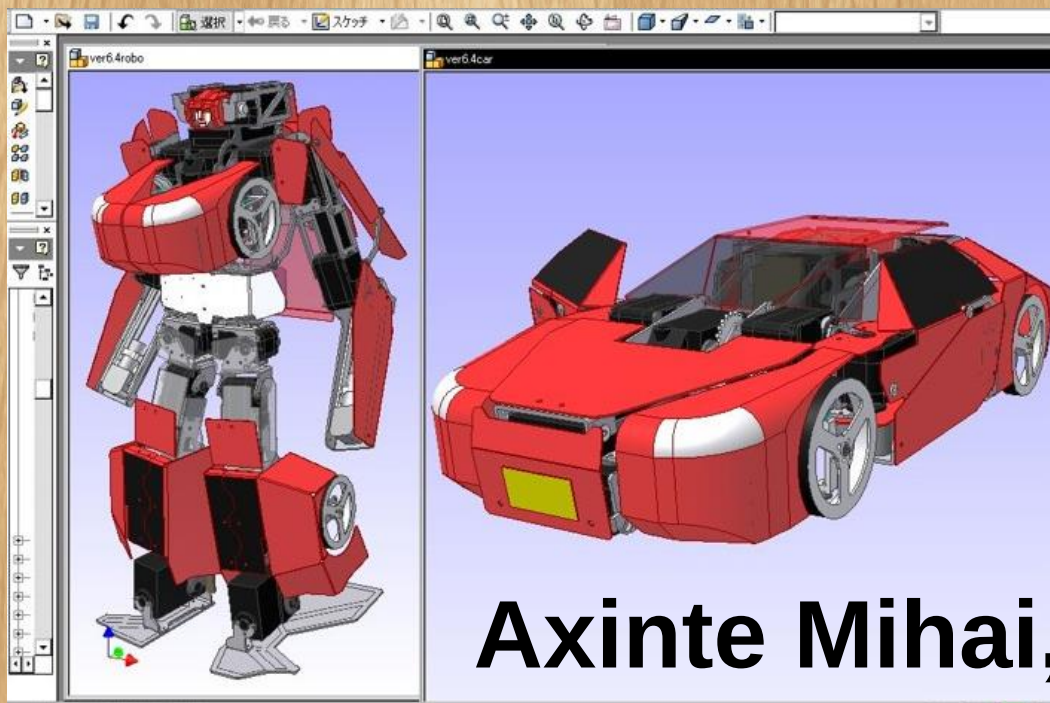


Desen tehnic si infografica (2)

Grafica asistata de calculator

-curs-



Axinte Mihai, șef lucrări dr. ing.



DESEN TEHNIC SI INFOGRAFICA (2)

GRAFICA ASISTATA DE CALCULATOR

Proiectare nu mai poate fi concepută în afara calculatorului, indiferent de specializare reprezentările virtuale devenind limbajul curent de exprimare. Începând din faza conceptuală până la etapa de manufacturare, desenul în plan, dar mai ales modelarea solidelor sunt necesare în toate etapele de elaborare și promovare a unui produs.

Prin *proiectarea asistată de calculator* sau CAD (din [engleză](#), de la Computer-aided Design) se înțeleg acele unelte, aplicații, programe de [calculator](#) care pot asista inginerii, arhitecții, geodeziștii în activitatea lor de proiectare.



AEC = *architecture, engineering, construction*



Fig.1. AEC – Utilizarea calculatorului în arhitectură, inginerie și construcții

BIM = *building information modeling*



Fig. 2. BIM – Crearea unui plan logistic de construcție



CAD - *Computer Aided Design*



Fig. 3 CAD - proiectare asistata de calculator



CAE = *computer aided engineering*



Fig. 3. CAE - Inginerie asistată de calculator

CAM = *computer aided manufacturing*



Fig. 5. CAM - proces de producție asistat de calculator

CFD = *computational fluid dynamics*

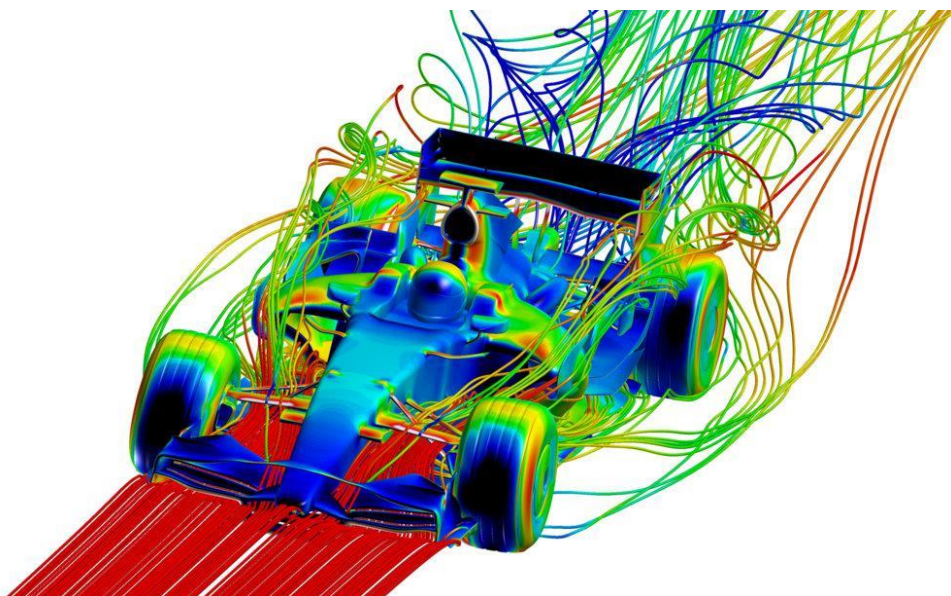


Fig. 5. CFD - Calculul dinamicii fluidelor cu ajutorul calculatorului

CIM = *computer integrated manufacturing*

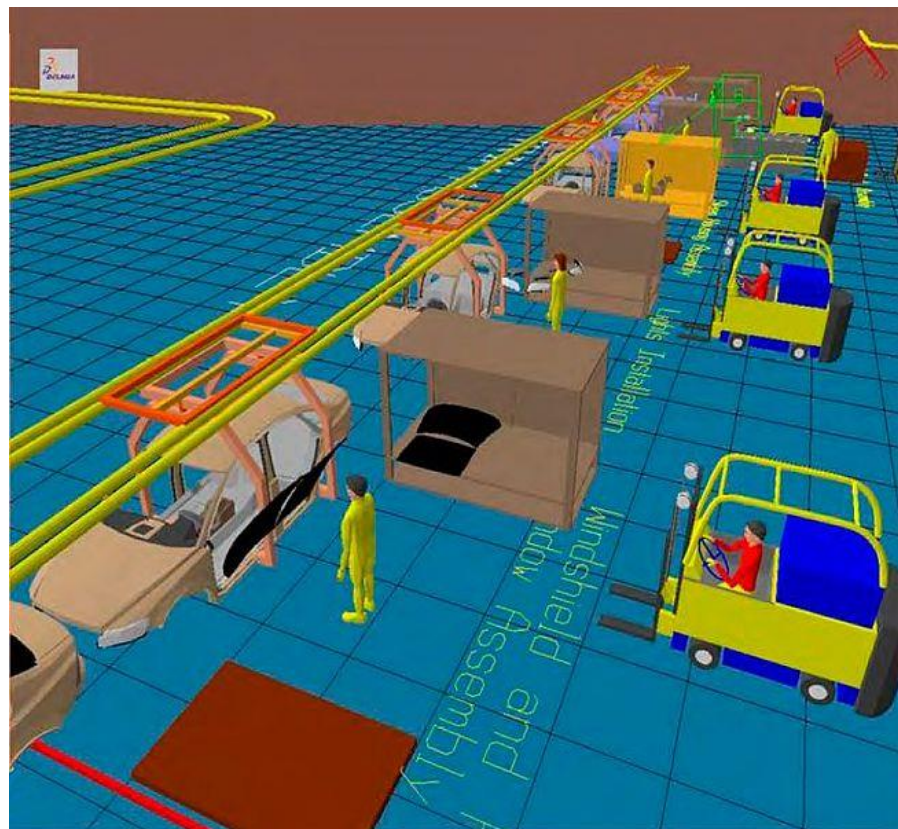


Fig. 7. CIM - Program de integrare a sistemului de fabricație



ERP = *enterprise resource planning*



Fig. 8. ERP - Sistem de gestionare a resurselor unei companii

FEA = *finite element analysis*

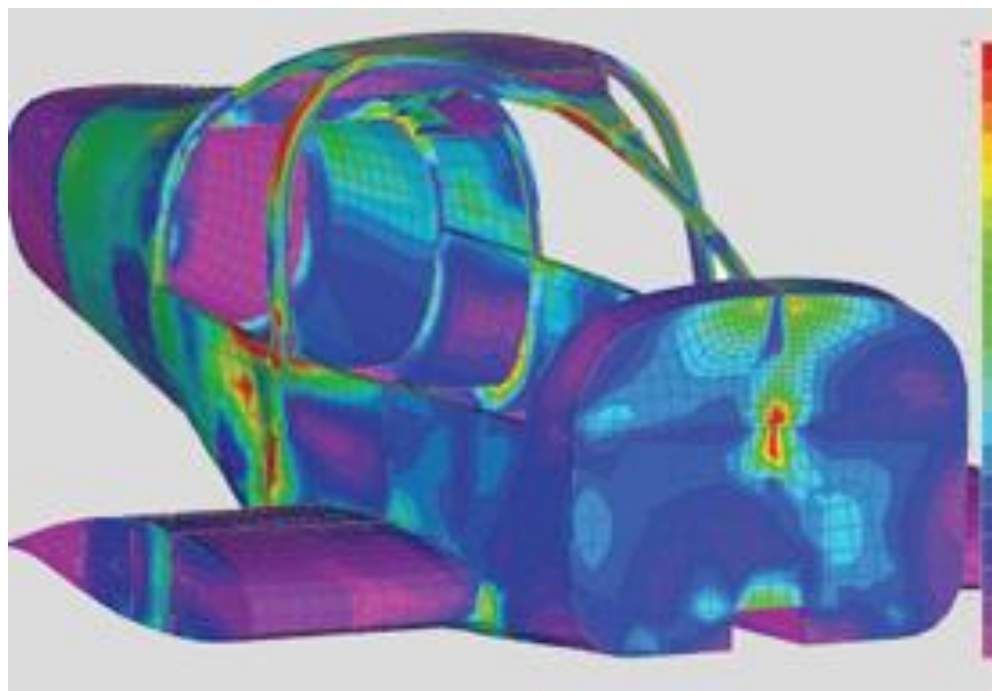


Fig. 9. Analiza cu element finit al unui model de fuzelaj

FEM = *finite element method*

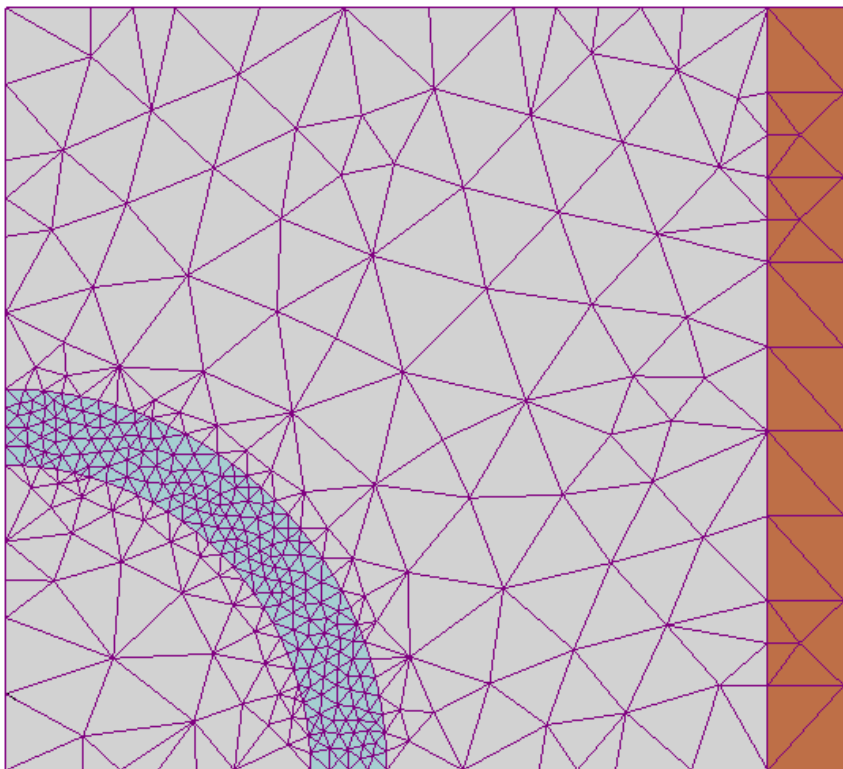


Fig. 10 FEM - Discretizarea unei suprafețe 2D

GIS = SIG = *geographic information system*
(*geographical information system*)

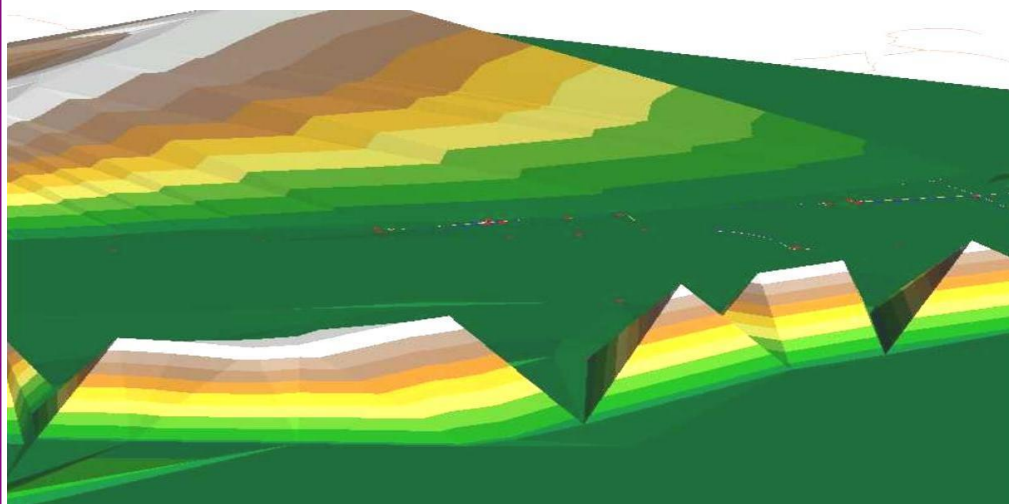


Fig. 11. GIS, model digital de elevație

PDM = *product data management*

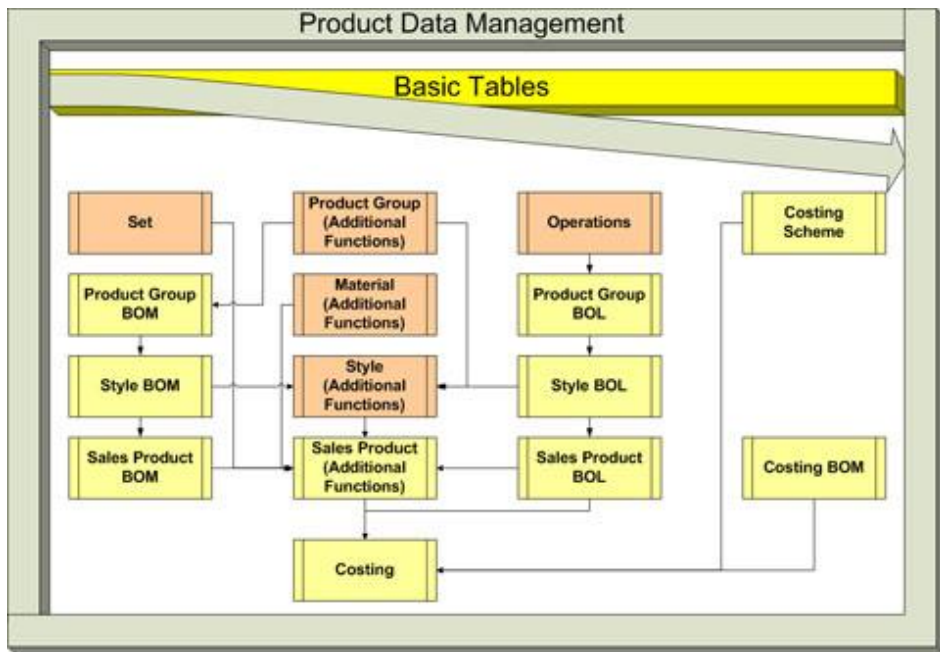


Fig. 12. PDM- administrarea informațiilor referitoare la produse

PLM = *product lifecycle management*

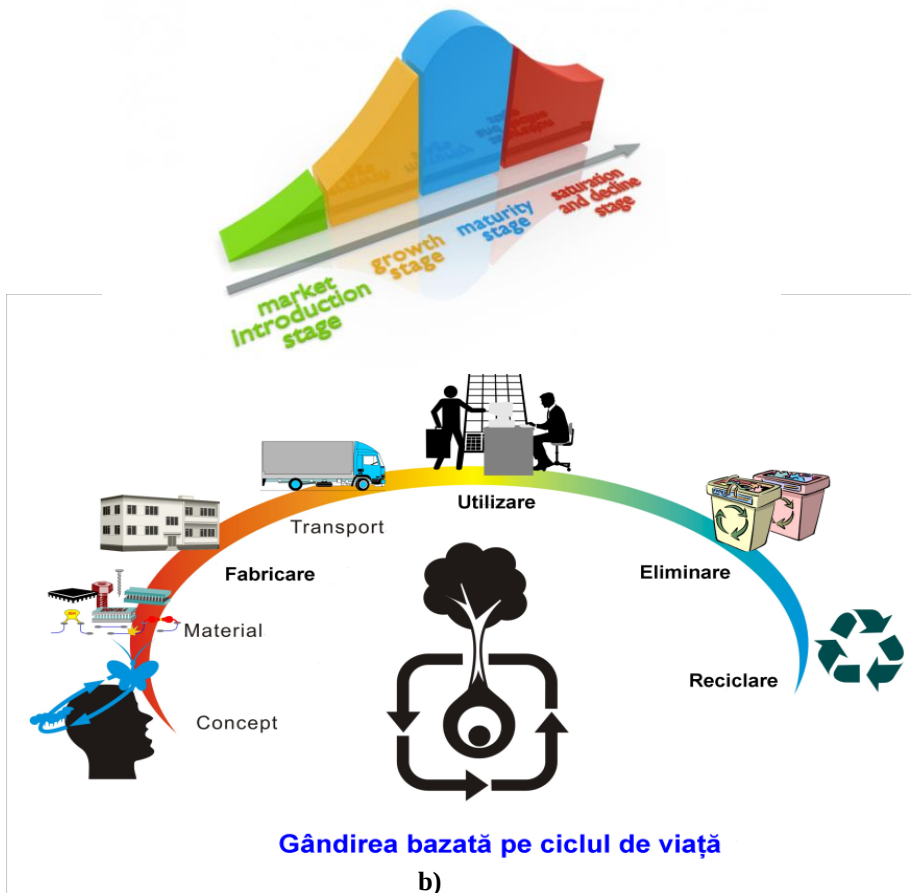


Fig. 13 PLM – Gestionarea ciclului de viață al produsului: a) ciclul de viață al unui produs; b) administrarea bazată pe ciclul de viață al produsului



