integrală și prezintă următoarele caracteristici:

- ecuația funcțională, de tipul:

$$y(t) = K \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i} \cdot t \right), \quad (1.45)$$

- răspunsul indicial este prezentat în fig. 1.10



**Fig. 1.10** Răspunsul indicial al unui element proporțional integral:

1 – variația mărimii de intrare; 2 – variația mărimii de ieșire

- funcția de transfer este de tipul:

$$H_{PI}(s) = K \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right), \quad (1.46)$$

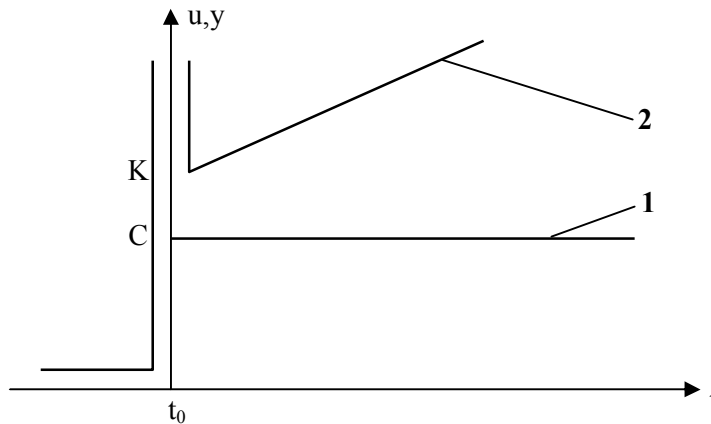
Din această categorie de elemente tip fac parte reglatoarele proporțional-integrale.

• *Element proporțional-integral-diferențial (PID)* – prezintă următoarele caracteristici:

- ecuația funcțională de tipul:

$$y(t) = K \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i} \cdot t + T_d \frac{du}{dt} \right), \quad (1.47)$$

- modul de variație a răspunsului indicial este prezentat în fig. 1.11



**Fig. 1.11** Răspunsul indicial al unui element proporțional-integral-diferențial: 1 – variația mărimii de intrare; 2 – variația mărimii de ieșire

- funcția de transfer este în acest caz de tipul:

$$H_{PID}(s) = K \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right), \quad (1.48)$$

Din această categorie de elemente tip fac parte reglatoarele proporțional-integral-diferențiale.

*Notă.* În caz particular, pentru cuptoarele industriale, considerând în general și cu suficientă aproximație, cuptoarele ca elemente de ordinul II supraamortizate ( $\xi > 1$ ), funcția lor de transfer este:

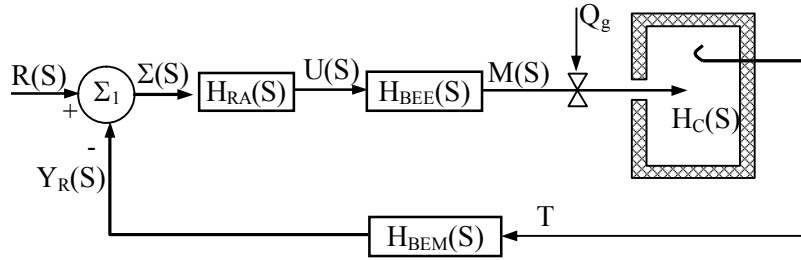
$$H_c(s) = \frac{K_c}{T_2 \cdot s^2 + T_1 \cdot s + 1}, \quad (1.49)$$

unde:  $K_c$  – factorul de amplificare al cuptorului;  $T_1, T_2$  – constantele de timp.

Luând în considerare toate elementele buclei de reglare a unui parametru (de exemplu temperatura în camera de lucru), acestea intervin în comportarea dinamică a sistemului în ansamblul său, cu funcțiile lor de transfer. Astfel, pentru o buclă de reglare oarecare, fig. 1.12, funcția de transfer a sistemului este:

$$H_s(s) = \frac{H_{RA}(s) \cdot H_{BEE}(s) \cdot H_{(c)}(s)}{1 + H_{RA}(s) \cdot H_{BEE}(s) \cdot H_c(s) \cdot H_{BEM}(s)}, \quad (1.50)$$

caracteristicile dinamice ale sistemului fiind determinate de caracteristicile fiecărui element component.