DM = *digital manufacturing*

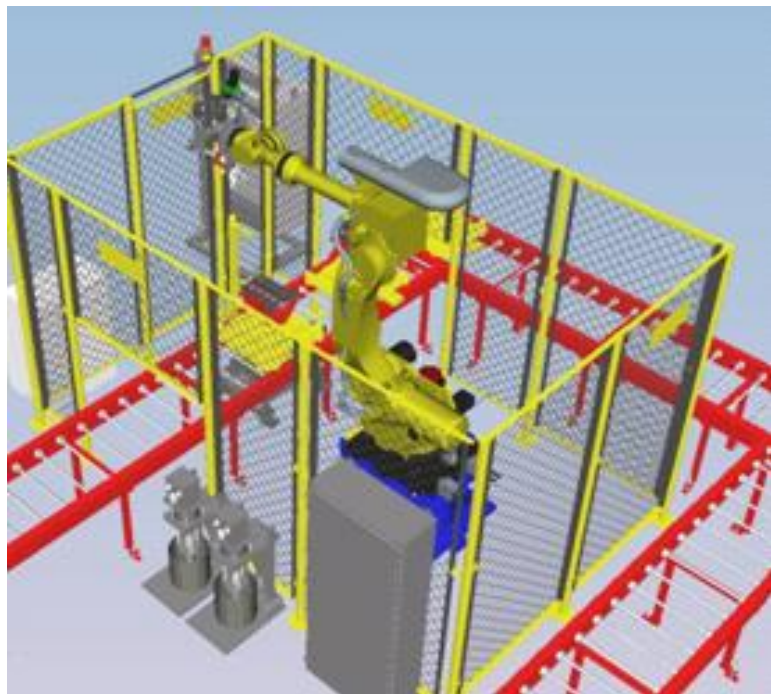


Fig. 14 D.M. – Producția digitală pentru un robot cu 5 axe

SCADA = *supervisory control and data acquisition*

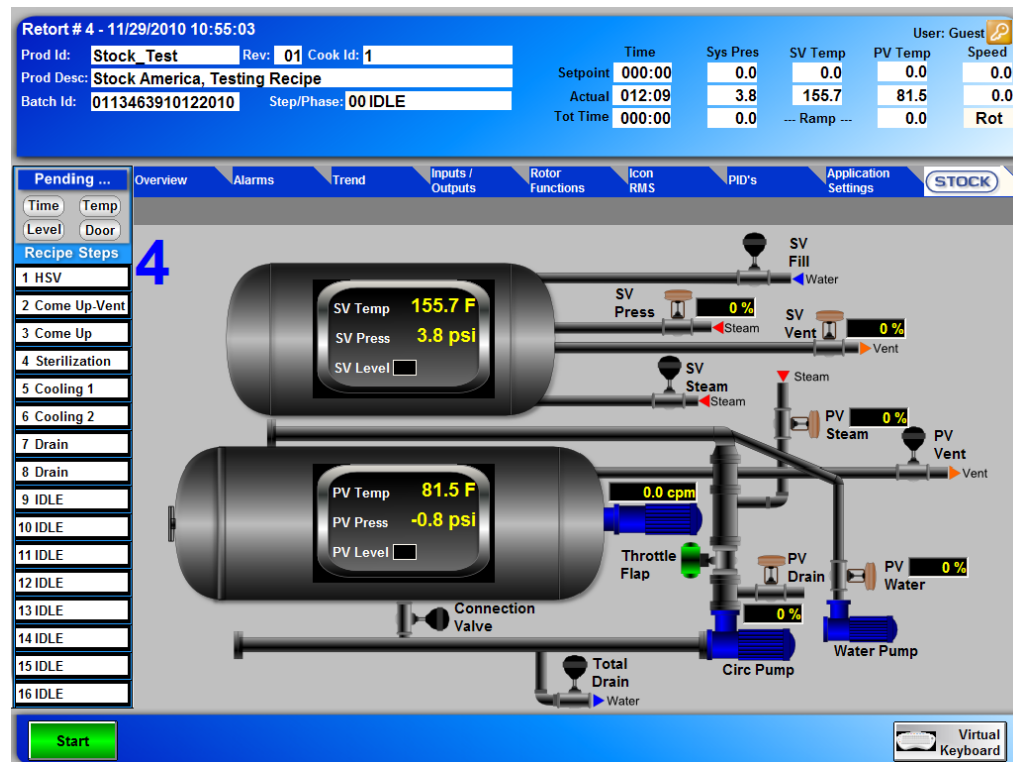


Fig. 15. SCADA - Comanda dispecerizată și achiziție de date pentru retortă de sterilizare utilizată în industria alimentară și farmaceutică





AutoCAD (Automatical Computer Aided Design)

Avantaje:

- Fișierele specifice sistemului („native”) sunt cele de tip **dwg**, precum și cele **dxf** (**D**rawing **eX**change **F**ormat), extrem de larg răspândite.
- facilitează realizarea legăturilor cu celelalte programe de proiectare asistată de calculator (**Catia, Unigraphics, Solid Works, Inventor, 3D Studio Max**).
- Platforma **Autocad** sta la baza dezvoltării programelor **Autodesk** specializate pentru proiectare avansată în diverse domenii: mecanică (**AutoCAD Mechanical**), electric (**AutoCAD Electrical**), arhitectura (**AutoCAD Architecture**), construcții civile (**AutoCAD Civil 3D**), cartografie (**AutoCAD Map 3D**), proiectarea fabricilor (**AutoCAD Plant 3D, AutoCAD P&ID**).





DESEN TEHNIC SI INFOGRAFICA (2)
INTRODUCERE

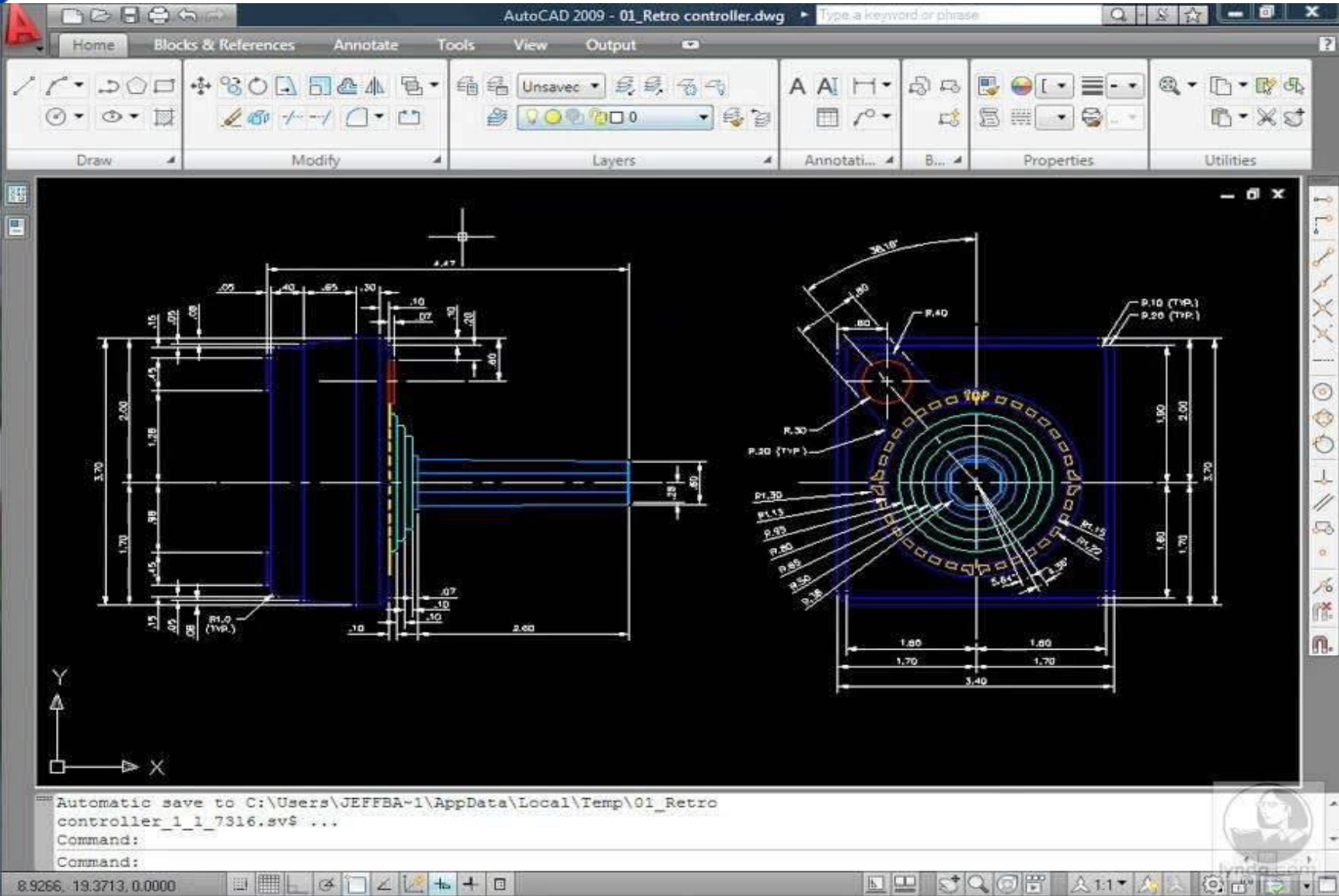


Fig.16. Crearea unui desen 2D in Autocad 2009





Inventor: software CAD dezvoltat de compania Autodesk

Puncte tari:

-dezvolta motoare de proiectare eficiente pentru diverse aplicatii tehnice profesionale: asamblări mecanice (**Bolted Connections**), proiectarea arborilor (**Shaft Design**), proiectarea angrenajelor (**Spur Gears Connections**), proiectarea lagarelor (**Bearing Design**), proiectarea transmisiilor prin curele (**V-Belt Connections**), proiectarea camelor (**Disk Cams**) si a asamblărilor elastice (**Connection Springs**) precum si proiectarea detaliata a sudurilor (**Weldments**), cadrelor (**Frame Generator**) si pieselor din tabla (**Sheet Metal**)

- contine, de asemenea, si module de proiectare a sistemelor de conducte rigide si flexibile (**Tube and Pipe**), a rețelelor electrice (**Cable and Harness**) si a matritelor (**Mold Design**). Utilizând facilitățile programării avansate, Inventor oferă posibilitatea creării si gestionarii pieselor si ansamblurilor “Inteligente” (**iParts, iAssemblies**) si permite utilizarea si crearea bibliotecilor de piese standard prin conceptul integrat Content Center.



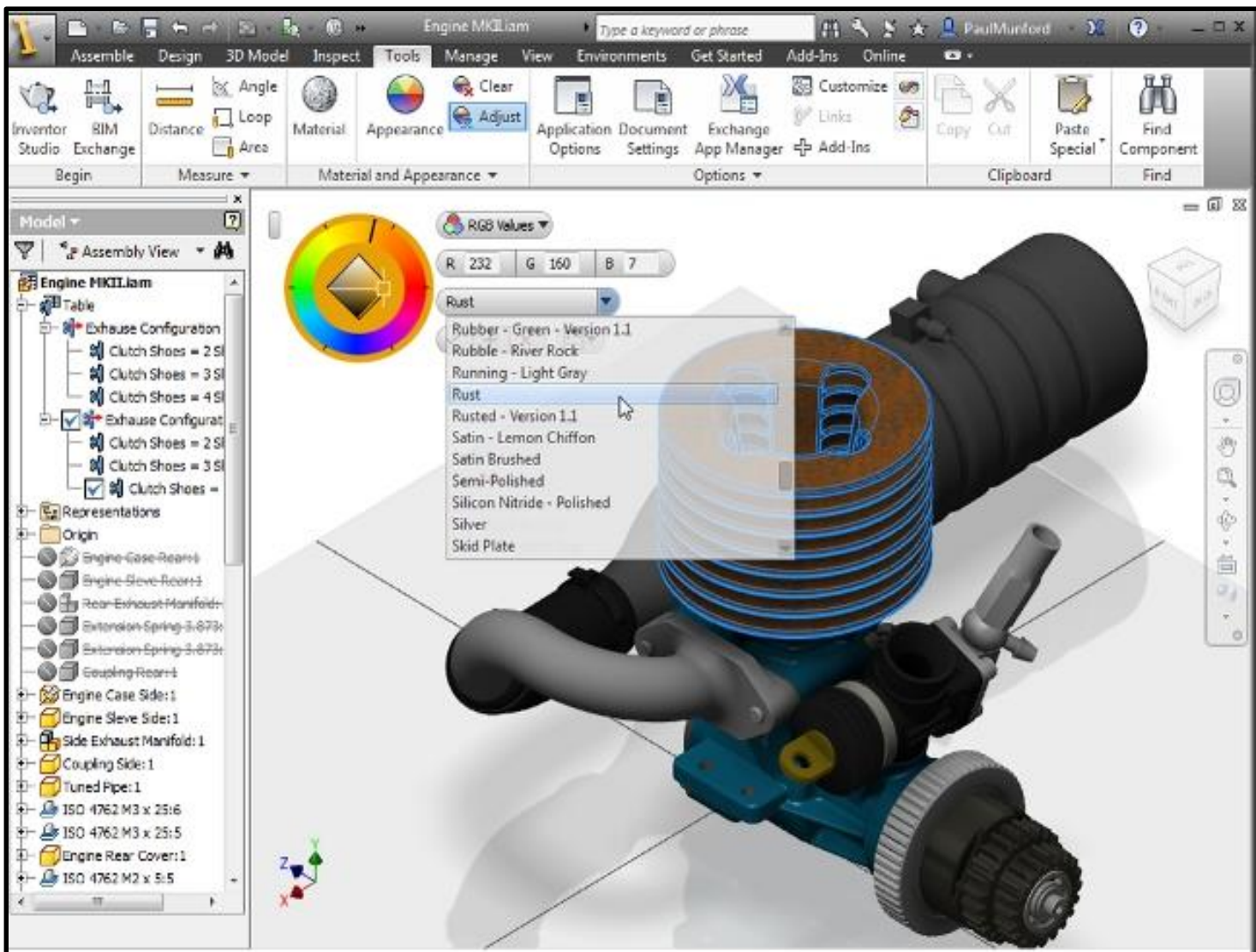


Fig.16. Modelarea unui compressor in software-ul Inventor



CATIA (Computer Aided Three Dimensional Interactive Application)

- software comercial multiplatformă [CAD/CAM/CAE](#) dezvoltată de compania franceză [Dassault Systemes](#) și comercializată în întreaga lume de [IBM](#)

CATIA Versiunile 4, 5 și 6, includ o gama larga de aplicatii CAD (Computer Aided Design), CAE (Computer Aided Engineering) si CAM (Computer Aided Manufacturing) proprii tuturor etapelor de proiectare si fabricatie a unui produs, din faza de conceptie pana la productie.

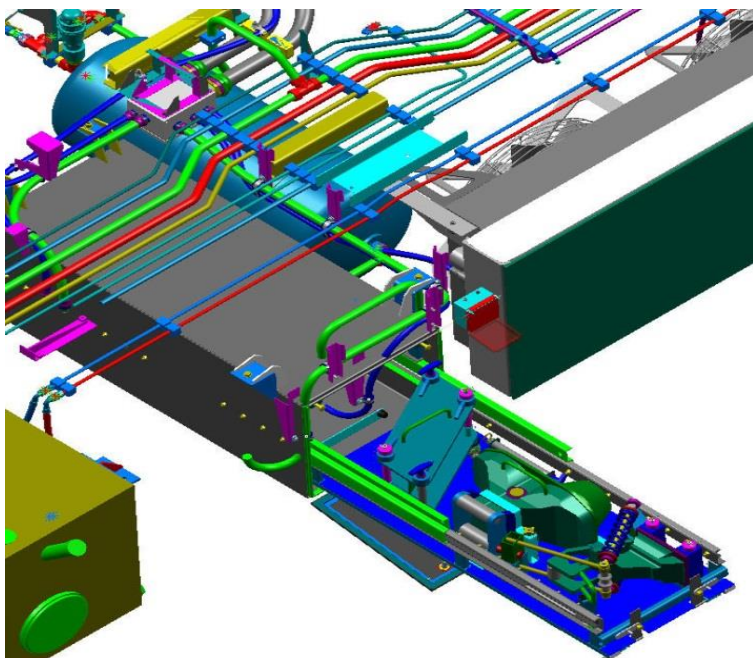


Fig. 18. Modelarea unei rețele electrice în Catia V4

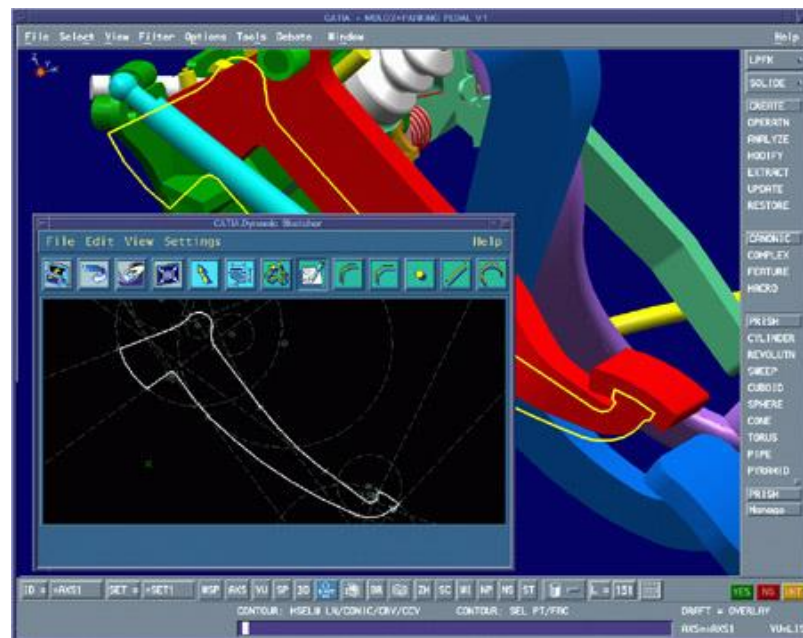


Fig. 19. Proiectarea unui ansamblu în Catia V4



Inițial dezvoltat și lansat de Intergraph în 1996 folosind nucleul de modelare geometrică ACIS geometric modeling kernel mai târziu fiind schimbat cu nucleul Parasolid. În 1998 a fost achiziționat și dezvoltat în continuare de către UGS Corp. În 2007, UGS a fost achiziționată de divizia Automation & Drives Division a Siemens AG. Compania UGS și-a schimbat numele în **Siemens PLM Software** în 1 octombrie 2007

Puncte tari:

1.Modelarea directă: Caracteristicile de modelare directe permite utilizatorului să schimbe modelul de geometrie / topologie fără a fi împiedicată de modele native existent sau unui modele importate lipsa de parametric și / sau datele istorice. Acest lucru este deosebit de util pentru lucrul cu modele importate sau modele complexe native.

2.Modelarea sincronă: Procesul de modelare sincrona combină puterea caracteristicilor programului, cu flexibilitatea de a rezolva sincron relațiile parametrice. Acestea pot fi aplicate direct la caracteristicile solide, fără a fi nevoie să depindă de geometria schița 2D, și relațiile parametrice comune sunt aplicate în mod automat.

3.Oferă suport pentru ansamble masive, de exemplu, in figura 20 este reprezentat un generator electric cu 50000 piese. Pe măsură ce proiectarea devine mai complexă, numărul de piese într-un ansamblu crește. Nu este neobișnuit pentru **Solid Edge** să gestioneze ansamble care depășesc 100.000 de piese. Tehnologia Solid Edge de asamblare permite lucrul cu ansambluri mari in timp real



Fig. 20. Modelarea unui generator electric în Solid Edge V20

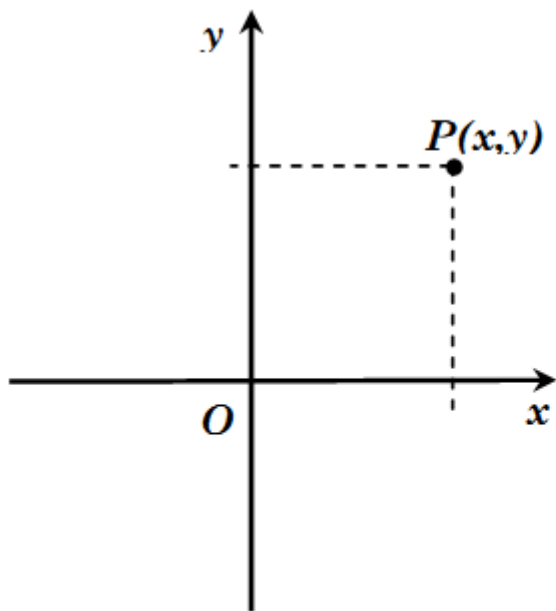
Desen tehnic si infografica (2)

Grafica asistata de calculator

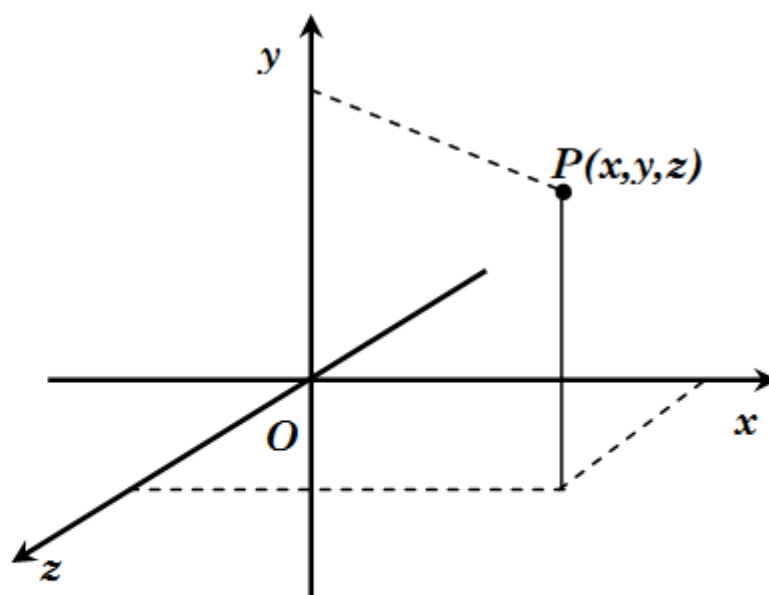
TRANSFORMARI GEOMETRICE –
partea I

SISTEME DE COORDONATE

SISTEMUL DE COORDONATE CARTEZIENE



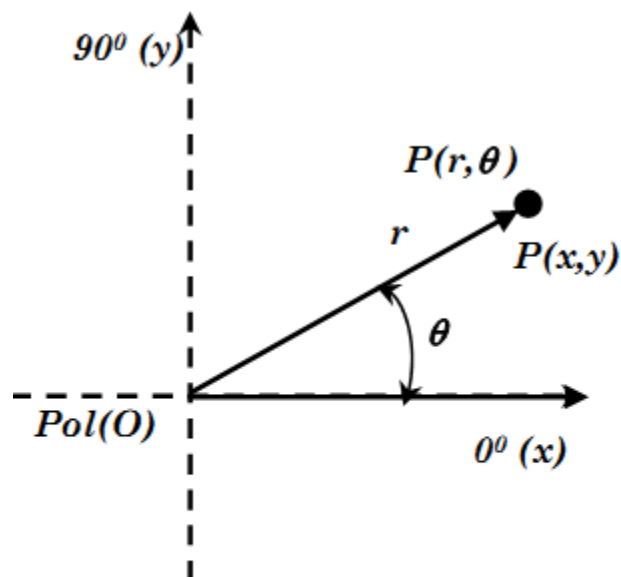
a)



b)

Figura 1.1. Sisteme de coordonate carteziene: a) în spațiul bidimensional,
b) în spațiul tridimensional

SISTEMUL DE COORDONATE POLARE



$$\begin{cases} x = r \cdot \cos(\theta) \\ y = r \sin(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctg(y/x) \end{cases}$$

Figura 1.2. Sistem de coordonate polare în raport cu sistemul de coordonate carteziene.