**Fig. 1.12** Determinarea funcției de transfer a buclei de reglare a temperaturii, pe baza funcțiilor de transfer ale elementelor componente ale sistemului de reglare automată

Factorul de amplificare total al sistemului este produsul factorilor de amplificare ai elementelor înseriate, astfel:

$$K_T = K_{RA} \cdot K_{BEE} \cdot K_C, \quad (1.51)$$

unde:  $K_{RA}$  – factorul de amplificare al regulatorului automat;  $K_{BEE}$  – factorul de amplificare al blocului elementului de execuție;  $K_C$  – factorul de amplificare al cuptorului propriu-zis.

Constanta de timp totală și timpul mort sunt, de asemenea, influențate de inerțiile elementelor de automatizare, cu valori mici față de inerția cuptorului propriu-zis.

## 1.2. Noțiuni generale privind sistemele neliniare

Există elemente de automatizare, componente ale sistemelor de reglare automată, care conțin neliniarități importante cu influență esențială asupra comportării sistemelor. Sistemele ce cuprind asemenea elemente se numesc *sisteme neliniare*, iar neliniaritățile al căror impact nu poate fi neglijat în studiul comportării sistemului de reglare automată respectiv, se numesc *neliniarități esențiale*.

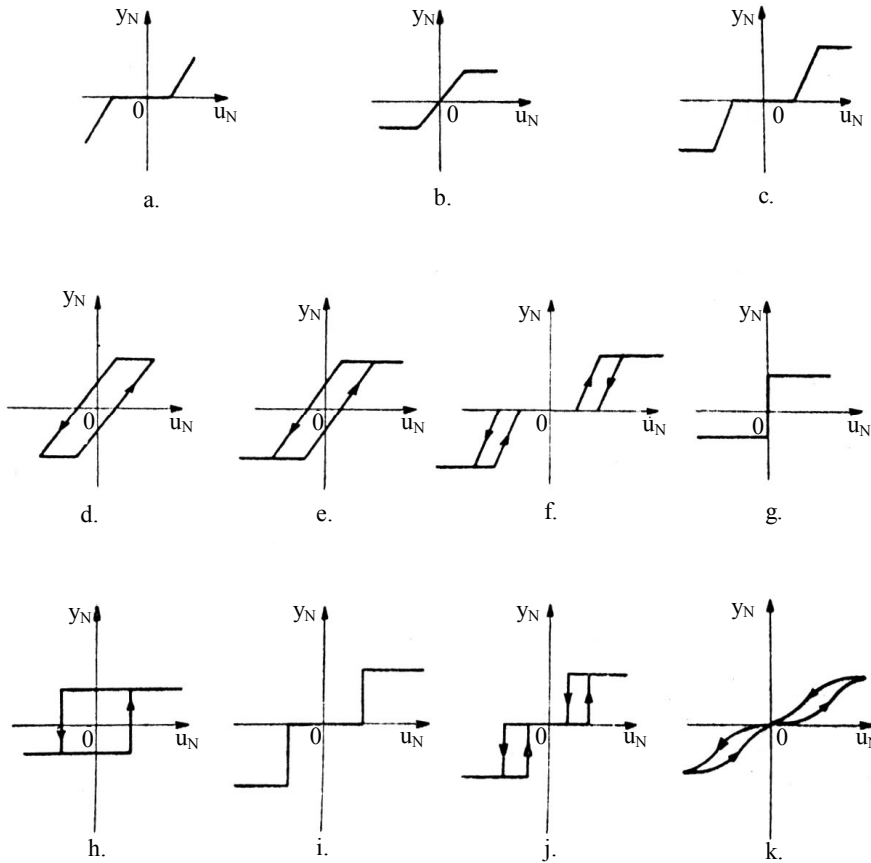
Comportarea sistemelor neliniare este descrisă de ecuații diferențiale neliniare (cel puțin unul din coeficienții ecuației nu este constant), a căror rezolvare este dificilă. Din acest motiv se recurge la metode aproximative, de tip grafic, analitic aproximative (cea mai utilizată este metoda funcției de descriere) sau grafo-analitice (soluțiile sunt valabile numai pentru o singură variantă de condiții inițiale).