SISTEMUL DE COORDONATE CILINDRICE

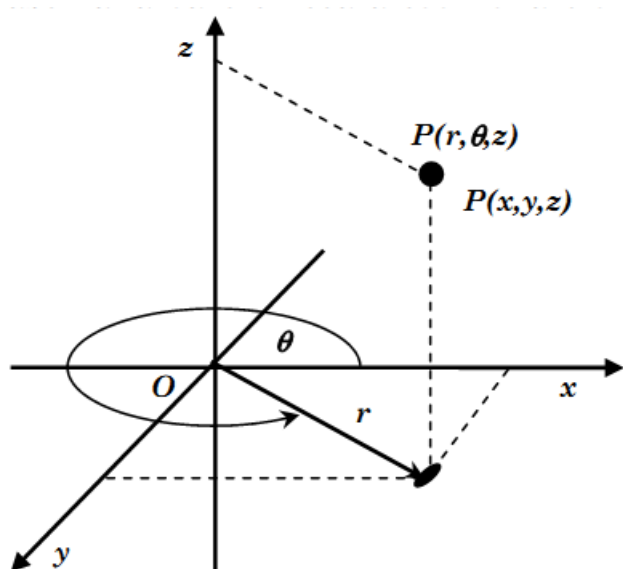


Figura 1.3. Sistem de coordonate cilindrice în raport cu sistemul de coordonate carteziene

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \\ z = z \end{cases}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y > 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

$$\arctg\left(\frac{y}{x} + K\pi\right), \text{ pentru } x \neq 0, K = \begin{cases} 0, & \text{pentru } x > 0, y > 0 \\ 1, & \text{pentru } x < 0 \\ 2, & \text{pentru } x > 0, y < 0 \end{cases}$$

$$z = z$$

SISTEM DE COORDONATE SFERICE

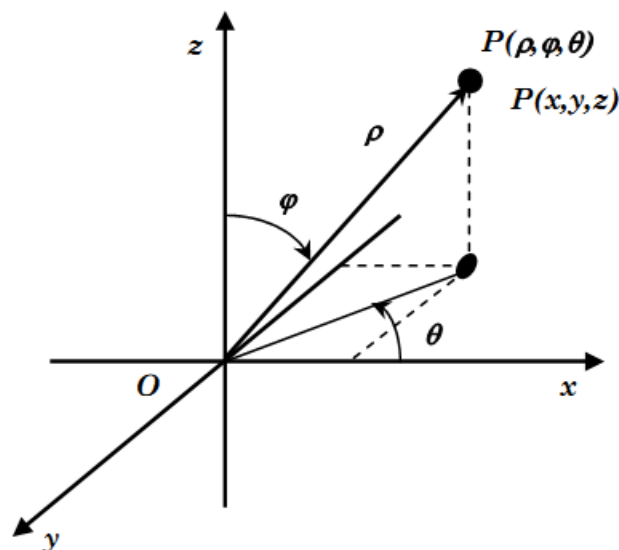


Figura 1.4. Sistem de coordonate sferice în raport cu sistemul de coordonate cartezienne.

$$\begin{cases} x = \rho \sin \varphi \cos \theta \\ y = \rho \sin \varphi \sin \theta \\ z = \rho \cos \varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x^2 + y^2 = 0, z < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x^2 + y^2 = 0, z > 0 \\ \arctg\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), & \text{pentru } x^2 + y^2 \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

SISTEM DE COORDONATE SFERICE

$$\theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y > 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y < 0 \\ \arctg\left(\frac{y}{x}\right) + K\pi, & \text{pentru } x \neq 0, K = \begin{cases} 0, & \text{pentru } x > 0, y > 0 \\ 1, & \text{pentru } x < 0 \\ 2, & \text{pentru } x > 0, y < 0 \end{cases} \end{cases}$$

SISTEM DE REFERINTA UNIVERSAL

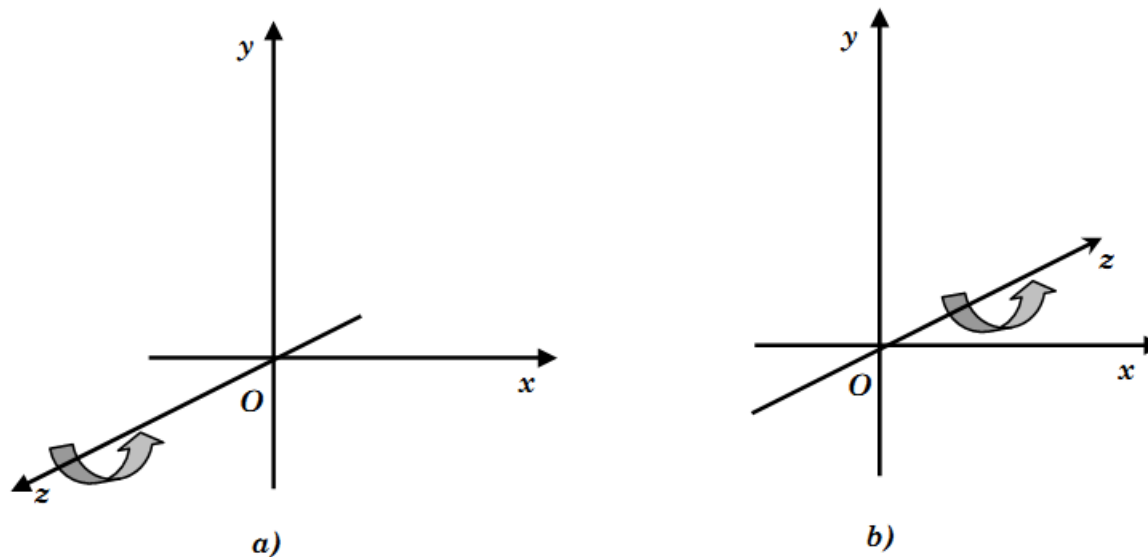


Figura 1.5. Orientarea sistemelor de referință: a) după regula mâinii drepte;
b) după regula mâinii stângi.

Desen tehnic si infografica (2)

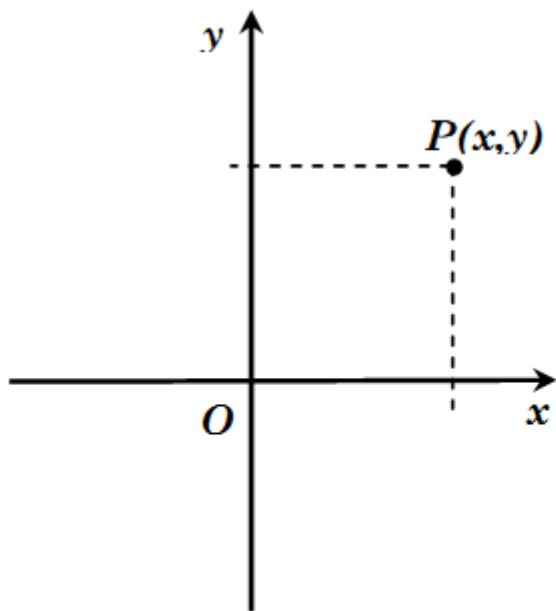
Grafica asistata de calculator

curs 1

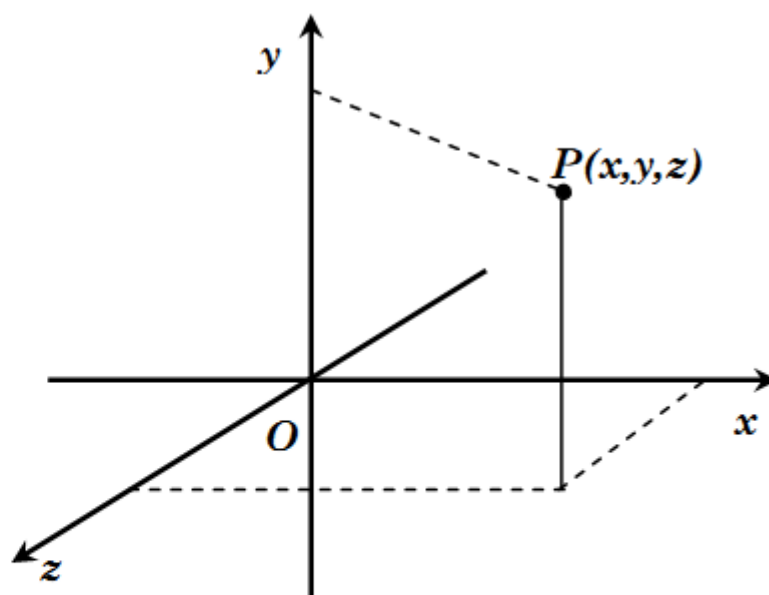
**Transformări geometrice ale figurilor
din plan și spațiu**

SISTEME DE COORDONATE

SISTEMUL DE COORDONATE CARTEZIENE



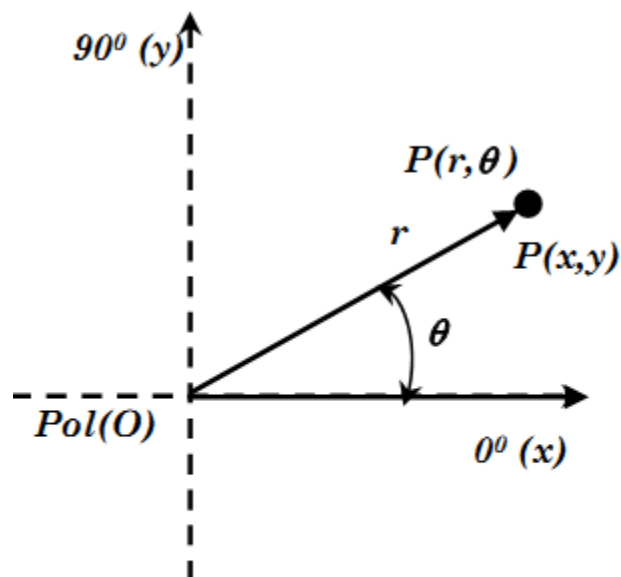
a)



b)

Figura 1.1. Sisteme de coordonate carteziene: a) în spațiul bidimensional,
b) în spațiul tridimensional

SISTEMUL DE COORDONATE POLARE



$$\begin{cases} x = r \cdot \cos(\theta) \\ y = r \sin(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctg(y/x) \end{cases}$$

Figura 1.2. Sistem de coordonate polare în raport cu sistemul de coordonate carteziane.

SISTEMUL DE COORDONATE CILINDRICE

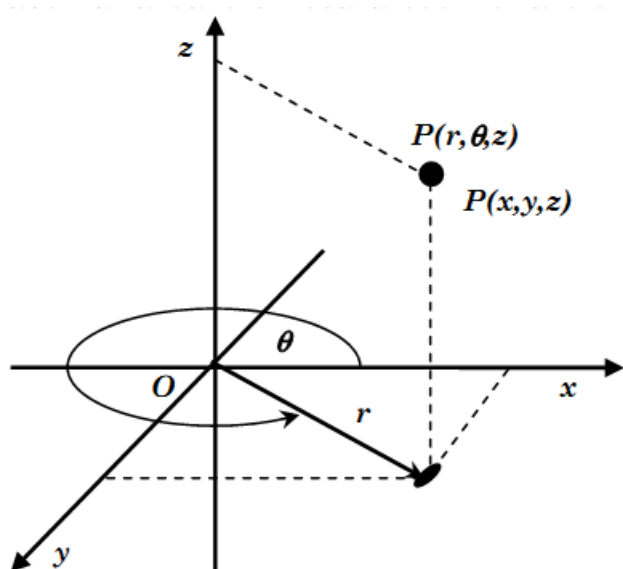


Figura 1.3. Sistem de coordonate cilindrice în raport cu sistemul de coordonate carteziene

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \\ z = z \end{cases}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y > 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

$$\arctg\left(\frac{y}{x} + K\pi\right), \text{ pentru } x \neq 0, K = \begin{cases} 0, & \text{pentru } x > 0, y > 0 \\ 1, & \text{pentru } x < 0 \\ 2, & \text{pentru } x > 0, y < 0 \end{cases}$$

$$z = z$$

SISTEM DE COORDONATE SFERICE

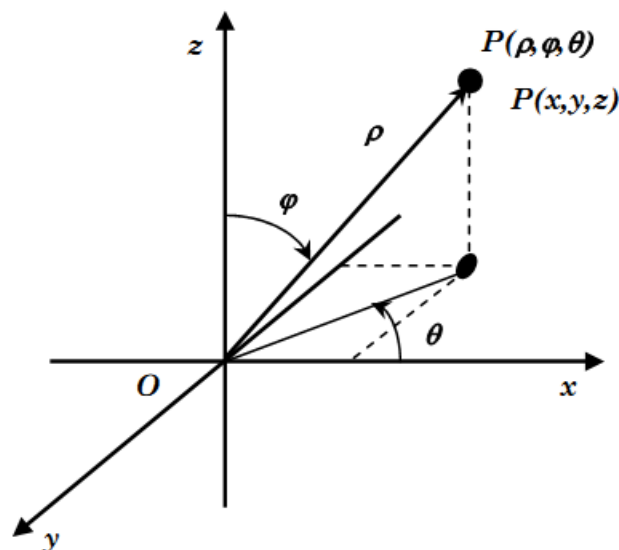


Figura 1.4. Sistem de coordonate sferice în raport cu sistemul de coordonate cartezienne.

$$\begin{cases} x = \rho \sin \varphi \cos \theta \\ y = \rho \sin \varphi \sin \theta \\ z = \rho \cos \varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x^2 + y^2 = 0, z < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x^2 + y^2 = 0, z > 0 \\ \arctg\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), & \text{pentru } x^2 + y^2 \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

SISTEM DE COORDONATE SFERICE

$$\theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y > 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & \text{pentru } x = 0, y < 0 \\ \arctg\left(\frac{y}{x}\right) + K\pi, & \text{pentru } x \neq 0, K = \begin{cases} 0, & \text{pentru } x > 0, y > 0 \\ 1, & \text{pentru } x < 0 \\ 2, & \text{pentru } x > 0, y < 0 \end{cases} \end{cases}$$

SISTEM DE REFERINTA UNIVERSAL

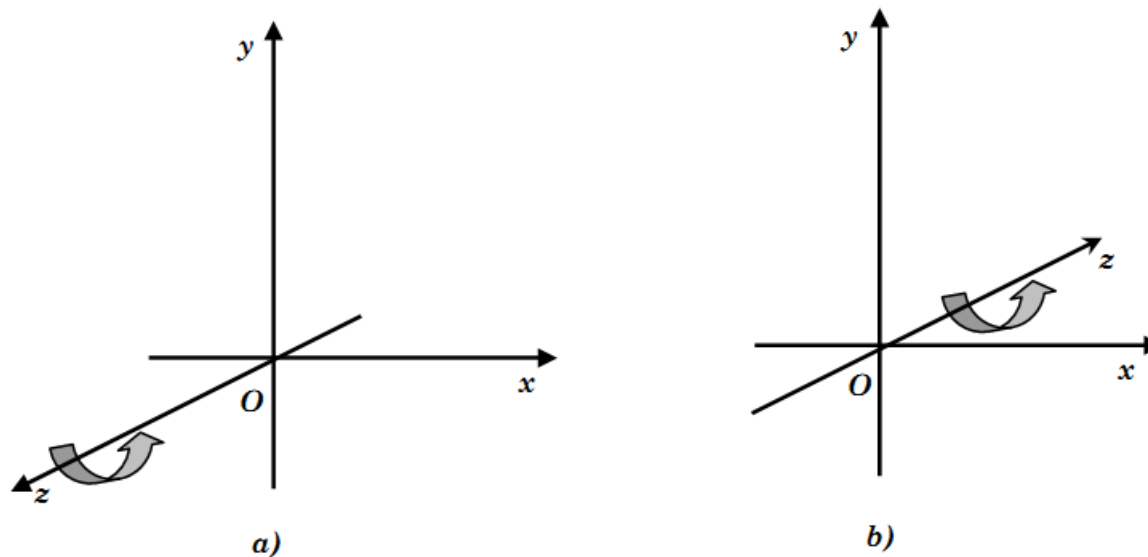


Figura 1.5. Orientarea sistemelor de referință: a) după regula mâinii drepte;
b) după regula mâinii stângi.

Desen tehnic si infografica (2) Grafica asistata de calculator

curs 2

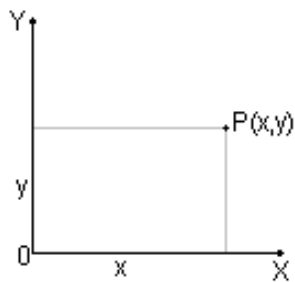
**Transformări geometrice ale figurilor
din plan și spațiu**

Translația

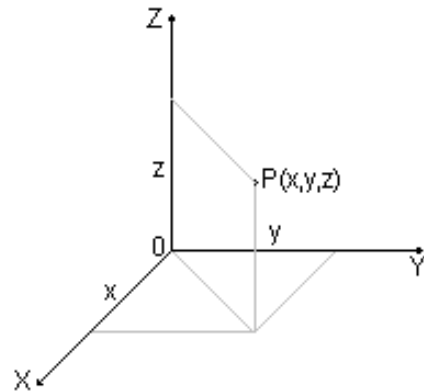
SISTEME DE COORDONATE

-RECAPITULARE CURS 1-

Sistemul de coordonate carteziene

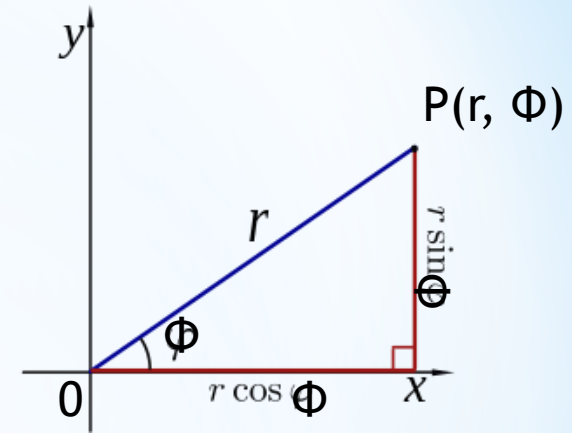


a

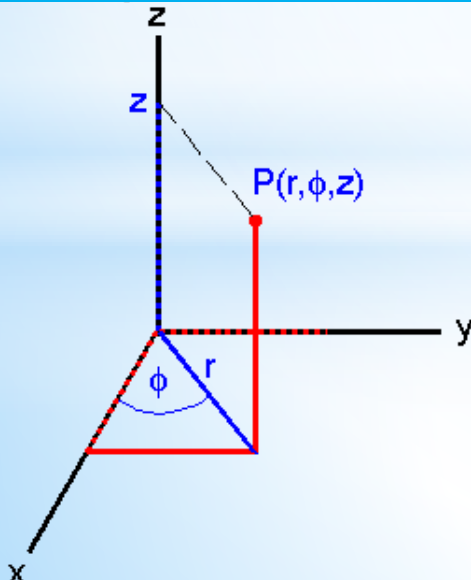


b

Sistemul de coordonate polare

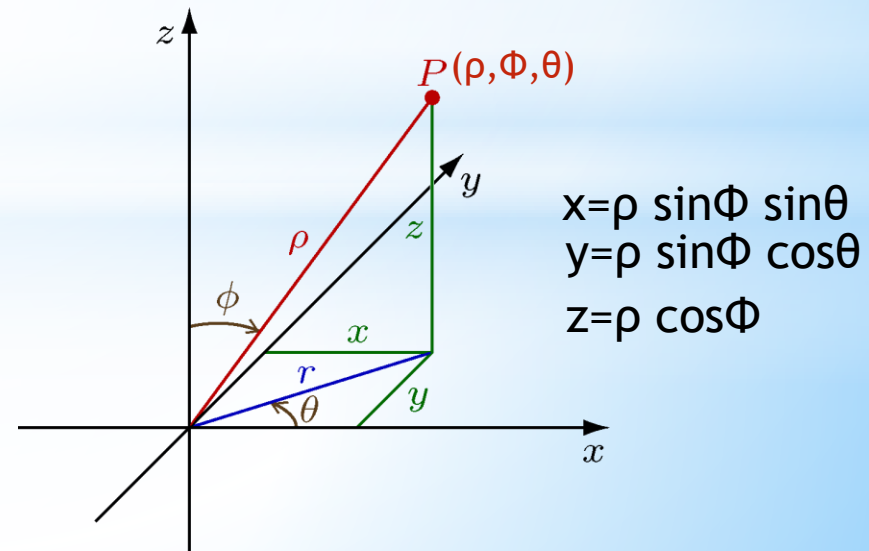


Sistemul de coordonate cilindrice



$$\begin{aligned} y &= r \sin \theta \\ x &= r \cos \theta \\ z &= z \end{aligned}$$

Sistemul de coordonate sferice



$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \Phi \sin \theta \\ y &= \rho \sin \Phi \cos \theta \\ z &= \rho \cos \Phi \end{aligned}$$

ISTORICUL TRANSFORMĂRIILOR GEOMETRICE

Modificarea dimensiunilor și/sau a poziției relative a diverselor obiecte în raport cu un sistem de coordonate se realizează prin aplicarea **transformărilor geometrice**.

Transformările geometrice sunt în esență funcții. Studiul lor este calea principală pe care noțiunea de funcție pătrunde în geometrie. Așadar transformările geometrice sunt elemente de unificare a matematicii școlare.

Transformarea geometrică

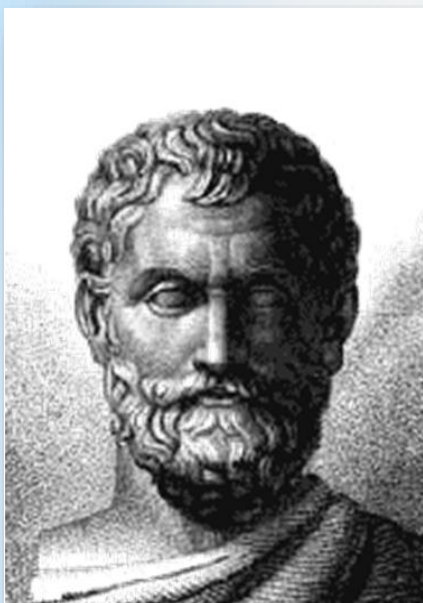
Fie P mulțimea punctelor unui domeniu P .

O funcție $f : P \rightarrow P$ sau o restricție a unei asemenea funcții se numește transformare geometrică.

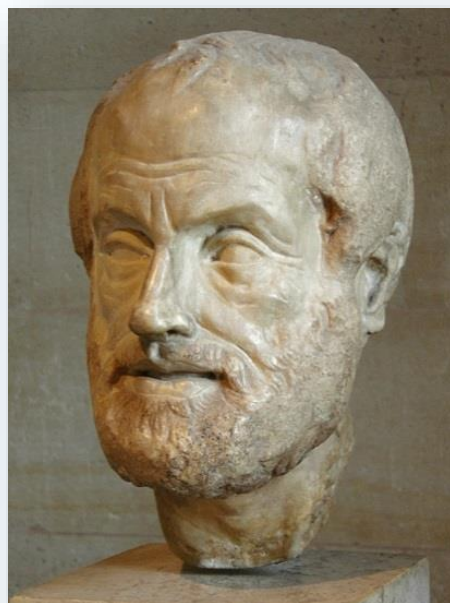
Pentru a utiliza transformările geometrice în rezolvarea unor probleme de geometrie sunt necesare următoarele:

- sa precizăm elementele care definesc transformările geometrice.
- sa cunoaștem cum sa construim imaginea unui punct printr-o transformare geometrică.
- sa determinăm punctele care corespund prin acea transformare geometrică.

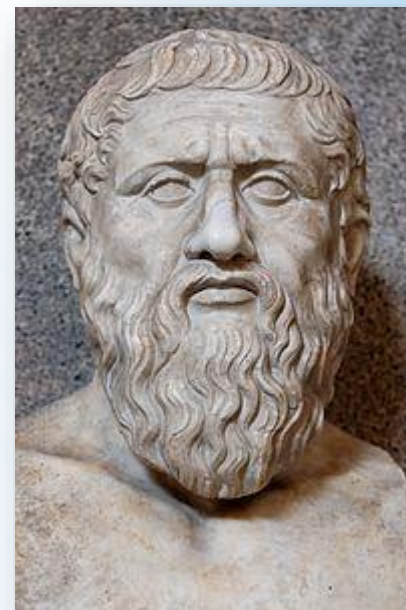
TRANSFORMARILE GEOMETRICE



Thales din Milet
n. cca 640 î.Hr. - 550 î.Hr.

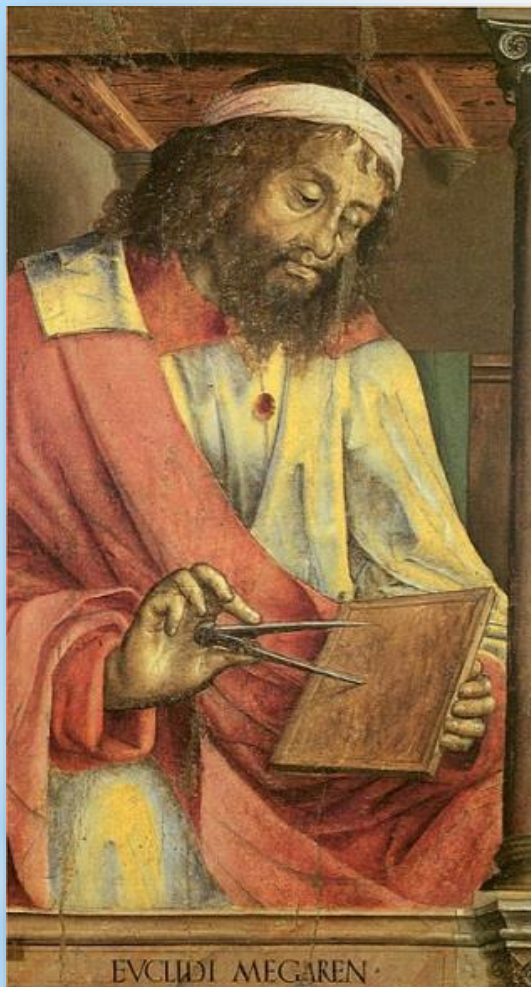


Aristotel
n. 384 î.Hr. - d. 7
martie 322 î.Hr.,
sculptură de Lysippos,
din Muzeul Luvru



Platon n.
cca. 427 î.Hr. —
d. cca. 347 î.Hr.

TRANSFORMARILE GEOMETRICE



„În geometrie nu există drumuri diferite pentru regi”.

Euclid (325-265 I.H.)

„Și cele congruente sunt egale între ele”
„Și întregul este mai mare decât părțile”
„Și două drepte nu închid un spațiu între ele”

„De la un punct până la orice punct se poate duce o linie dreaptă”
„Din orice centru și orice rază poate fi descris un cerc”
„Toate unghiurile drepte sunt egale”
„Punctul este ceva care nu are părți”
„Capetele liniei sunt puncte”

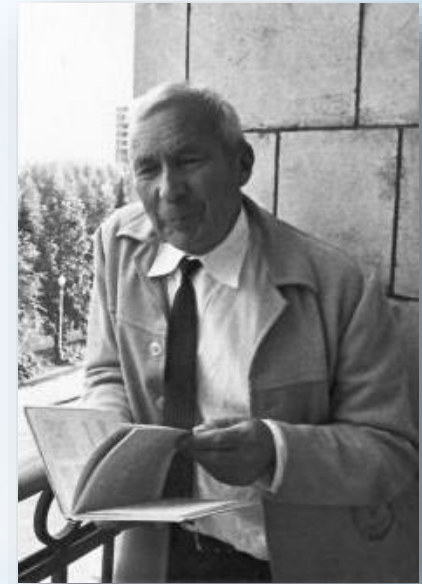
TRANSFOMARILE GEOMETRICE



David Hilbert
(1862 -1943)

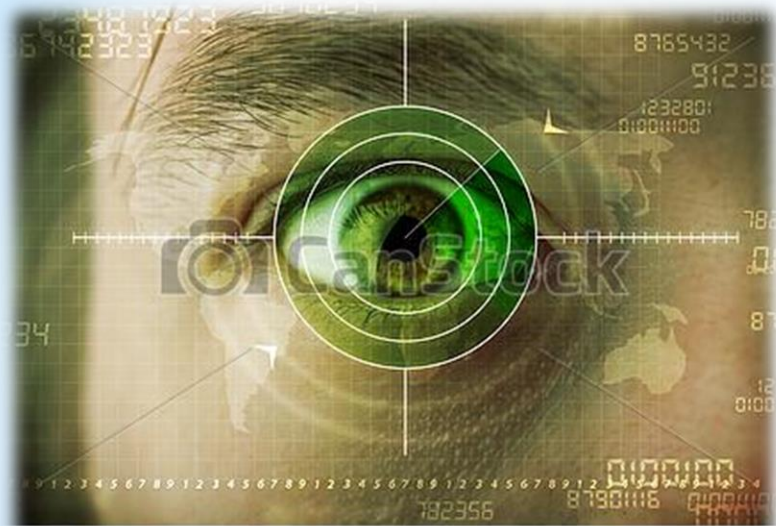


George Birkhoff
(1884 -1944)

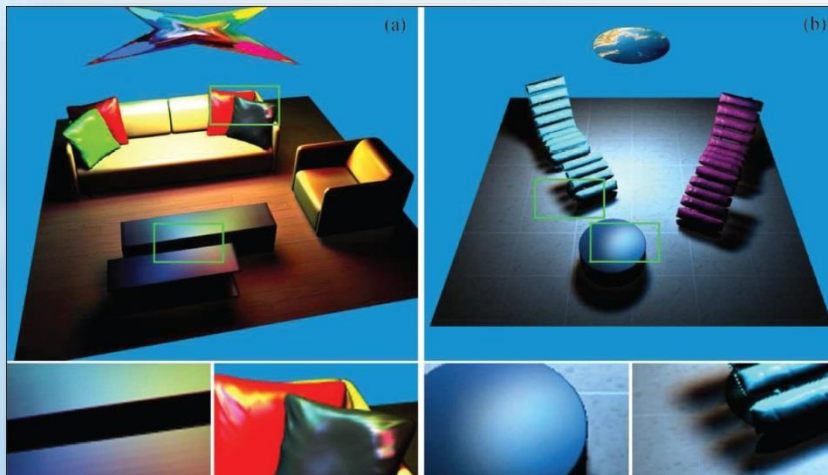
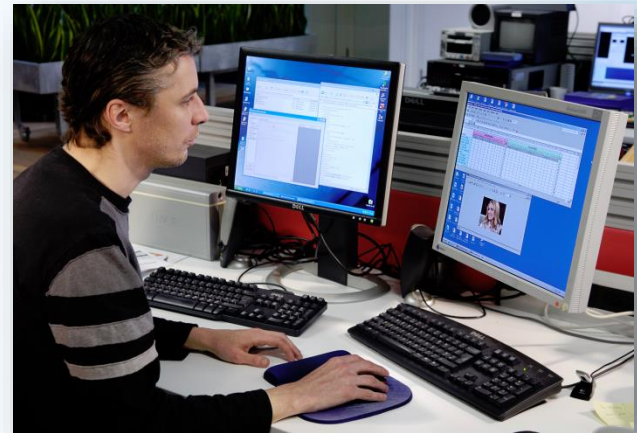


Nikolaevici Kolmogorov
(1903 - 1987)

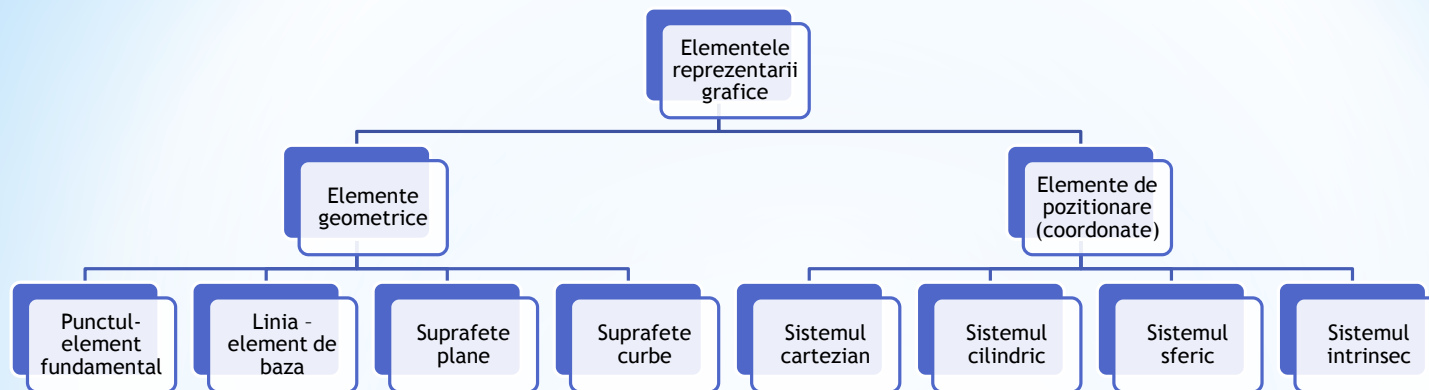
MODELAREA GRAFICĂ CU AJUTORUL CALCULATORULUI



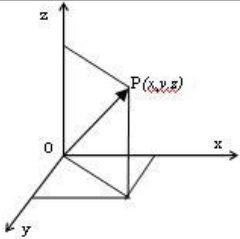
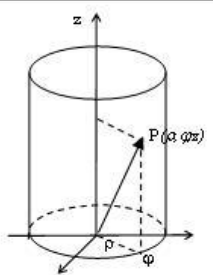
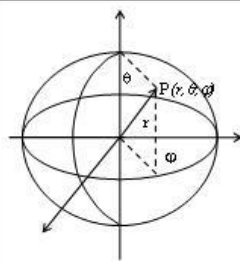
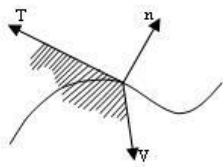
© Can Stock Photo - csp15761427



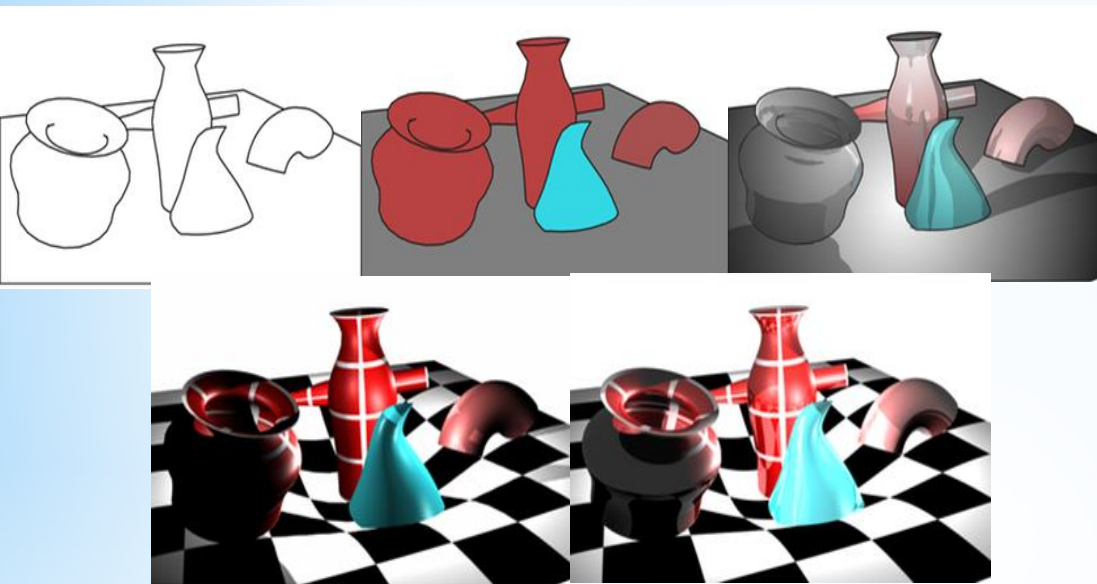
MODELAREA GRAFICĂ CU AJUTORUL CALCULATORULUI



Tabelul 1. Sisteme de coordonate

Sistemul cartezian	Sistemul cilindric	Sistemul sferic	Sistemul intrinsec
			
x, y – coordonate de poziție în plan z – cota	$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ $z = z$	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ $\theta = \arctg\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$	n – normala la traiectorie v – binormală T – tangentă Sistem de coordonate legat de traiectorie, utilizat mai ales în cinematică

MODELAREA GRAFICĂ CU AJUTORUL CALCULATORULUI



Dintr-o foarte simplă imagine, ce constă doar în cateva linii negre se obține o imagine destul de sofisticată cu umbre, reflexii, diferite materiale.

Imaginea de sus a fost procesată pe un PC într-o secundă iar ultima de jos în 3 minute

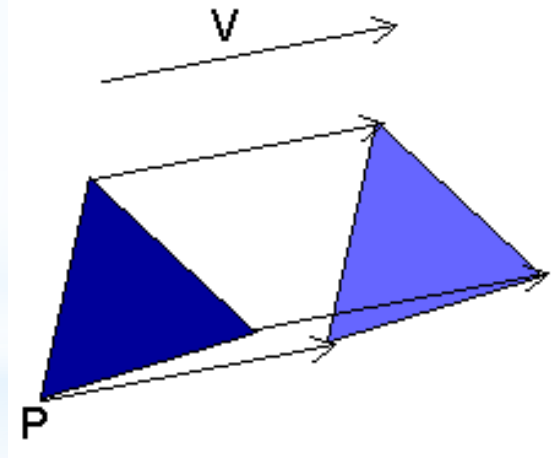
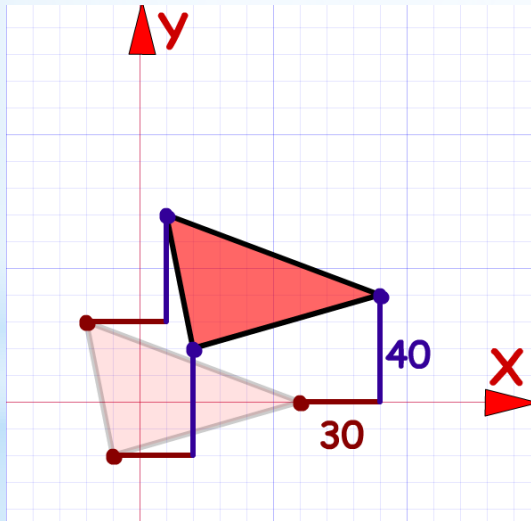


Acesta imagine a fost creată cu ajutorul Programului POV-Ray 3.6 utilizând modulul Radiosity. Paharele, scrumiera si carafa au fost modelate cu programul Rhino iar zarurile cu Cinema 4D

TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE TRANSLATIE

DEFINITIE- toate punctele unui corp se deplasează după o direcție, cu aceeași distanță, astfel încât pozițiile relative ale punctelor rămân neschimbate

- 1.- specificarea deplasărilor corespunzătoare axelor de coordonate ale sistemului de coordonate (pe x, y, z)
2. - specificarea direcției, sensului și mărimii deplasării
3. - specificarea coordonatelor poziției finale în care are loc translația.



$$(x,y) \rightarrow (x+30, y+40)$$

[Click aici pentru exemple](#)

* TRANSFORMARI GEOMETRICE TRIDIMENSIONALE TRANSLATIA

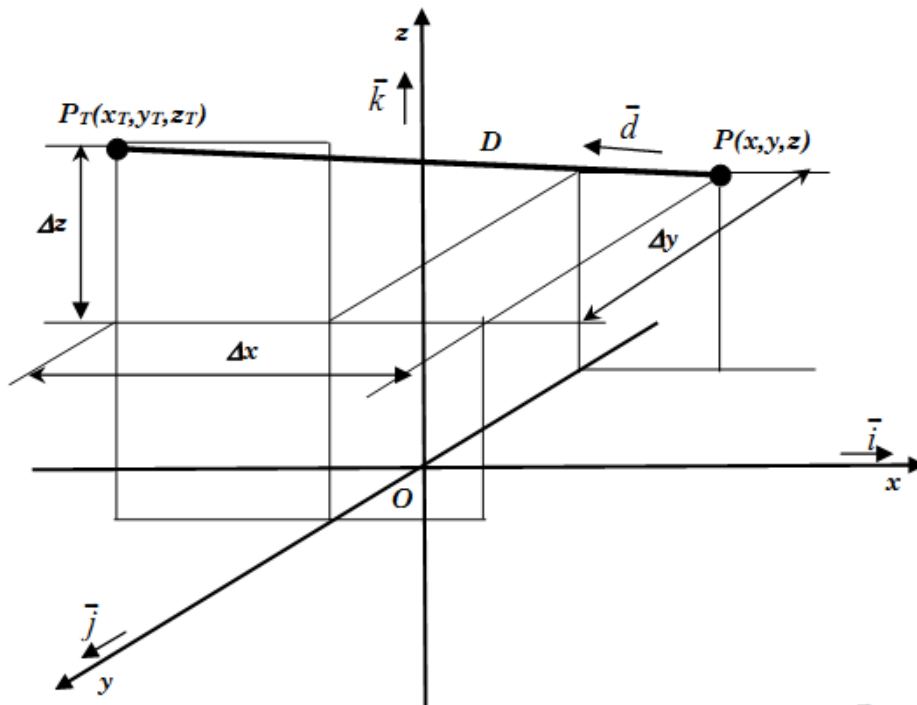


Figura 1.6. Transformarea geometrică de translație a unui punct o $P(x, y, z)$; se obține punctul imagine $P_T(x_T, y_T, z_T)$.

$$\begin{cases} x_T = x + \Delta x \\ y_T = y + \Delta y \\ z_T = z + \Delta z \end{cases}$$

$$\vec{d} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j} + c \cdot \vec{k}$$

$$\frac{\vec{d}}{|\vec{d}|} = \frac{a}{|\vec{d}|} \cdot \vec{i} + \frac{b}{|\vec{d}|} \cdot \vec{j} + \frac{c}{|\vec{d}|} \cdot \vec{k}$$

Vectorul deplasare $\vec{D}$ poate fi scris ca:

$$\vec{D} = D \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot \vec{d} = D \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot \vec{i} + D \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot \vec{j} + D \cdot \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot \vec{k}$$

Dar vectorul deplasare poate fi scris și astfel:

$$\vec{D} = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}$$

$$\Delta x = D \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \Delta y = D \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \Delta z = D \cdot \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\begin{cases} \Delta x = x_T - x \\ \Delta y = y_T - y \\ \Delta z = z_T - z \end{cases}$$

$$[P_T] = [P] + [D] \quad \text{sau} \quad \begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}$$

*TRANSLATIA

Desen tehnic si infografica (2)

Grafica asistata de calculator

curs 3

**Cap 1. Transformări geometrice ale
figurilor din plan și spațiu**

Transformarea de rotație

Axinte Mihai, șef lucrări dr. ing.