Convențional, un sistem neliniar se reprezintă ca în fig. 1.13



**Fig. 1.13** Sistem neliniar – reprezentare convențională: SN – sistem neliniar;  $u_N(t)$  – variabilă de intrare;  $y_N(t)$  – variabilă de ieșire

Grafic, în cazul sistemelor sau a elementelor neliniare, dependența dintre mărimea de intrare și cea de ieșire  $y_N = f(u_N)$  poate avea unul din aspectele (liniarizate pe porțiuni) prezentate în fig. 1.14



**Fig. 1.14** Tipuri de răspunsuri ale sistemelor (elementelor) neliniare: a – SN cu zonă de insensibilitate; b – SN cu saturație; c – SN cu saturație și zonă de insensibilitate; d – SN cu histerezis; e – SN cu saturație și histerezis; f – SN cu saturație, histerezis și insensibilitate; g – SN cu caracteristică ideală de tip releu cu două poziții și cu histerezis; h – SN cu caracteristică ideală tip releu cu două poziții și cu histerezis; i – SN cu caracteristică ideală cu trei poziții și cu zonă de insensibilitate; j – SN cu caracteristică ideală tip releu cu trei poziții, cu histerezis și cu zonă de insensibilitate; k – SN cu caracteristică neliniarizată

### 1.3. Noțiuni generale privind sistemele automate cu acțiune discretă

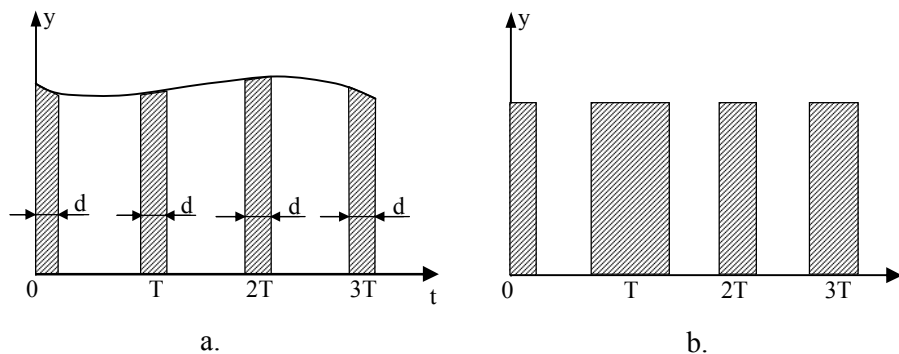
Chiar dacă nu sunt dotate cu calculatoare, sistemele automate cu acțiune discretă au ca principal avantaj precizia. Cele dotate cu calculator au, evident avantajele

calculatoarelor.

Aceste tipuri de sisteme permit transmiterea la mari distanțe a unui număr mare de informații, folosind unul sau un număr redus de canale de transmisie. Se pot identifica două categorii de sisteme automate cu acțiune discretă:

a – sisteme automate eșantionate (conțin semnale sub formă de tren de impulsuri modulate – fig. 1.15);

b – sisteme automate numerice care conțin calculatoare numerice și la care informația sau semnalele sunt transmise și prelucrate sub forma unui cod numeric.



**Fig. 1.15** Semnale sub formă de tren de impulsuri:

a – semnale cu durată constantă și amplitudine variabilă; b – semnale cu durată variabilă și amplitudine constantă

În fig. 1.15.a sunt prezentate semnale de durată constantă și amplitudine variabilă, corespunzătoare valorii mărimii continue la momentul respectiv. Din această categorie fac parte sistemele liniare. Dacă mărimile eșantionate (semnalele) au amplitudinea constantă și durată variabilă (fig. 1.15.b), această categorie include sistemele neliniare.

#### 1.4. Stabilitatea sistemelor de reglare automată

Stabilitatea reprezintă proprietatea unui sistem de reglare automată de a acționa astfel încât, într-un timp finit și cât mai scurt, să restabilească un regim staționar.