*ROTATIA

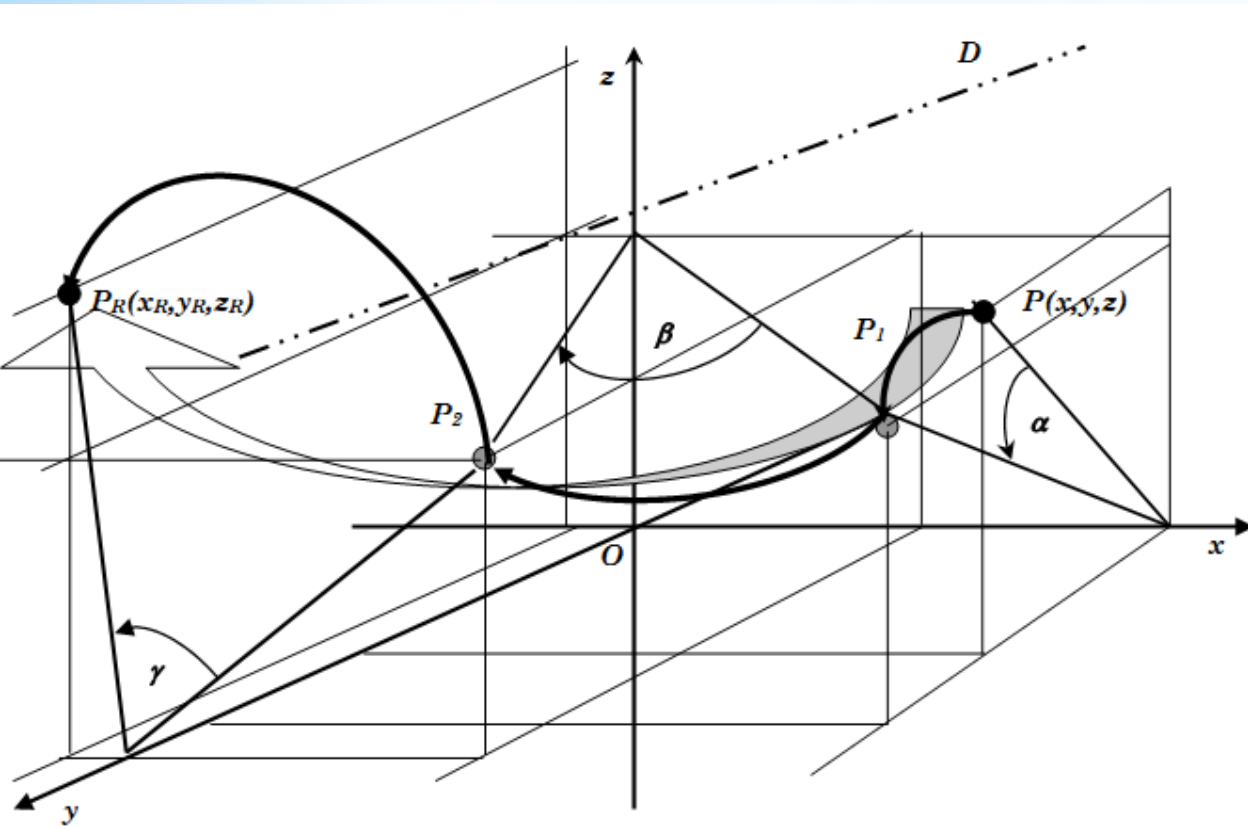
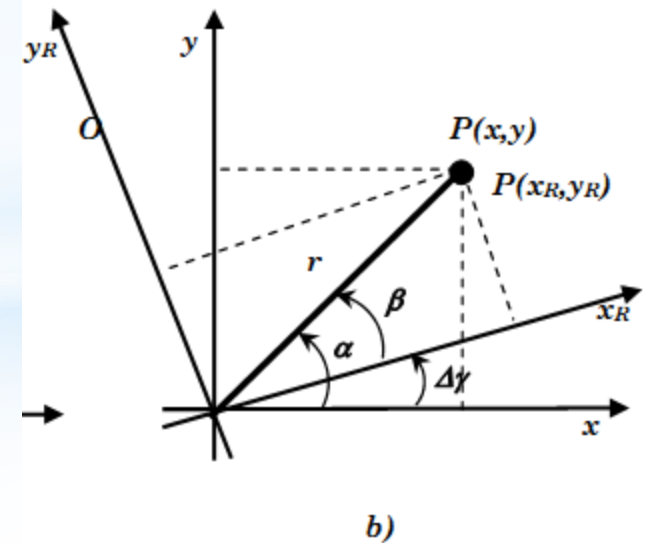
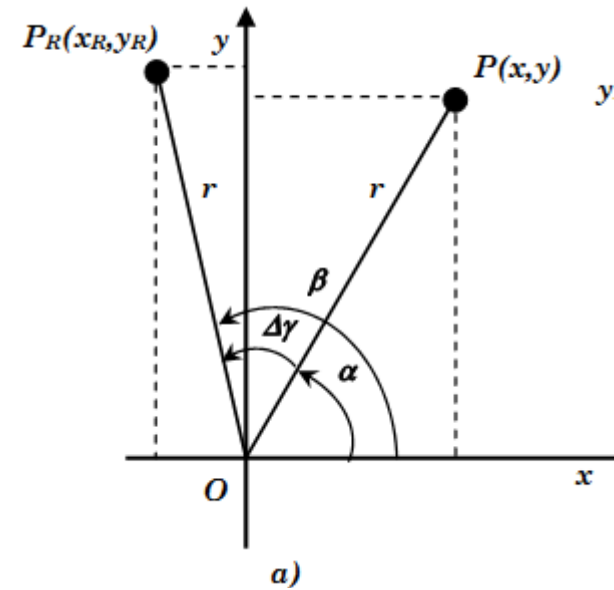


Figura 1.7. Transformarea geometrică de rotație a unui punct față de o direcție oarecare D și descompunerea ei în trei rotații în jurul axelor de coordonate.



*ROTATIA

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \alpha \\ y = r \cdot \sin \alpha \end{cases}, \text{ pentru } P \quad (1.15)$$

$$\begin{cases} x_R = r \cdot \cos \beta \\ y_R = r \cdot \sin \beta \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} x_R = r \cdot \cos(\alpha + \Delta\gamma) \\ y_R = r \cdot \sin(\alpha + \Delta\gamma) \end{cases}, \text{ pentru } P_R \quad (1.16)$$

Folosind relații trigonometrice pentru P_R putem obține:

$$\begin{cases} x_R = r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \Delta\gamma - r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \Delta\gamma \\ y_R = r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \Delta\gamma + r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \Delta\gamma \end{cases} \quad (1.17)$$

sau prin înlocuirea relațiilor (1.15) în relațiile (1.17):

$$\begin{cases} x_R = x \cdot \cos \Delta\alpha - y \cdot \sin \Delta\gamma \\ y_R = y \cdot \cos \Delta\alpha + x \cdot \sin \Delta\gamma \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} x_R = x \cdot \cos \Delta\gamma - y \cdot \sin \Delta\gamma \\ y_R = x \cdot \sin \Delta\gamma + y \cdot \cos \Delta\gamma \end{cases} \quad (1.18)$$

În formă matriceală relațiile (1.18) devin:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\alpha & -\sin \Delta\gamma \\ \sin \Delta\alpha & \cos \Delta\gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta & \sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha & \sin \gamma \sin \alpha - \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \gamma \cos \beta & \cos \gamma \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \gamma \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta & -\cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$[P_R] = [R] \cdot [P]$$

*ROTATIA

Desen tehnic si infografica (2)

Grafica asistata de calculator

curs 4

**Transformări geometrice ale figurilor
din plan și spațiu**

Transformarea de simetrie

Transformarea de simetrie

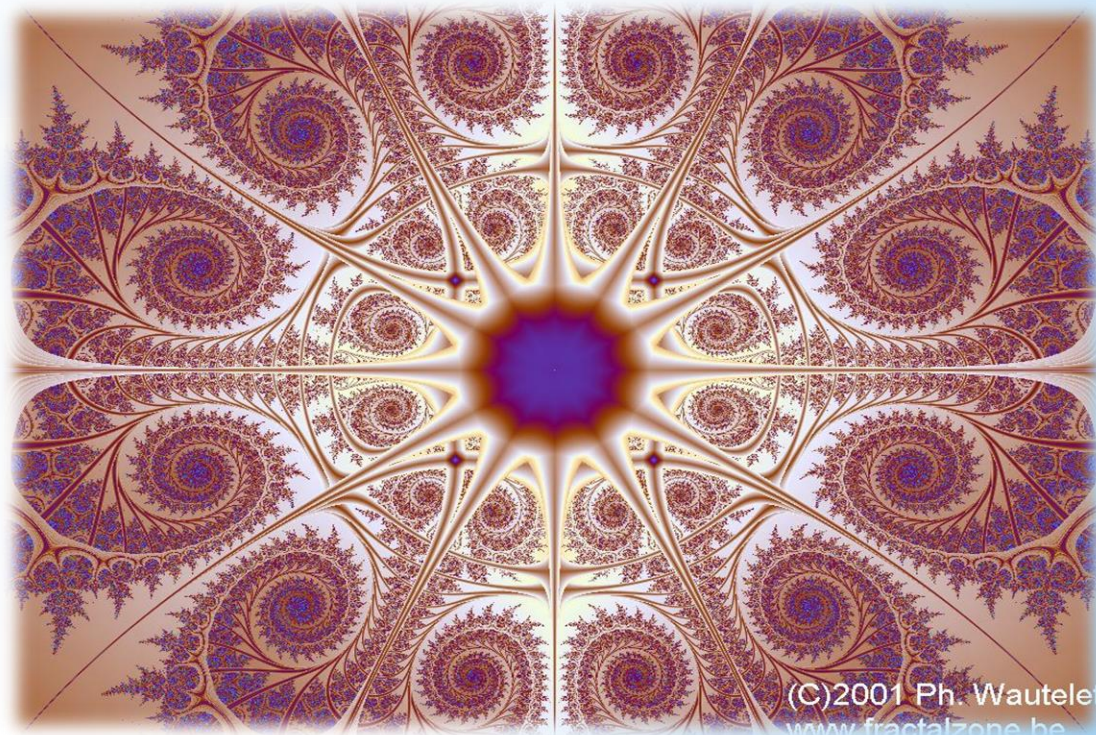
SIMETRIA - Concept universal

CONSIDERAȚII GENERALE - Istoria Simetriei

SIMETRIA ÎN GEOMETRIE - transformarea geometrică de simetrie,

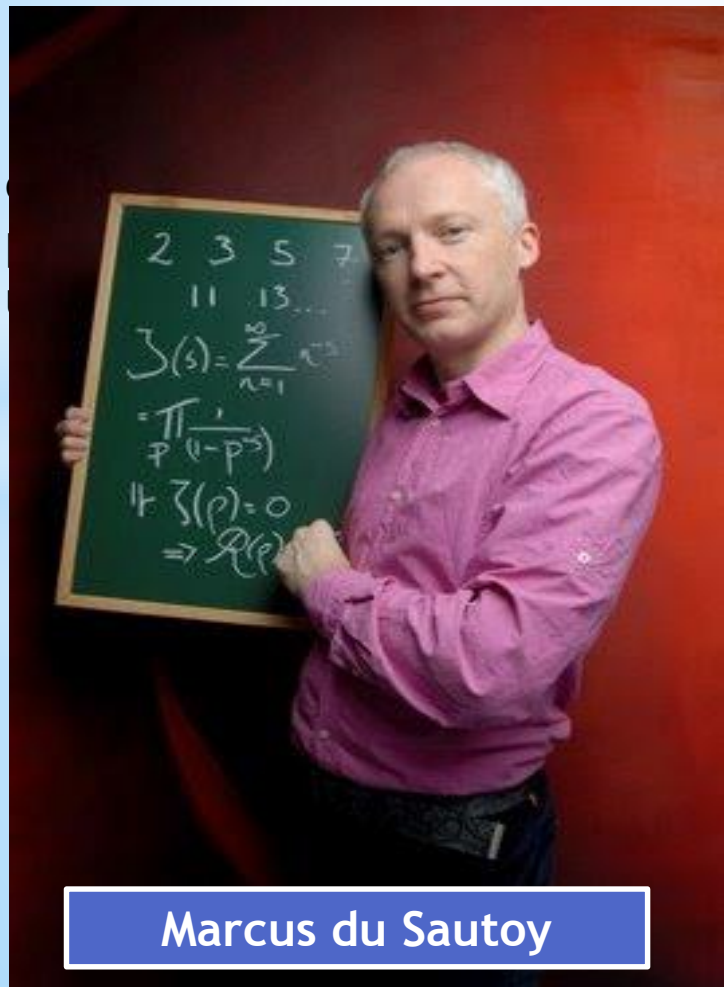
Forma analitică a transformării geometrice de simetrie

Simetria în modelarea grafică cu ajutorul calculatorului



SIMETRIA - CONCEPT UNIVERSAL

SIMETRÍE, (din greacă **συμμετρεῖν**, “symmetrein”, = „măsură împreună”)
syn- împreună + metron măsură

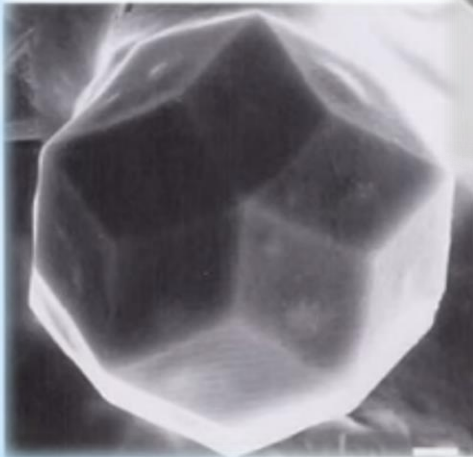


Marcus du Sautoy

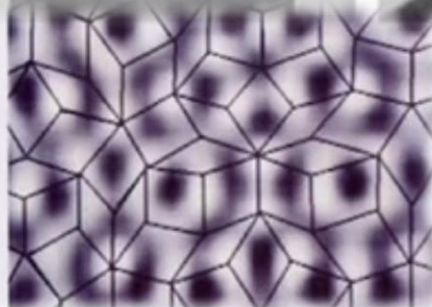
spațial de a fi alcătuit din elemente reciproc
nta, pe această bază, anumite regularități;
armonie între părțile unui tot, între elementele



1. SIMETRIA - CONCEPT UNIVERSAL



Imagine obținută prin microscopie electronică a unui cristal de aliaj metalic



Imaginea microscopică a virusului gripei tip A(H1N1), gripa porcină

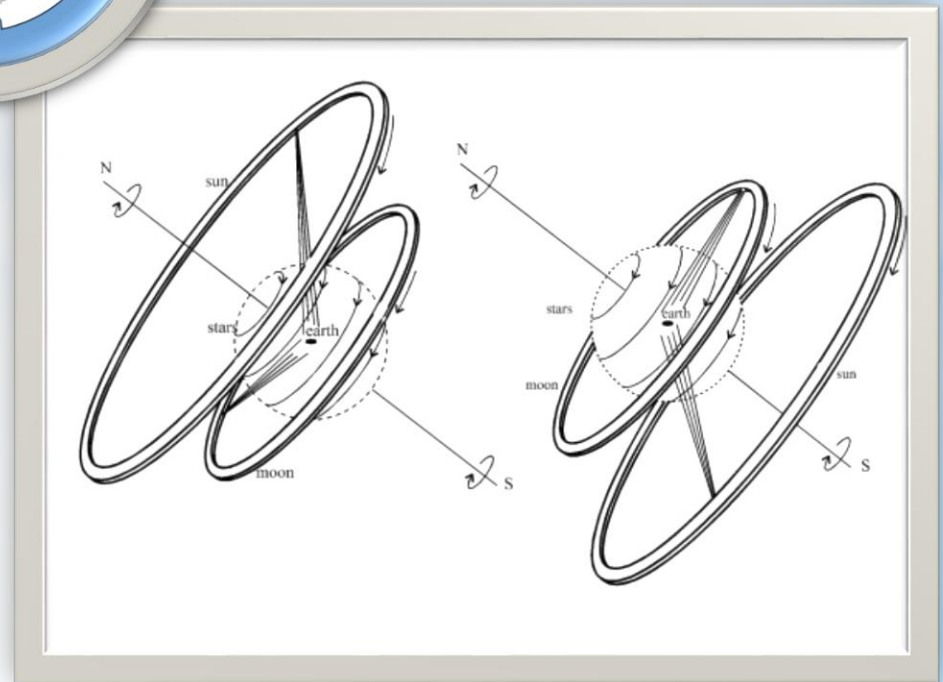
SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



Anaximandru (610-546 î.H.)



Lumea, văzută de
Anaximandru



Modelul geocentric al lui Anaximandru. Prima imagine corespunde solstițiului de vară, iar a doua celui de iarnă.

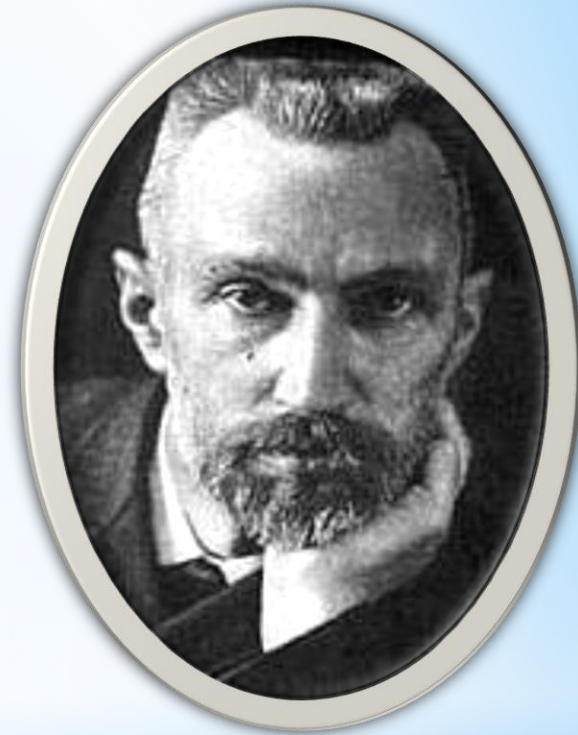
SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



Marie Ennemond Camille Jordan - matematician francez, cunoscut pentru contribuțiile sale în teoria grupurilor și pentru scrierea *Cours d'analyse*

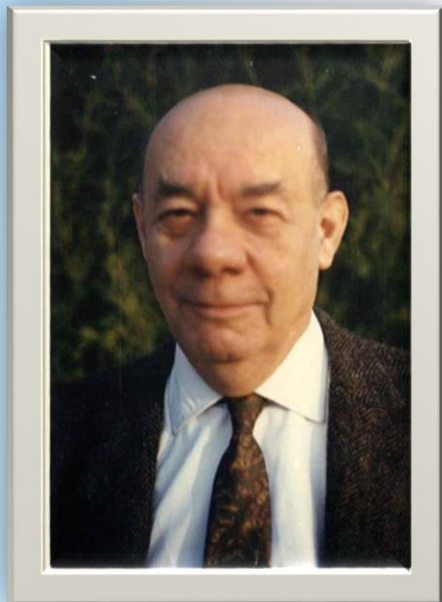


Louis Pasteur (1822-1895)
Savant francez, pionier în domeniul microbiologiei.



Pierre Curie (1859-1906)
laureat al Premiului Nobel în 1903 pentru fizică

SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



**Grigore Constantin
Moisil**
(1906-1973)
Matematician și
pionier în domeniul
computerelor



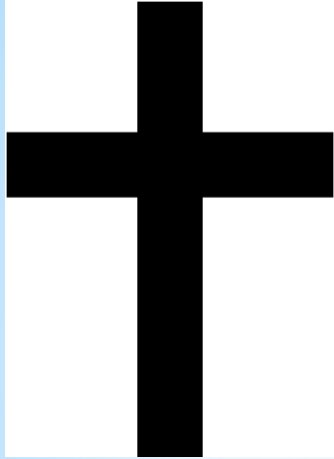
Philip Warren Anderson
n. 1923
Laureat al premiului
Nobel pentru fizica în
anul 1977

A third insight is that the state of a really big system does not at all have to have the symmetry of the laws which govern it; in fact, it usually has less symmetry. The outstanding example of this is the crystal: Built from a substrate of atoms and space according to laws which express the perfect homogeneity of space, the crystal suddenly and unpredictably displays an entirely new and very beautiful symmetry. The general rule, however, even in the case of the crystal, is that the large system is less symmetrical than the underlying structure would suggest: Symmetrical as it is, a crystal is less symmetrical than perfect homogeneity.

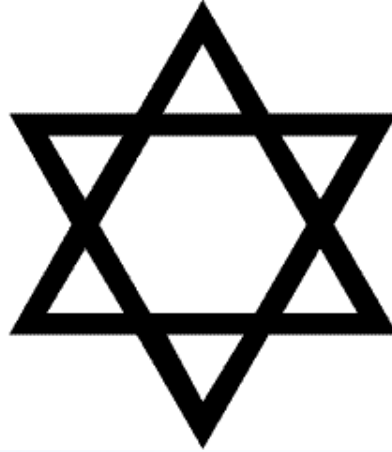
“....starea unor sisteme mari nu posedă simetria unor legi care le guvernează; de fapt de obicei au mai puțină simetrie. Un exemplu remarcabil este cristalul: construit din substrate de atomi și spații, în concordanță cu legile care exprimă omogenitatea perfectă a spațiului, cristalul brusc și neprevăzut prezintă o simetrie foarte spectaculoasă, cu totul nouă. Regula generală, chiar și în cazul cristalelor este că sistemele mari nu sunt atât de simetrice pe cât ar sugera structura internă. Simetric, așa cum este, cristalul este mai puțin simetric decât omogenitatea perfectă.”

Fragment din lucrarea “More is Different “
(Mai mult înseamnă altceva)- August 1972

SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



crucea creștină



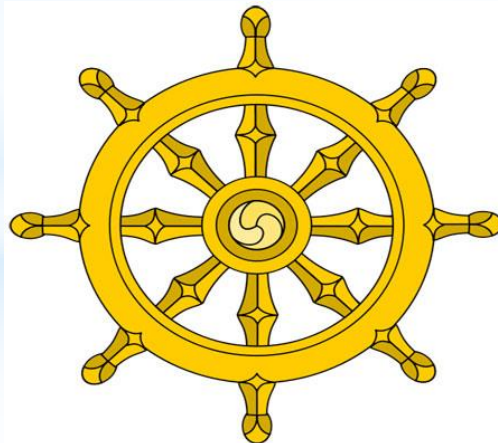
steaua iudaică



simbolul taiji (yin si yang)



simbolul hinduismului

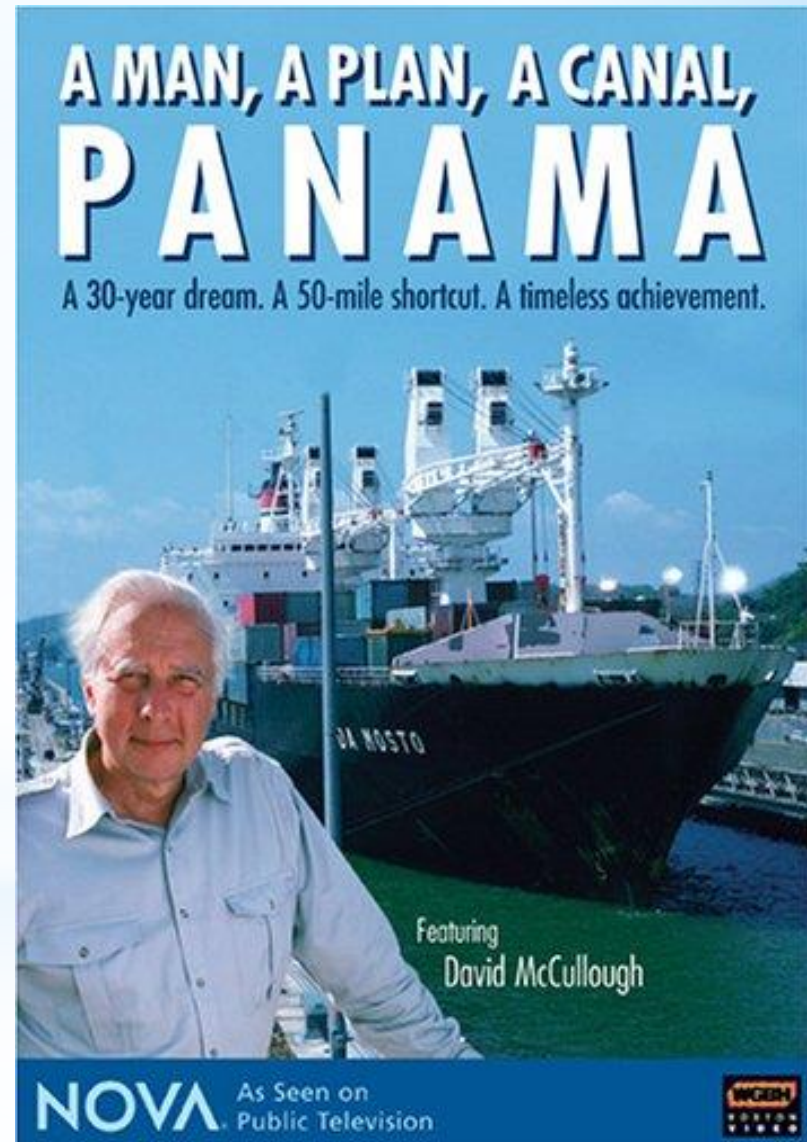


simbolul budismului



simbolul shintoismului

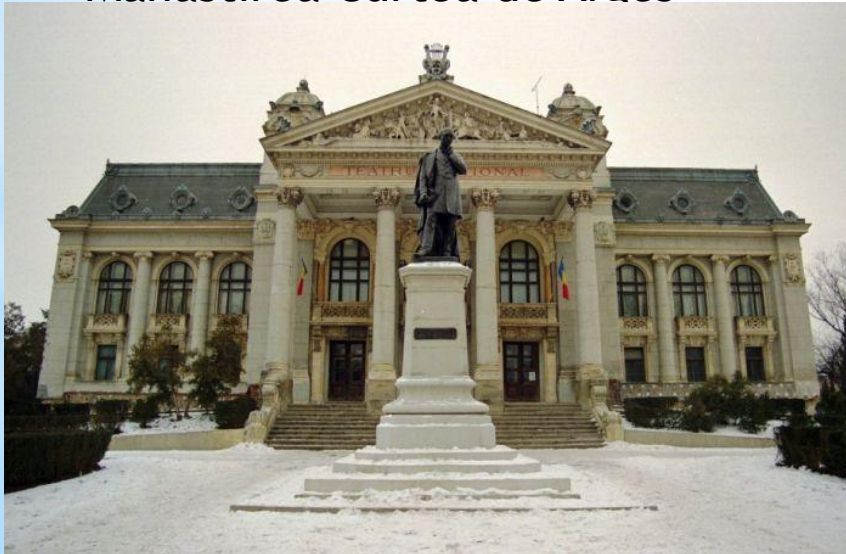
“Madam, I’m Adam”



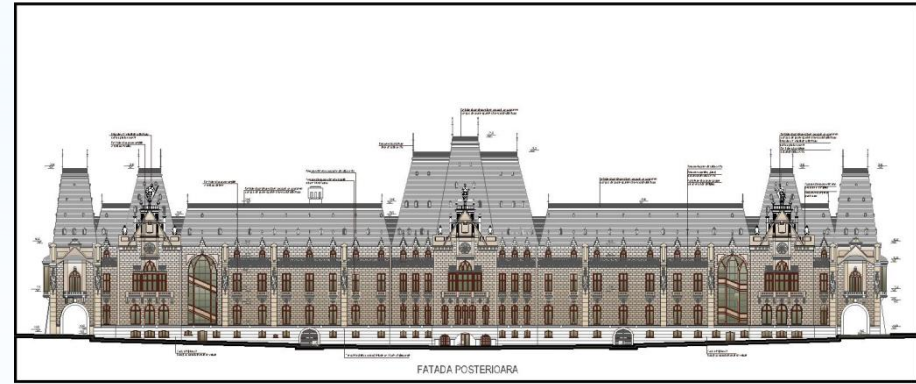
SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



Mănăstirea Curtea de Argeș



Teatrul National - Iasi



Palatul Culturii - Iasi



SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



Casa Presei Libere - Bucuresti

SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



Palatul Parlamentului - Bucuresti

SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



Turnul din Pisa este cunoscut drept cea mai înclinată clădire, însă Cartea Recordurilor a omologat în anul 2010 „Capital Gate” din Abu Dhabi drept cel mai înclinat turn din lume

SIMETRIA CONCEPT UNIVERSAL - DIN ISTORIA SIMETRIEI -



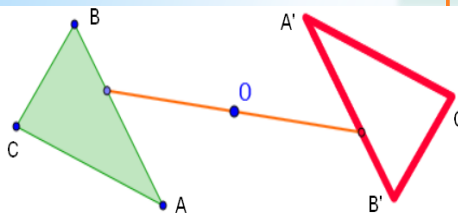
Casa Arhitectilor - Bucuresti -
lângă Piața Revoluției



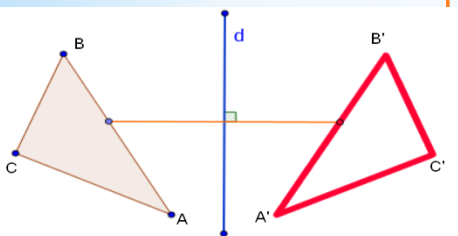
Cladirea dansanta din Praga este
construita din sticla si reprezinta un
barbat si o femeie dansand impreuna

TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE SIMETRIE

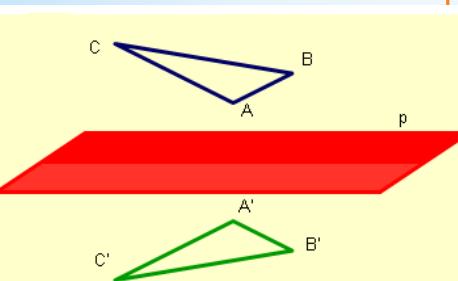
In functie de obiectul
in raport cu care se
defineste simetria



Fata de un
punct,
(centrala)



Fata de o
dreapta,
(axiala)



Fata de un
plan,
(oglindire)

In functie de modul
de propagare al
simetriei

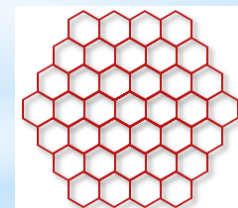
Reflexie



Rotatională



De
translatie



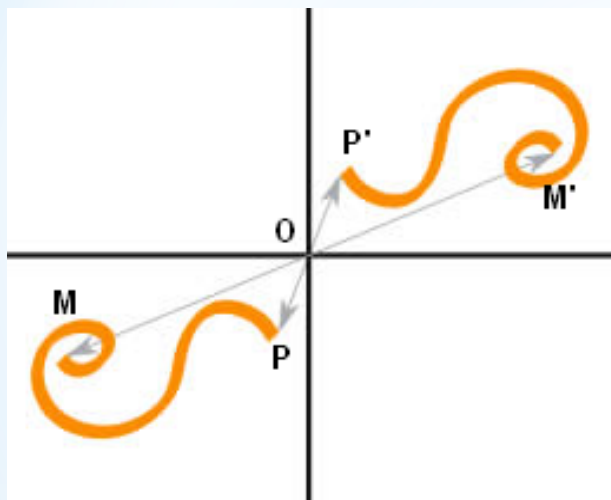
Reflexie cu
alunecare



TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE SIMETRIE

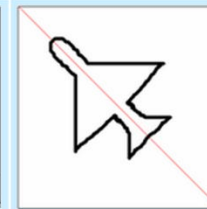
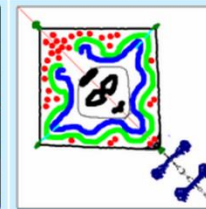
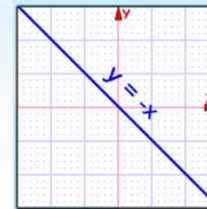
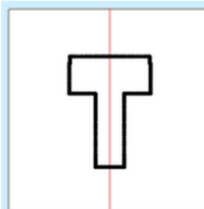
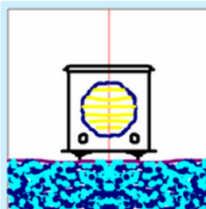
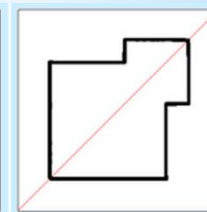
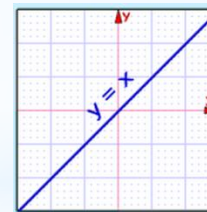
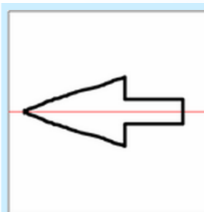
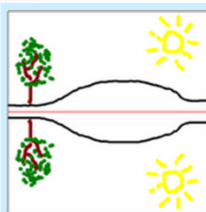
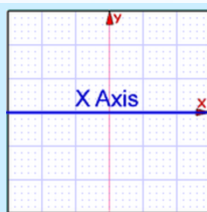
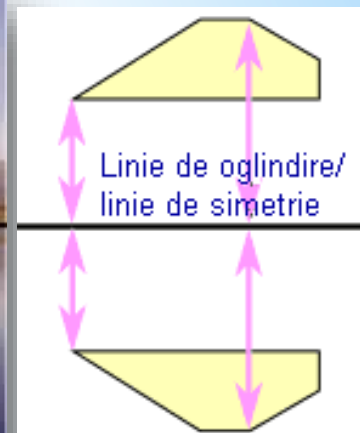
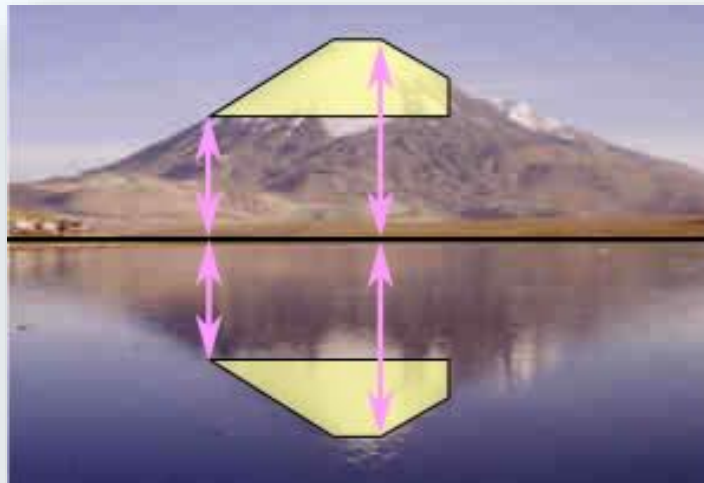
Simetria față de un punct - Simetria centrală

Simetricul unui punct P față de un punct O este punctul P' cu proprietatea ca O este mijlocul segmentului $[PP']$.



TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE SIMETRIE

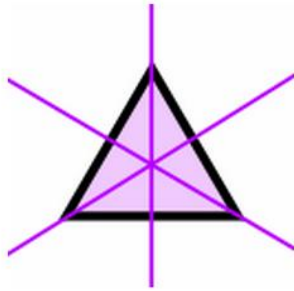
Simetria prin reflexie față de o dreaptă sau un plan.



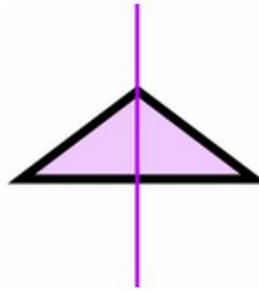
Pentru crearea acestor imagini s-a utilizat o aplicatie disponibila on-line „[Symmetry Artist](#)”

TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE SIMETRIE

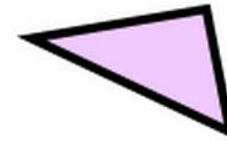
Simetria prin reflexie față de o dreaptă sau un plan.



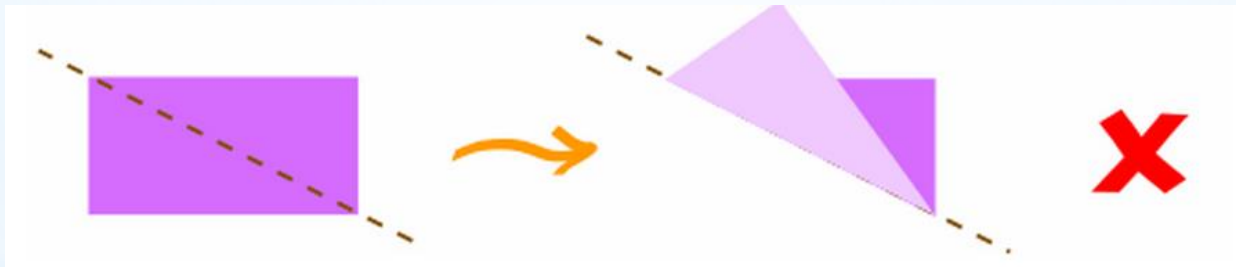
echilateral
3 linii de simetrie



isoscel
1 linie de simetrie

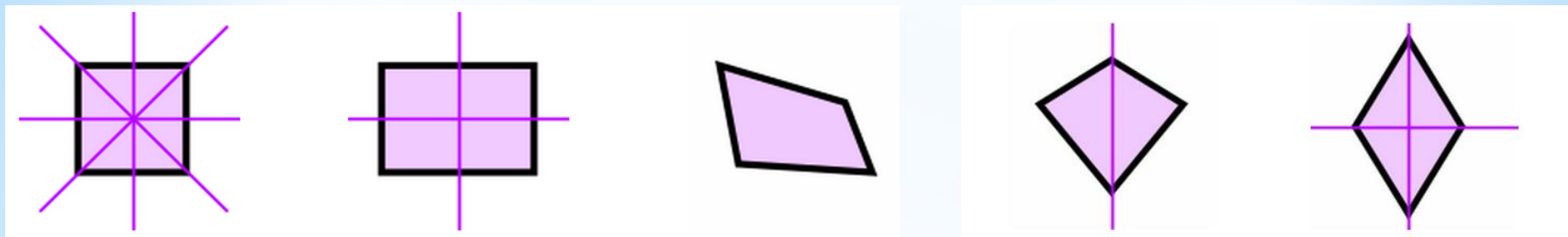


scalen
fără linie de simetrie

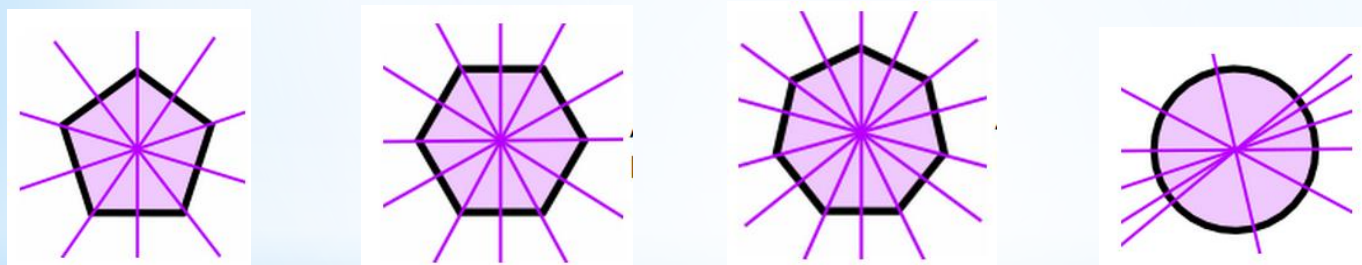


TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE SIMETRIE

Simetria prin reflexie față de o dreaptă sau un plan.



Poligoane regulate



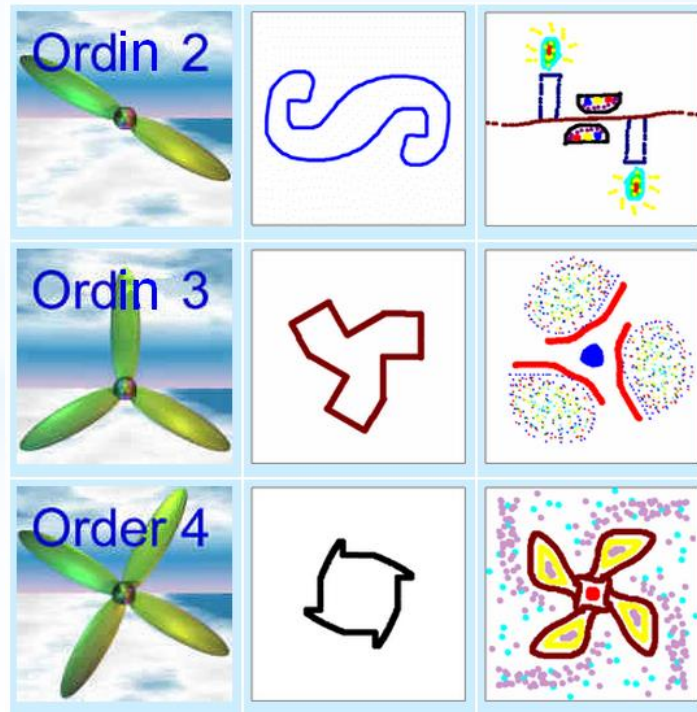
TRANSFORMAREA GEOMETRICĂ DE SIMETRIE

Simetria prin rotație



Pentru a descrie simetria de rotație, trebuie să specificăm următoarele:

1. Centrul de rotație. Acesta este un punct fix după care se rotește figura.
2. Unghiul de rotație. Acesta este cel mai mic unghi după care se poate roti pentru a arata la fel ca în poziția originală.



*SIMETRIA

Figura 1.11. Simetria în raport cu planul Oxy .