Dacă la un moment dat obiectul reglat (procesul) se află în regim staționar, prin variația mărimii de referință sau prin acțiunea factorilor perturbatori, procesul este scos din starea de echilibru și trece printr-o stare în afară de echilibru (regim tranzitoriu). Devine, deci, oportună aducerea obiectului reglat înapoi, într-o stare staționară și în aceste condiții se manifestă proprietatea de stabilitate a sistemului de reglare automată.



Din punct de vedere matematic, un sistem automat liniar este stabil dacă mărimea de ieșire (mărimea reglată) din proces  $y(t)$  reprezintă soluția

unei ecuații diferențiale liniare a cărei ecuație caracteristică are rădăcini cu partea reală negativă. În acest caz, componenta tranzitorie a răspunsului este formată din termeni exponențiali care tind către zero când timpul tinde către infinit. Dacă ecuația caracteristică are rădăcini imaginare, atunci componenta tranzitorie este formată din funcții trigonometrice neamortizate, factorul de amortizare fiind nul ( $\xi = 0$ ). În acest caz, sistemul este plasat la marginea instabilității, situația numindu-se *limită de stabilitate*. Dacă ecuația caracteristică are cel puțin o rădăcină reală și pozitivă sau rădăcini complexe cu partea reală pozitivă, atunci sistemul liniar este instabil. În acest caz, componenta tranzitorie a răspunsului are cel puțin un termen care crește la infinit cu creșterea timpului.

Pentru a afla dacă sistemul automat este stabil este suficientă rezolvarea ecuației caracteristice a ecuației diferențiale ce descrie funcționarea sistemului (este necesar să se găsească rădăcinile ecuației atașate numitorului funcției de transfer).

Confirmarea stabilității unui sistem nu este însă suficientă dacă nu se specifică și gradul de stabilitate (în ce măsură tinde sistemul de reglare automată către limita de stabilitate). Astfel, cu cât suprareglajul este mai mare, cu atât sistemul este mai aproape de limita de stabilitate, deci are un grad de stabilitate mai ridicat.

Pentru sistemele neliniare, studiul stabilității se face cu mari dificultăți, deoarece stabilitatea este influențată atât de natura rădăcinilor ecuației caracteristice, deci de structura și parametrii sistemului, cât și de tipul și amplitudinea semnalelor de intrare și de condițiile inițiale. În plus, la sistemele neliniare pot apărea mai multe variante de regimuri stabile la aceeași valoare a elementului reglat.

Se numește *stabilitate absolută*, stabilitatea unei familii de sisteme neliniare ale căror caracteristici statice sunt continue. *Stabilitatea locală* se referă la domeniul restrâns al sistemului automat neliniar; *stabilitatea globală* se referă la întregul sistem considerat; *stabilitatea asimptotică* reprezintă proprietatea conform căreia la  $t \rightarrow \infty$ , sistemul se apropie de un regim staționar de valoare constantă a parametrului reglat (implicând absența autooscilațiilor); *stabilitatea în sens Liapunov* include stabilitatea asimptotică în prezența autooscilațiilor.

Pentru sistemele cu eșantionare, stabilitatea se definește asemănător ca și în cazul sistemelor liniare: dacă la o variație finită a mărimii de intrare în sistem rezultă o variație finită a mărimii de ieșire, fără ca după timpul tranzitoriu acceptat abaterea să mai depășească anumite limite prestabilite, atunci sistemul este stabil. Condițiile de stabilitate ale sistemelor automate cu eșantionare se deduc în mod analog cu cele ale sistemelor liniare și continue.

### 1.5. Tipuri de procese în industria metalurgică și proprietățile acestora

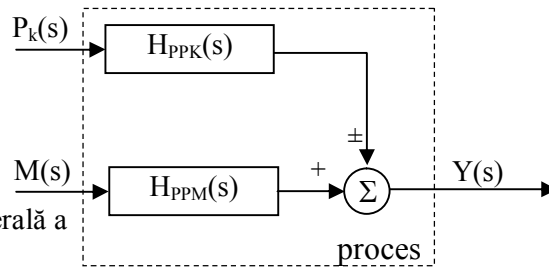
În industria metalurgică, marea majoritate a proceselor sunt complexe, fiind multivariabile, deci se supun acțiunii mai multor mărimi de intrare și/sau mai multor mărimi de perturbație, rezultând mai multe mărimi ce se reglează la ieșirea din proces.

Pentru a studia comportarea dinamică și statică a unui proces se consideră inițial, în mod convențional, procesul ca fiind monovariabil. În aceste condiții, schema funcțională a procesului este redată în fig. 1.1 iar ecuația operațională a procesului, exprimată cu ajutorul funcției de transfer față de mărimea de execuție  $H_{PM}(s)$  și a funcției de transfer față de mărimea de perturbație  $H_{PP}(s)$ .

Considerând procesul sub acțiunea a  $k$  perturbații ( $k = \overline{1, z}$ ), se poate scrie relația :

$$Y(s) = H_{PM}(s) \cdot M(s) \pm \sum_{k=1}^z H_{PPK}(s) \cdot P_k(s), \quad (1.52)$$

Schema funcțională generală a procesului a cărui comportare este descrisă de ecuația (1.52) este dată în fig. 1.40.



**Fig. 1.16** Schema funcțională generală a unui proces

Considerând  $z = 1$ , rezulta :

$H_{PM}(s) = K_M \cdot G(s)$  și  $H_{PP}(s) = K_P \cdot G(s)$ , unde:  $K_M$  – factorul de amplificare față de mărimea de execuție;  $K_P$  – factorul de amplificare față de

mărimea de perturbație, ecuația (1.52) devine:

$$Y(s) = G(s) \cdot [K_M \cdot M(s) \pm K_P \cdot P(s)], \quad (1.53)$$

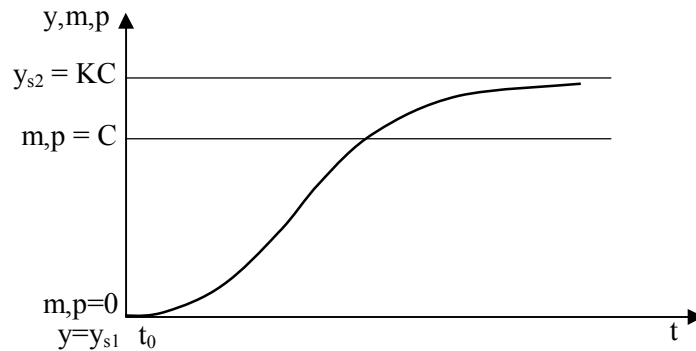
După forma funcției complexe  $G(s)$ , procesele care se automatizează pot fi:

a – *processe cu autoreglare* – sunt procesele pentru care:

$$G(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 + T_i \cdot s)}, \quad (1.54)$$

Se observă că din această categorie fac parte elementele liniare de ordinul  $n$ , a

căror comportare este descrisă de ecuații diferențiale de ordinul  $n$  cu factor de amortizare  $\xi > 1$  și răspuns aperiodic de tipul celui prezentat în fig. 1.17



**Fig. 1.17** Răspunsul indicial al unui proces cu autoreglare

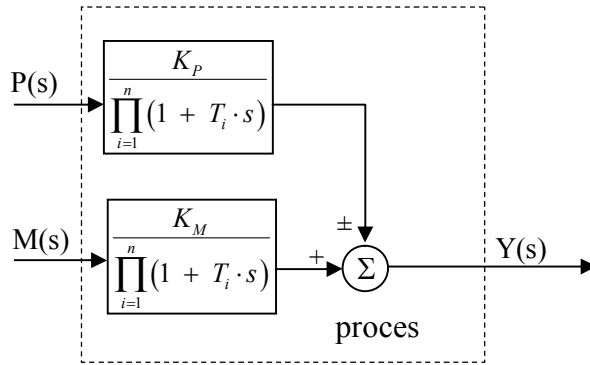
Analizând graficul prezentat în fig. 1.17, se observă că la o variație treaptă a mărimii de intrare (mărimie de execuție  $m(t)$  sau de perturbație  $p(t)$ ), de la valoarea  $m = 0$  sau  $p = 0$  la valoarea  $m = C$  sau  $p = C$ , are loc variația mărimii de ieșire  $y(t)$ , după o curbă aperiodică, între două stări staționare ( $y_{s1} = 0$  și  $y_{s2} = K \cdot C$ ).