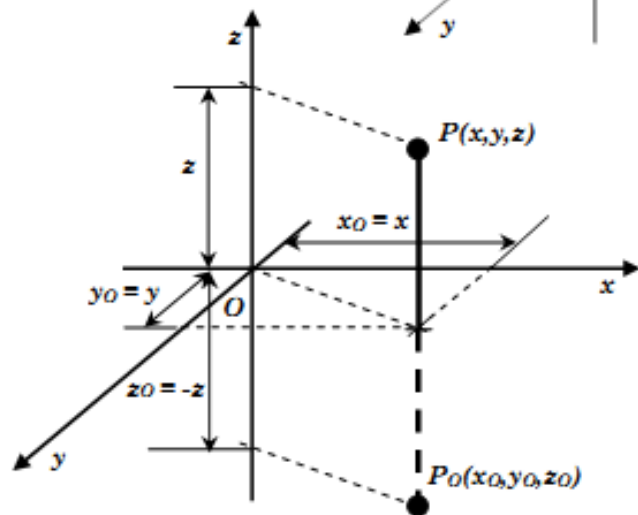
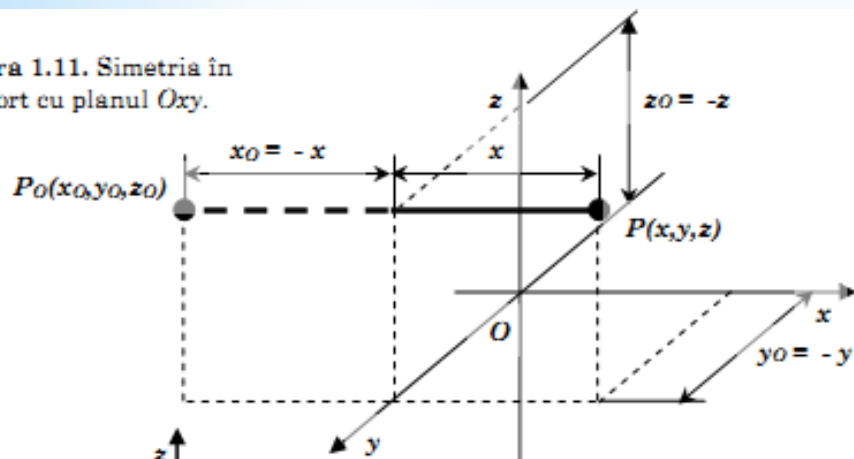


Figura 1.12. Simetria în raport cu planul Oyz .

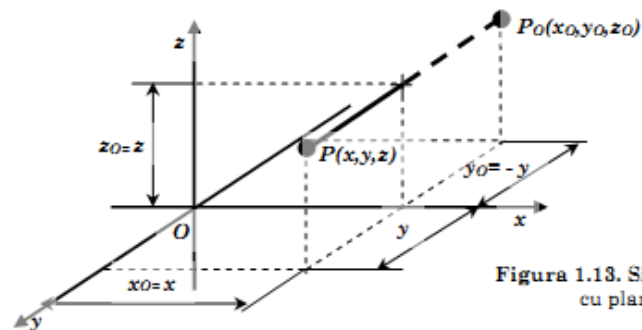


Figura 1.13. Simetria în raport cu planul Ozx .

*SIMETRIA

Relațiile de transformare față de cele trei plane Oxy , Oyz , Ozx sunt următoarele:

$$\begin{cases} x_o = x \\ y_o = y \\ z_o = -z \end{cases} \text{ (planul } Oxy), \begin{cases} x_o = -x \\ y_o = y \\ z_o = z \end{cases} \text{ (planul } Oyz), \begin{cases} x_o = x \\ y_o = -y \\ z_o = z \end{cases} \text{ (planul } Oxz) \quad (1.41)$$

Sub formă matriceală relațiile (1.41) devin:

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ (planul } Oxy) \quad (1.42)$$

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ (planul } Oyz) \quad (1.43)$$

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ (planul } Oxz) \quad (1.44)$$

*SIMETRIA

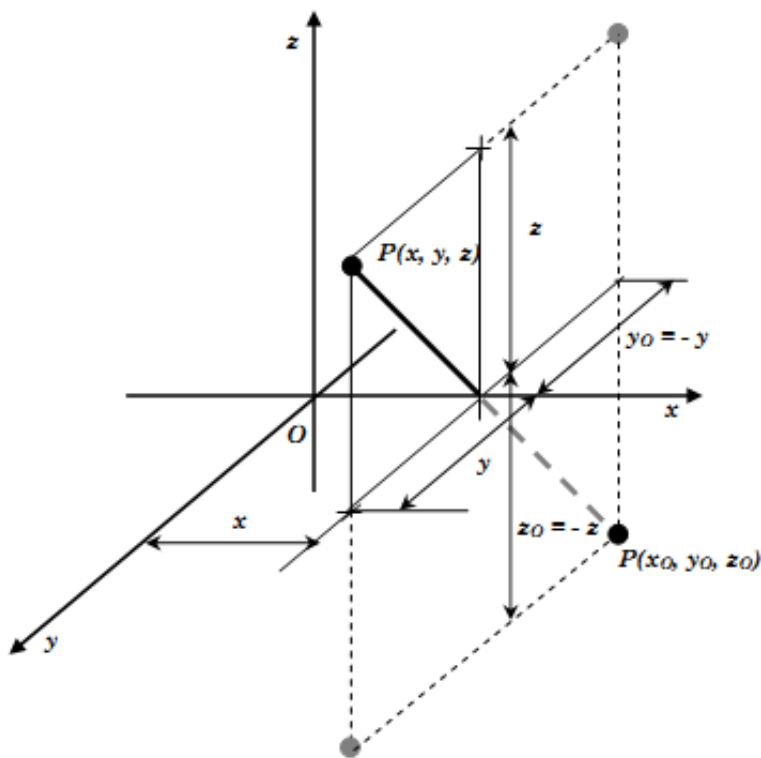


Figura 1.14. Transformarea de simetrie în raport cu axa Ox a sistemului de coordonate carteziene.

Relațiile de transformare în raport cu axele sistemului de coordonate Ox, Oy, Oz sunt următoarele:

$$\begin{cases} x_o = x \\ y_o = -y \text{ (axa } Ox), \\ z_o = -z \end{cases} \quad \begin{cases} x_o = -x \\ y_o = y \text{ (axa } Oy), \\ z_o = -z \end{cases} \quad \begin{cases} x_o = -x \\ y_o = -y \text{ (axa } Oz) \\ z_o = z \end{cases} \quad (1.45)$$

În formă matriceală relațiile (1.45) devin:

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{axa } Ox) \quad (1.46)$$

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{axa } Oy) \quad (1.47)$$

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{axa } Oz) \quad (1.48)$$

*SIMETRIA

În cazul simetriei față de originea sistemului de coordonate, punctul O , relațiile de transformare sunt următoarele:

$$\begin{cases} x_o = -x \\ y_o = -y \text{ (originea } O) \\ z_o = -z \end{cases} \quad (1.49)$$

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

Desen tehnic si Infografică (2); Note de curs

- Curs 5 -

SCALAREA

Spre deosebire de transformările de translație și rotație, transformarea de scalare are ca efect modificarea distanțelor și poziției relative a punctelor unui obiect. Altfel spus, prin scalare este posibilă distorsionarea formei unui obiect. Există mai multe posibilități de scalare: (1) scalarea fără distorsionare, când după aplicarea transformării se obține un obiect care respectă condițiile de asemănare, (2) scalarea cu distorsionare, când după aplicarea transformării forma și poziția relativă a punctelor nu rămân identice. În primul caz, se utilizează un factor de scară global (S_{gl}), iar în cel de-al doilea factori de scară diferiți (S_{Ox} , S_{Oy} , S_{Oz}) pentru fiecare direcție a axelor de coordonate.

Relațiile de transformare pentru un punct sunt descrise de ecuațiile:

$$\begin{cases} x_S = S_{gl} \cdot x \\ y_S = S_{gl} \cdot y \\ z_S = S_{gl} \cdot z \end{cases} \text{ sau matriceal } \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{gl} & 0 & 0 \\ 0 & S_{gl} & 0 \\ 0 & 0 & S_{gl} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Pentru factori diferiți de scalare pe cele trei axe vom avea ecuațiile:

$$\begin{cases} x_S = S_{Ox} \cdot x \\ y_S = S_{Oy} \cdot y \\ z_S = S_{Oz} \cdot z \end{cases} \text{ sau matriceal } \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{Ox} & 0 & 0 \\ 0 & S_{Oy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{Oz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Iar prin compunere obținem:

$$\begin{cases} x_S = S_{gl} \cdot S_{Ox} \cdot x \\ y_S = S_{gl} \cdot S_{Oy} \cdot y \\ z_S = S_{gl} \cdot S_{Oz} \cdot z \end{cases}$$

Scrise sub formă matriceală relațiile devin:

$$\begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{gl} \cdot S_{Ox} & 0 & 0 \\ 0 & S_{gl} \cdot S_{Oy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{gl} \cdot S_{Oz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = S_{gl} \cdot \begin{bmatrix} S_{Ox} & 0 & 0 \\ 0 & S_{Oy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{Oz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

SISTEME DE COORDONATE OMOGENE

Parcurgerea relațiilor corespunzătoare transformărilor geometrice tridimensionale primitive (translația, rotația, scalarea) sunt de fapt expresii matriceale care includ înmulțiri în cazul rotației și a scalării și adunare în cazul translației. Prezentarea prin relații analoge a acestor transformări este posibilă prin folosirea unui sistem de coordonate cu patru dimensiuni, numit *sistem de coordonate omogene*. Utilizarea acestui sistem de coordonate face posibilă și compunerea transformărilor geometrice prin folosirea matricelor de transformare într-un mod unitar, conform relației:

$$[C_{tr}] = [T_i] \cdot [C]$$

În care $[C_{tr}]$ este matricea coordonatelor după transformare, $[T_i]$ este matricea de transformare (i arată faptul că există mai multe transformări), iar $[C]$ este matricea coordonatelor înainte de transformare.

Considerăm un punct oarecare P, care are coordonatele x, y, z în sistemul de coordonate carteziane. Acest punct, în sistemul de coordonate omogene are coordonatele u, v, w, n, adică P(u, v, w, n). De obicei, coordonata omogenă n are valoarea 1 (așa numita normă dimensională). Coordonatele carteziane se obțin din coordonate omogene cu relațiile:

$$\begin{cases} x = u / n \\ y = v / n \\ z = w / n \end{cases}$$

Două puncte P₁, P₂ reprezentate în coordonate omogene sunt identice dacă există relațiile:

$$u_1/n_1 = u_2/n_2, v_1/n_1 = v_2/n_2, w_1/n_1 = w_2/n_2$$

Exprimarea în coordonate omogene face ca toate matricile de transformare să fie de dimensiune 4x4 și toate transformările să poată fi exprimate ca produse de matrici. Dacă n = 1, relațiile anterioare devin:

$$\begin{cases} x = u / 1 \\ y = v / 1 \\ z = w / 1 \end{cases}, \text{ adică } \begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = w \end{cases}$$

Transformările geometrice în coordonate omogene

În coordonate omogene, transformările geometrice studiate până aici vor avea următoarele forme.

Translația. Relațiile de transformare prin translație, în coordonate omogene, sub formă matriceală sunt următoarele:

$$\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotația. Transformările de rotație în raport cu axele sistemului de coordonate sunt definite, în coordonate omogene, de următoarele relații:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ axa } Ox$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ axa } Oy$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ axa } Oz$$

Iar coordonatele după transformarea rotația după cele trei axe, în ordinea ox , oy , oz se află prin:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cdot \cos \beta & \sin \gamma \cdot \cos \alpha + \cos \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha & \sin \gamma \cdot \sin \alpha - \cos \gamma \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha & 0 \\ -\sin \gamma \cdot \cos \beta & \cos \gamma \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma & \cos \gamma \cdot \sin \alpha + \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha & 0 \\ \sin \beta & -\cos \beta \cdot \sin \alpha & \cos \beta \cdot \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Scalarea. Transformarea de scalare în coordonate omogene are forma:

$$\begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{gl} \cdot S_{Ox} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{gl} \cdot S_{Oy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{gl} \cdot S_{Oz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Simetria. În cazul transformării de simetrie, dacă facem notațiile $O_{Ox} = 1$ sau -1 , $O_{Oy} = 1$ sau -1 , $O_{Oz} = 1$ sau -1 , relațiile de transformare pot fi scrise ca:

$$\begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{Ox} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & O_{Oy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & O_{Oz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

De exemplu, în cazul simetriei față de planul oxy al sistemului de coordonate avem $O_{Ox} = 1$, $O_{Oy} = 1$, $O_{Oz} = -1$, în cazul simetriei față de axa Ox avem $O_{Ox} = 1$, $O_{Oy} = -1$, $O_{Oz} = -1$, iar în cazul simetriei în raport cu originea sistemului de coordonate $O_{Ox} = -1$, $O_{Oy} = -1$, $O_{Oz} = -1$.

Relația matriceală (1.51), în cazul transformărilor de mai sus devine:

$$[C_{tr}] = [M_T] \cdot [C], [C_{tr}] = [M_R] \cdot [C], [C_{tr}] = [M_S] \cdot [C], [C_{tr}] = [M_O] \cdot [C]$$

Transformările geometrice complexe se pot defini prin compunerea transformărilor tridimensionale primitive. Relația de transformare complexă are forma generală:

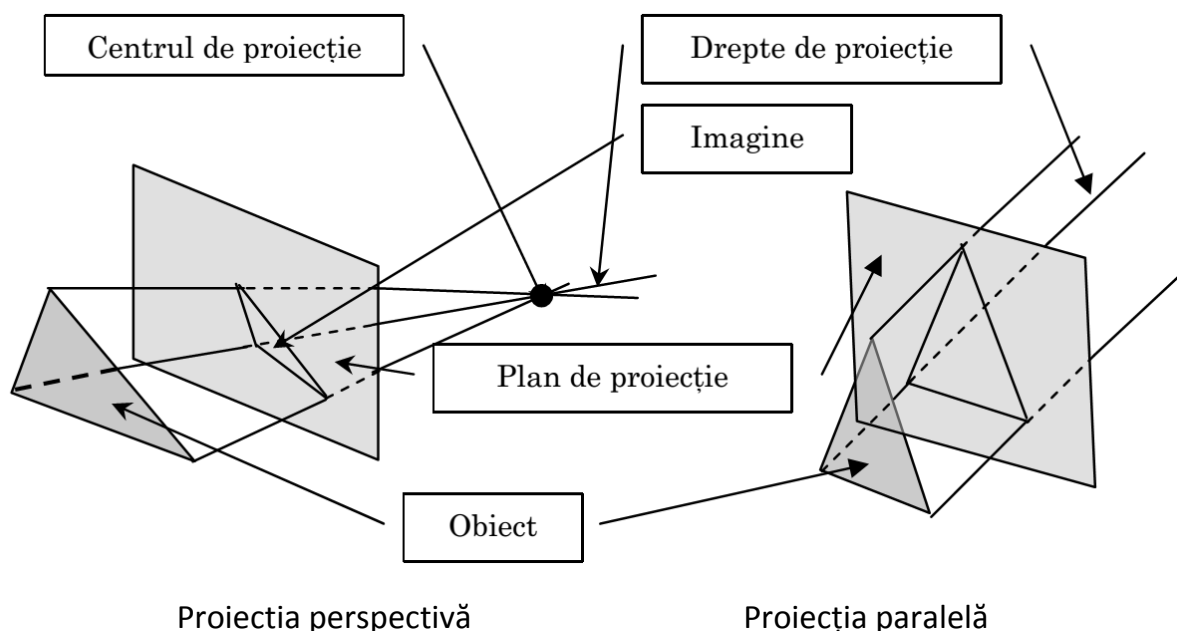
$$[C_{tr}] = [M_{tr3D}] \cdot [C], \text{ unde } [M_{tr3D}] = [M_T] \cdot [M_R] \cdot [M_S] \cdot [M_O]$$

TRANSFORMAREA DE PROIECȚIE

Atunci când un sistem de puncte (obiect) este transferat din spațiul n -dimensional în cel $(n-1)$ -dimensional se consideră că s-a realizat o proiecție a sistemului de puncte (obiect). În contextul actualei lucrări interesează proiecțiile sistemelor de puncte (obiecte) din spațiul 3-dimensional în spațiul 2-dimensional. Această transformare are sens întrucât majoritatea reprezentărilor de vizualizare a obiectelor reale tridimensionale se face pe suporturi bidimensionale de tipul hârtiei sau ecranului unui monitor. În aplicațiile grafice un rol important îl deține proiecția paralelă, respectiv proiecția perspectivă.

Pentru a construi proiecția unui obiect tridimensional pe un suport plan este necesar să fie cunoscute următoarele elemente:

- (1) centrul de proiecție,
- (2) dreptele de proiecție,
- (3) planul de proiecție (vizualizare)

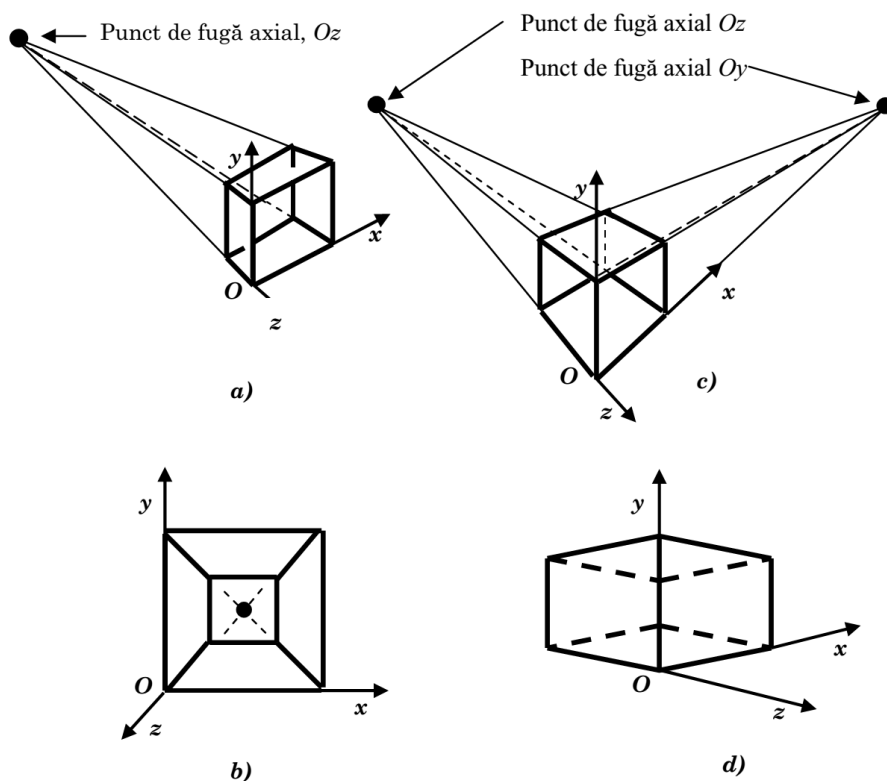


Proiecțiile utilizate în grafică sunt cunoscute sub denumirea de proiecții geometrice planare. Indiferent de tipul de proiecție imaginea unui obiect se formează pe planul de proiecție prin intersecția acestuia de către dreptele de proiecție care se intersectează în centrul de proiecție.

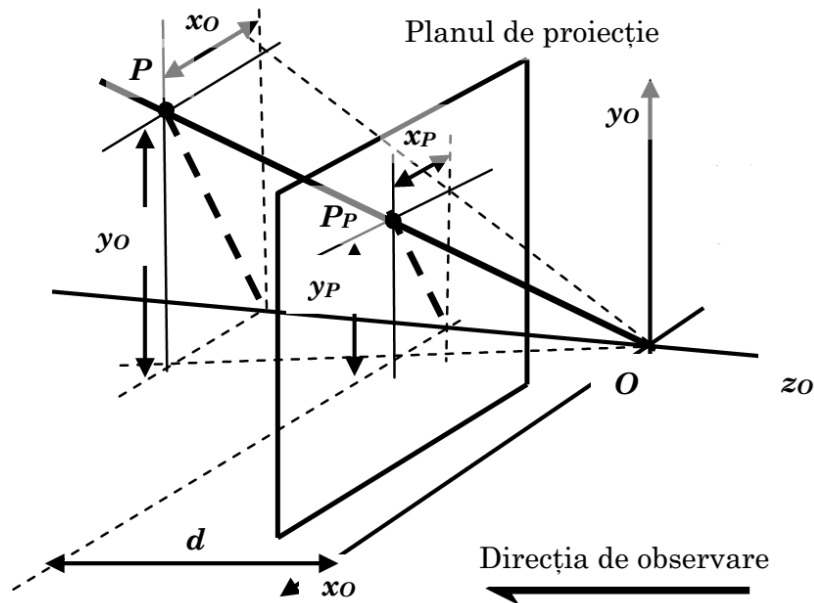
Ceea ce diferă la cele două tipuri de proiecții este faptul că în cazul proiecției perspective centrul de proiecție se află la o distanță finită față de planul de proiecție, spre deosebire de proiecția paralelă pentru care centrul de proiecție se situează la infinit. Deoarece centrul de proiecție se află la infinit, dreptele de proiecție sunt paralele între ele în cazul proiecției paralele (de unde și denumirea). Proiecția perspectivă este definită de centrul de proiecție, iar cea paralelă de direcția dreptelor de proiecție.

PROIECȚIA PERSPECTIVĂ

Proiecțiile perspectivă sunt clasificate după numărul de puncte de fugă axiale, adică de numărul de axe care intersectează planul de proiecție. Astfel putem defini proiecția perspectivă cu un singur punct de fugă axial, cu două puncte de fugă axiale, și cu trei puncte de fugă.