În general procesele din instalațiile metalurgice (procese termice, hidraulice, pneumatice, chimice sau termochimice) sunt procese cu autoreglare de ordinul  $n$ , cu răspuns aperiodic. Ele pot fi considerate ca rezultate din înscrierea a  $n$  elemente de ordinul întâi. Astfel, înlocuind expresia (1.53) în ecuația (1.54) se obține ecuația operațională generalizată:

$$Y(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 + T_i s)} [K_M \cdot M(s) \pm K_P \cdot P(s)], \quad (1.55)$$

unde:  $K_M = \prod_{i=1}^n K_{M_i}$  și  $K_P = \prod_{i=1}^n K_{P_i}$ .

- În cazul în care comportările staționare ale procesului cu autoreglare față de mărimea de execuție și față de cea de perturbație sunt diferite ( $K_M \neq K_P$ ), schema funcțională a procesului arată ca în fig. 1.18



**Fig. 1.18** Schema funcțională a unui proces cu autoreglare, cu comportare staționară diferită față de mărimea de execuție și față de mărimea de perturbație

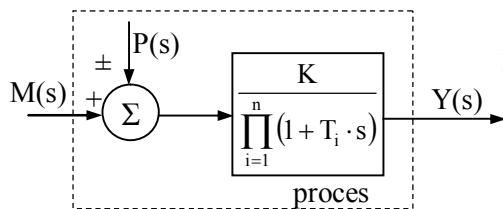
• În cazul în care comportările staționare ale procesului față de mărimea de execuție și cea de perturbație sunt identice ( $K_M = K_P = K$ ), ecuația operațională a procesului devine cea din relația (1.56) și schema funcțională generală a procesului este prezentată în fig. 1.19:

$$Y(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (1 + T_i \cdot s)} [M(s) \pm P(s)], \quad (1.56)$$

unde:  $K$  – factorul de amplificare al procesului.

*b – procese fără autoreglare* – sunt procesele pentru care:

$$G(s) = \frac{1}{s \cdot \prod_{i=1}^n (1 + T_i \cdot s)}, \quad (1.57)$$



**Fig. 1.19** Schema funcțională generală a unui proces cu autoreglare cu comportare staționară identică față de mărimea de execuție și față de cea de perturbație

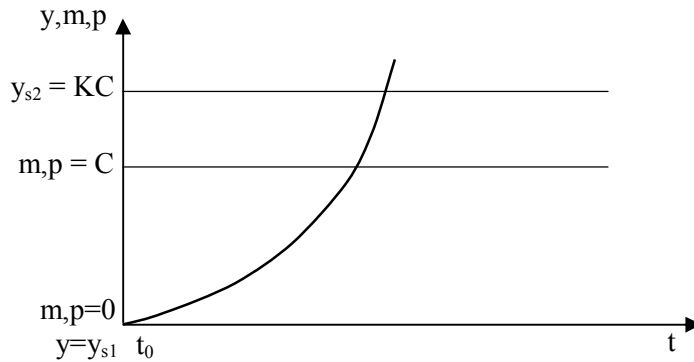
*b – procese fără autoreglare* – sunt procesele pentru care:

$$G(s) = \frac{1}{s \cdot \prod_{i=1}^n (1 + T_i \cdot s)}, \quad (1.58)$$

și deci ecuația operațională (1.110) ia în acest caz forma:

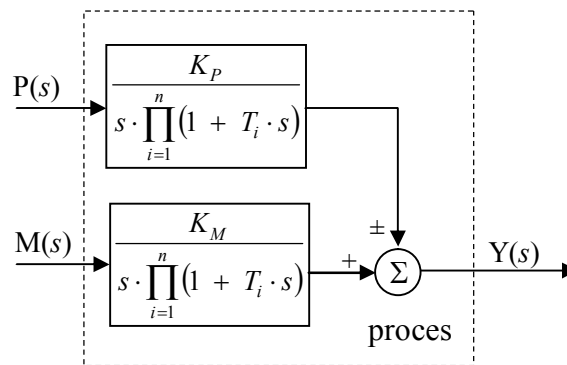
$$Y(s) = \frac{1}{s \cdot \prod_{i=1}^n (1 + T_i \cdot s)} [K_M \cdot M(s) \pm K_P \cdot P(s)], \quad (1.59)$$

Se observă deci că aceste procese sunt procese integrale cu întârziere de ordinul  $n$  și răspuns tinzând către infinit la variația treaptă a mărimii de intrare – fig. 1.20



**Fig. 1.20** Răspunsul indicial al procesului fără autoreglare

Ecuția operațională (1.58) este valabilă în cazul cel mai general, atunci când procesul fără autoreglare are comportare staționară diferită față de mărimea de execuție și cea de perturbație. În acest caz, schema funcțională generală a procesului este prezentată în fig. 1.21



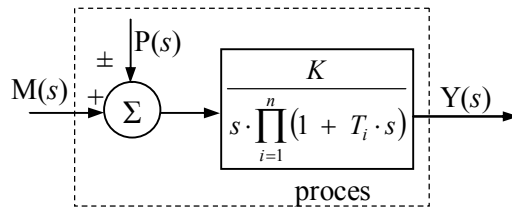
**Fig. 1.21** Schema funcțională generală a procesului fără autoreglare cu comportare staționară diferită față de mărimea de execuție și cea de perturbație

- În caz particular, atunci când procesul fără autoreglare are comportare staționară identică față de mărimea de execuție și cea de perturbație ( $K_M = K_P = K$ ), ecuația operațională a procesului (1.59) devine în caz particular:

$$Y(s) = \frac{K}{s \cdot \prod_{i=1}^n (1 + T_i \cdot s)} [M(s) \pm P(s)], \quad (1.60)$$

iar schema funcțională generală a procesului este prezentată în fig. 1.22

- Luând în considerare valorile caracteristicilor dinamice (timpul mort  $T_m$  și constanta de timp  $T$ ), procesele în industria metalurgică pot fi lente,



**Fig. 1.22** Schema funcțională generală a procesului fără autoreglare cu comportare staționară identică față de mărimea de execuție și cea de perturbație

atunci când au timp mort mare ( $T_m \geq 10$  s) și constante de timp mari – de ordinul zecilor de minute (de exemplu: procesele chimice și termochimice) sau pot fi rapide, atunci când au timp mort neglijabil și constante de timp  $T < 10$  s (de exemplu, procesele electrice).

#### *Proprietățile principale ale proceselor din industria metalurgică*

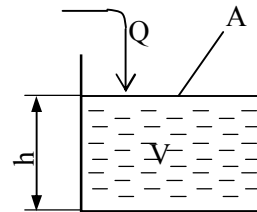
Principalele două proprietăți ce caracterizează un proces, proprietăți ce determină întârzierea (inerția) procesului, deci existența timpului mort și a constantelor de timp, sunt *capacitatea și rezistența*.

Se numește *capacitate* a unui proces, proprietatea procesului de a

acumula energie sau cantitate de materie. Astfel:

- pentru procesele hidraulice – fig. 1.23 – capacitatea este dată de relația (1.60):

**Fig. 1.23** Privind calculul capacității procesului hidraulic



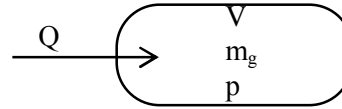
$$C = \frac{dV}{dh} = A, \quad (1.60)$$

unde:  $C$  – capacitatea procesului hidraulic, [ $m^2$ ];  $V$  – volumul rezervorului, [ $m^3$ ];  $h$  –

înălțimea nivelului în rezervor, [m];  $Q$  - debitul de lichid, [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

- pentru procesele pneumatice – fig. 1.24 – capacitatea este dată de relația (1.61) sau relația echivalentă (1.62):

**Fig. 1.24** Privind calculul capacității procesului pneumatic



$$C = \frac{dm_g}{dp}, \quad (1.61)$$

Dar cum, conform legii gazelor perfecte:  $p \cdot V = \frac{m_g}{M_g} n \cdot R \cdot T$ , după înlocuirea în relația (1.61) rezultă:

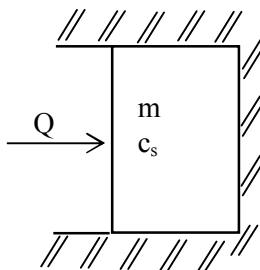
$$C = \frac{V \cdot M_g}{n \cdot R \cdot T}, \quad (1.62)$$

unde:  $m_g$  – masa gazului, [kg];  $M_g$  – masa moleculară, [kg/mol];  $p$  – presiunea gazului, [ $\text{N}/\text{m}^2$ ];  $V$  – volumul gazului, [ $\text{m}^3$ ];  $n$  – coeficientul politropic;  $R = 8,31 \text{ J}/\text{molK}$  – constanta generală a gazelor perfecte;  $T$  – temperatura absolută, [K];  $Q$  – debitul de gaze, [kg/s];  $C$  – capacitatea procesului pneumatic, [ $\text{m}/\text{s}^2$ ].

- pentru procesele termice – fig. 1.25 – capacitatea este dată de relația (1.63):

$$C = m \cdot c_s, \quad (1.63)$$

unde:  $Q$  – fluxul termic, [W];  $m$  – masa, [kg];  $c_s$  – căldura specifică medie, [ $\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}$ ];  $C$  – capacitatea procesului termic, [ $\text{J}/^\circ\text{C}$ ].



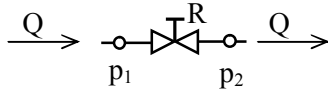
**Fig. 1.25** Privind determinarea capacității proceselor termice

Se numește *rezistență* a unui proces proprietatea acestuia de a se opune transferului de energie sau de materie, ducând la apariția unui timp necesar realizării acestui transfer. Astfel:

- pentru procesele hidraulice – fig. 1.26 – rezistența este dată de relația (1.64):

$$R = \frac{p_1 - p_2}{Q}, \quad (1.64)$$

unde:  $p$  – presiunea, [m col. fluid];  $Q$  – debitul, [m<sup>3</sup>/s];  $R$  – rezistența procesului hidraulic, [s · m<sup>-2</sup>].



**Fig. 1.26** Privind determinarea rezistenței proceselor hidraulice și pneumatice

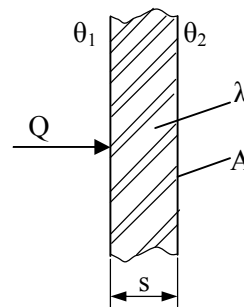
- pentru procesele pneumatice – fig- 1.26 – rezistența este dată de aceeași relație (1.), unde:  $p$  – presiunea [N/m<sup>2</sup>];  $R$  – rezistența, [m<sup>-1</sup> · s<sup>-1</sup>];  $Q$  – debitul, [kg/s];

- pentru procesele termice – fig. 1.27 – rezistența este dată de relația (1.65), atunci când transferul termic se face preponderent prin convecție și conducție, sau de relația (1.66), atunci când transferul termic se face preponderent prin radiație:

$$R = \frac{d\Theta}{dQ} = \frac{1}{\alpha \cdot A} \text{ [}^\circ\text{C/W]}, \quad (1.65)$$

$$R = \frac{dT}{dQ} = \frac{100^4}{4 \cdot \varepsilon \cdot C_n \cdot A \cdot T_m^4} \text{ [ks/kcal]}, \quad (1.66)$$

unde:  $Q$  – fluxul termic, [W];  $A$  – suprafața de schimb de căldură, [m<sup>2</sup>];  $\Theta_1$  - temperatura sursei calde (perete interior), [°C];  $\Theta_2$  - temperatura sursei reci (perete exterior), [°C];  $\alpha$  - coeficient global de transfer termic, [W/m<sup>2</sup> °C];  $\varepsilon$  - coeficient subunitar de emisivitate a corpului ( $\varepsilon = 1$  pentru corpul absolut negru);  $C_n = 5,775 \text{ W/m}^2\text{K}^4$  – constanta de radiație a corpului absolut negru;  $T_m$  – media aritmetică a temperaturilor celor două surse, [°C].



**Fig. 1.27** Privind determinarea rezistenței proceselor termice