Proiecții perspectivă: a) cu un punct de fugă axial, b) observarea pe o direcție perpendiculară pe planul de proiecție, c) cu două puncte de fugă axiale, d) observarea pe o direcție perpendiculară pe planul de proiecție.



Proiecția perspectivă definită de planul de proiecție, perpendicular pe axa $O'zO$ centrul de proiecție.

Din relațiile de asemănare ale triunghiurilor rezultă:

$$\begin{cases} x_P = \frac{d \cdot x_O}{z_O} \\ y_P = \frac{d \cdot y_O}{z_O} \end{cases}, \text{ de unde } \begin{cases} x_P = \frac{x_O}{z_O/d} \\ y_P = \frac{y_O}{z_O/d} \end{cases}$$

Se observă că distanța d acționează ca un factor de scară pentru coordonatele x_P și y_P . De asemenea, aceste coordonate sunt invers proporționale cu z_O , ceea ce înseamnă că imaginile obiectelor mai îndepărtate de centrul de proiecție sunt mai mici decât a celor mai apropiate.

Folosind coordonatele omogene matrice transformării prin proiecție perspectivă este:

$$[M_{tr}]_{PP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix}$$

Iar relația matriceală pentru un punct P , este:

$$[P_P] = [M_{tr}]_{PP} \cdot [P] \Rightarrow \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ W_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \\ Z_O \\ W_O \end{bmatrix}$$

De unde se obține:

$$\begin{cases} X_P = X_O \\ Y_P = Y_O \\ Z_P = Z_O \\ W_P = Z_O/d \end{cases}$$

Deoarece avem relațiile: $x_P = X_P / W_P$, $y_P = Y_P / W_P$, $z_P = Z_P / W_P$, și $W_P = Z_P =$ o prin înlocuire rezultă:

$$\begin{cases} x_P = x_O / (d/z_O) \\ y_P = y_O / (d/z_O) \\ z_P = z_O / (d/z_O) = d \end{cases}$$

PROIECȚIA PARALELA

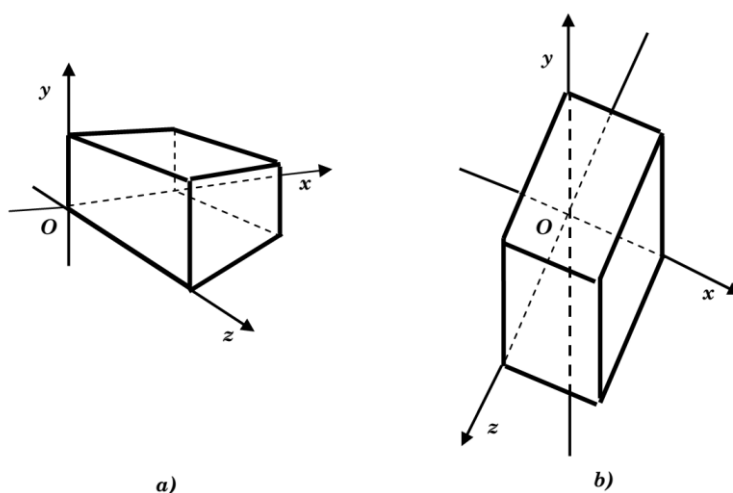
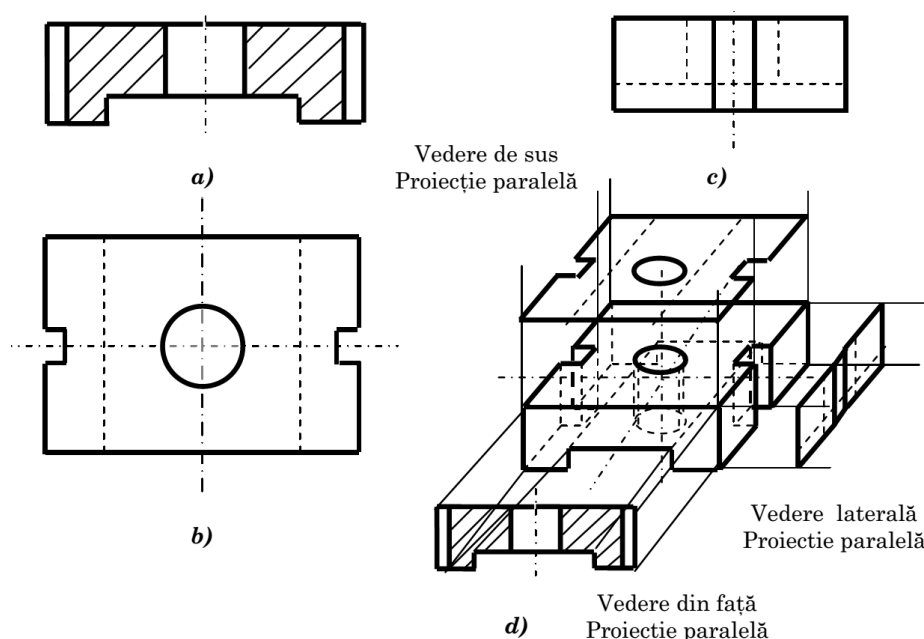
Proiecțiile paralele spre deosebire de cele perspectivă, clasificate după numărul de puncte de fugă (poziția planului de proiecție în raport cu cele trei axe de coordonate ale sistemului de referință universal), sunt clasificate după relația dintre direcția de proiecție și planul de proiecție caracterizat prin direcția normalei la acest plan:

(1) proiecții paralele ortografice, când cele două direcții coincid, chiar dacă sensul pozitiv este același sau nu; altfel spus, direcția de proiecție este perpendiculară pe planul de proiecție;

(2) proiecții paralele oblice, când cele două direcții sunt diferite, adică unghiul dintre cele două direcții este diferit de 0°.

Pentru proiectarea și reprezentarea grafică a obiectelor industriale, proiecția paralelă ortografică are o mare importanță fiind fundamentul realizării desenelor tehnice. cele mai frecvent utilizate sunt următoarele trei tipuri de proiecții ortografice: (1) vedere din față (front-elevation, plan-elevation), (2) vedere de sus (top-elevation), (3) vedere laterală (side-elevation). în toate aceste proiecții planul de proiecție este perpendicular pe una dintre axele sistemului de referință universal (figura 2.8). aceste

proiecții au avantajul că permit măsurarea unghiurilor și dimensiunilor caracteristice obiectului. după cum se observă în figura de mai sus în fiecare proiecție este formată imaginea unei fețe laterale a obiectului, ceea ce face dificilă înțelegerea naturii tridimensionale a obiectului analizat, chiar dacă sunt realizate un număr mai mare de proiecții. alte tipuri de proiecții ortografice sunt proiecțiile axonometrice, care utilizează plane de proiecție care nu sunt normale pe una din axele sistemului de referință universal, ceea ce face posibilă proiectarea mai multor fețe ale obiectului simultan, în aceeași imagine. La proiecțiile axonometrice, deși conduc la o imagine în perspectivă, reducerea este uniformă fără a avea legătură cu distanța de la centrul de proiecție. În cazul acestui tip de proiecție ortografică paralelă liniile paralele rămân paralele, putând fi măsurate doar distanțele (prin factor de scară după fiecare axă), care își păstrează realismul, nu și unghiurile.



a) proiecție perspectivă, b) proiecție paralelă izometrică

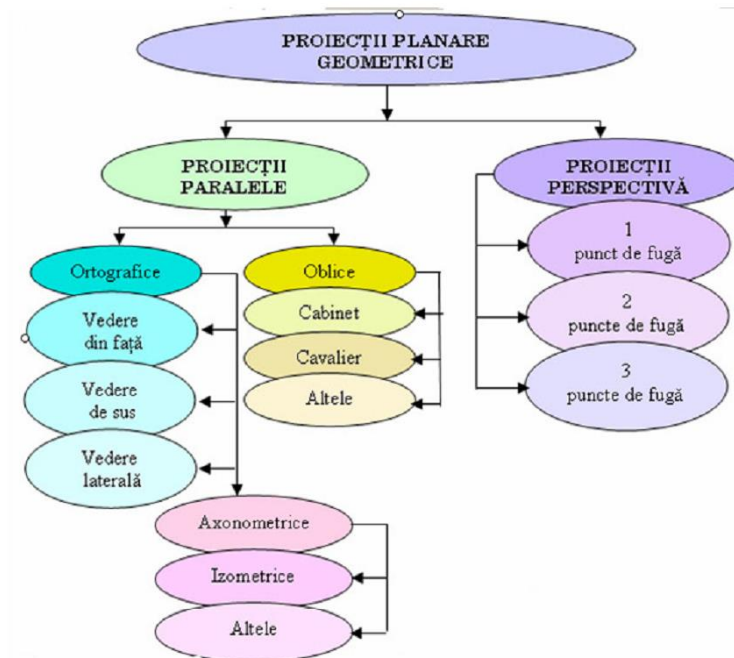
Relațiile de transformare în cazul proiecțiilor ortografice sunt deduse în condițiile în care centrul de proiecție este situat la infinit, dreptele de proiecție sunt paralele între ele și paralele cu normala la planul de proiecție. Presupunem că planul de proiecție este perpendicular pe axa oz a sistemului de observare și situat la distanța $z_0 = 0$ față de originea sistemului de observare. Relațiile de transformare sunt în acest caz:

$$\begin{cases} x_P = x \\ y_P = y \\ z_P = 0 \end{cases}$$

Matricea de transformare prin proiecție ortografică este:

$$[M_{tr}]_{PO} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Clasificarea proiecțiilor geometrice planare:



Desen tehnic si Infografică (2); Note de curs

- Curs 7 -

MODELAREA 3D A AOBIECTELOR

Modelele geometrice tridimensionale sunt structuri numerice ce descriu aspectele spațiale caracteristice ale obiectelor destinate unei aplicații specifice. Datele geometrice ale obiectelor tridimensionale sunt necesare în multe domenii științifice și ingineresti, cum ar fi: (1) tehnologiile de obținere a circuitelor integrate, (2) sisteme informatice geografice, (3) grafica computerizată, (4) proiectarea și fabricarea produselor din construcția de mașini, etc. În funcție de domeniul de utilizare reprezentarea obiectelor poate fi bidimensională sau tridimensională.

Proiectarea unui obiect, care în final va reprezenta un produs industrial, include și o etapă de construcție a modelului geometric utilizat pentru analiza și validarea soluțiilor tehnologice adoptate pentru producerea lui, precum și a comportării sub diverse solicitări specifice domeniului de utilizare.

Mijloacele de modelare geometrică sunt strâns legate de grafica computațională și dezvoltarea acesteia de la grafica bidimensională la cea tridimensională. În primii ani de dezvoltare grafica computațională definea doar obiectele bidimensionale prin secvențe de comenzi de desenare (linii, acri de cers, litere, etc), însă în scurt timp a devenit clar că este important a face distincție între modelul obiectului ce trebuie afișat și însuși primitivele folosite pentru afișare. Această distincție a devenit importantă mai ales în cazul aplicațiilor grafice tridimensionale. Astăzi, o aplicație grafică tipică cuprinde o interfață utilizator de tip grafic, prin intermediul căreia utilizatorul definește modele grafice ale obiectelor ce trebuie afișate. Modelele grafice sunt apoi generate (rendering) pe dispozitivul de afișare prin intermediul unor echipamente hardware și produse software de sinteză a imaginii.

Modelele grafice sunt realizate pe baza modelelor geometrice care descriu forma și geometria obiectelor, însă cuprind și alte elemente ca textură, culoare, umbre, iluminare etc necesare îmbunătățirii realismului imaginii obiectului. necesitatea utilizării și altor elemente pentru model, în afară de modelul geometric, depinde de aplicația pentru care a fost creat modelul grafic.

În activitățile industriale modelele geometrice sunt frecvent utilizate în aplicații de tipul CAD (Computer-Aided Design)/ CAM(Computer-Aided Manufacturing)/ CAE (Computer-Aided Engineering). Modelele geometrice utilizate în astfel de activități trebuie să fie suficient de precise și fidele încât să permită fabricarea obiectelor dorite în toleranțele cerute, să determine dacă există ciocniri între elementele unui ansamblu, etc. Spre deosebire de aplicațiile grafice generale, unde modelele nu trebuie să fie realiste ci să determine formarea unor imagini cu înfățișare realistă pentru observatorul uman, aplicațiile grafice de tipul CAD/CAM/CAE trebuie să folosească modele geometrice, care să fie cât mai apropiate de realitate. Modelele geometrice sunt obținute prin ceea ce se numește modelare geometrică.

Modelarea 3D a obiectelor se poate realiza în trei moduri de reprezentare, **Wireframe** (Retea), **Surface** (Suprafețe) sau **Solid**.

1. **Wireframe** (rețea):

Modul de reprezentare de tip wireframe (rețea) reprezintă primul mod în care s-au reprezentat obiecte în trei dimensiuni în aplicațiile grafice de tipul CAD (figura 1). În acest mod, corpul este compus dintr-o sumă de linii, arce și cercuri, ce-l mărginesc. Este practic o colivie, care la rândul ei, nu are proprietăți de masă, dar sugerează bine volumul. Aceasta reprezentare rămâne la stadiul de sugestie a realității 3D, deoarece proprietățile corpurilor astfel definite nu respectă legile fizicii (pot ocupa același volum fără să se deranjeze reciproc, fără a „ști” unul de altul). Este încă un mod de reprezentare 3D folosit pentru a păstra compatibilitatea cu versiunile mai vechi. Singura informație conținută de corp despre el sunt dimensiunile acestuia.

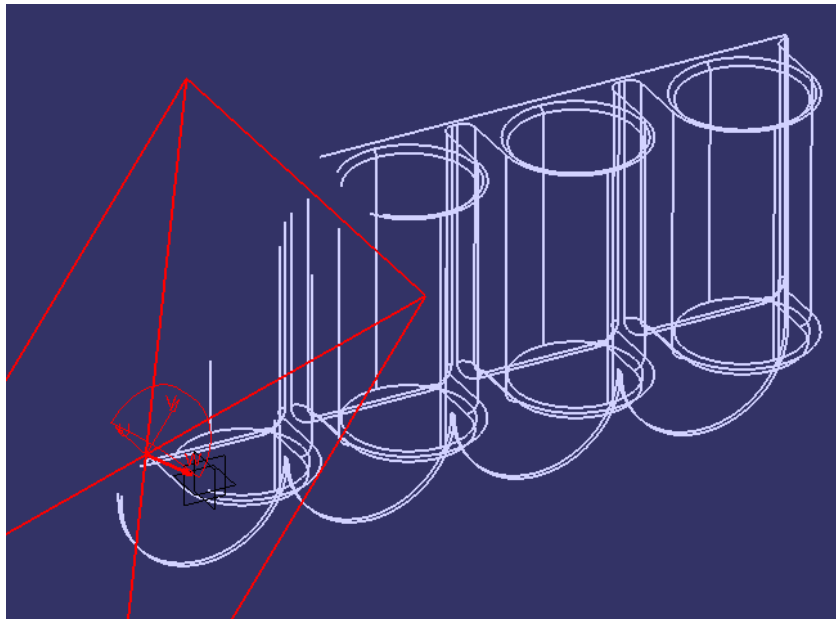


Fig. 1. Mod de reprezentare *wireframe*, parțial secționat

2. **Surfaces** (suprafețe):

În cazul modului de reprezentare de tip surfaces (suprafețe) un volum este reprezentat prin suprafața sa exterioară, de grosime zero. Similitudinea se poate face cu un ou gol, sau cu un balon umflat. Ca și la reprezentarea wireframe, două corpuri astfel definite - surface - pot ocupa parțial sau total același loc în spațiu fără să știe una de alta. Pe lângă propriile dimensiuni, corpurile definite astfel mai au informații despre aria suprafeței ce le definesc. Deci au o arie. Aceasta formă de reprezentare a obiectelor 3D este avantajoasă pentru că este ușor de manevrat (nu necesită resurse mari) și suprafețele i se poate atașa o textură. Cu alte cuvinte, această metodă este bună când este mai important cum arată obiectul decât cum se comporta.

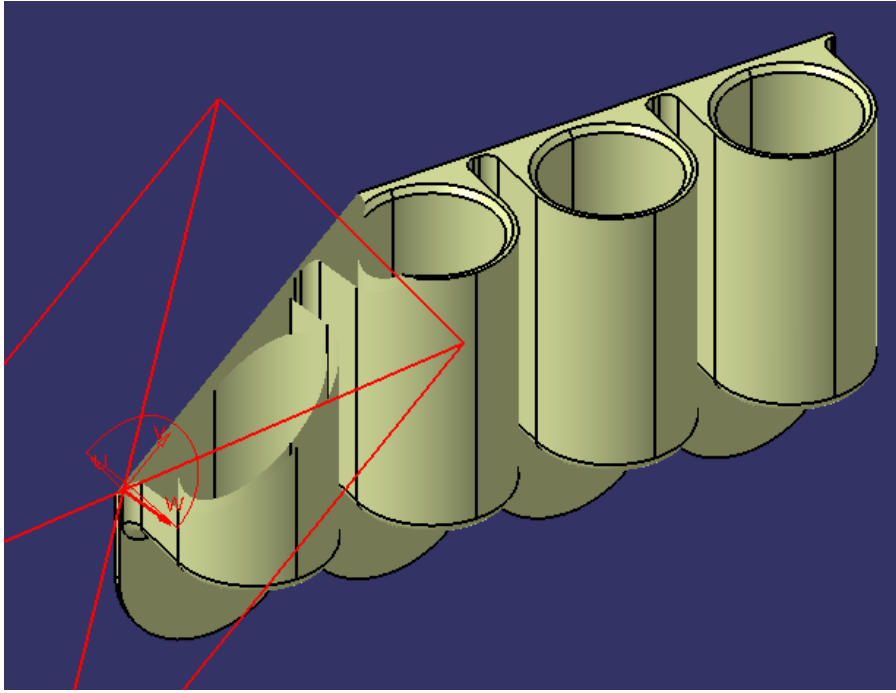


Fig. 2. Mod de reprezentare *surfaces* (*suprafețe*), parțial secționat

3. **Solid:** Este modul de definire a obiectelor 3D cel mai apropiat de realitate. Atributele ce însoțesc reprezentarea grafică și conferă obiectului un comportament identic (sau aproape) cu perechea sa din realitate. Astfel, două (obiecte) solide nu pot ocupa același loc în spațiu fără să se deranjeze reciproc, recunoscând vecinătatea altui corp (vezi operațiile booleene). În plus față de obiectele definite ca suprafețe, solidele mai au și proprietate de volum (dacă definim un tip de material), masă, momente de inerție etc. Reprezentarea prin solide este modul de reprezentare cel mai utilizat în prezent de majoritatea programelor de CAD, dezvoltând facilități de manevrare a obiectelor în acest format.

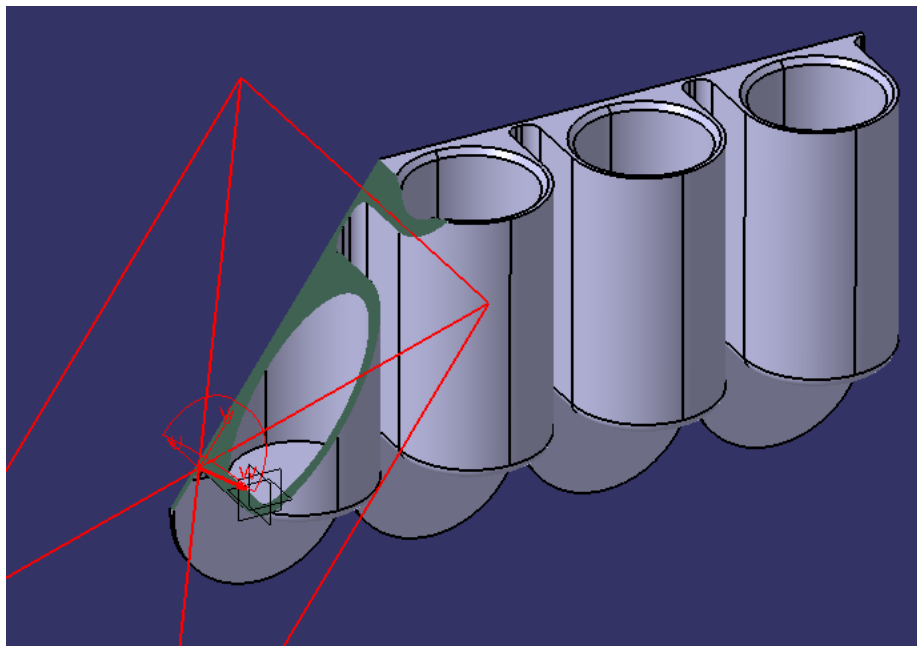


Fig. 2. Mod de reprezentare *solid*, parțial secționat

MODELAREA WIREFRAME A OBIECTELOR; ENTITATI WIREFRAME ELEMENTARE.

Rețelele wireframe (cadru de sârmă) sunt utilizate de obicei pentru reprezentarea obiectelor tridimensionale, fiind întâlnite în multe programe pentru modelare. O rețea wireframe constă dintr-un set de noduri (vertex-uri) și un set de muchii (edge) care conectează într-o anumită ordine nodurile. Deși reprezintă modele geometrice ale obiectelor tridimensionale, însăși componentele rețelei wireframe (noduri și muchii) au volum nul. Atunci când se vizualizează pe un suport bidimensional imaginea obținută prin proiecția modelului wireframe nu se transmit și datele tridimensionale pe care obiectul le deține.

O îmbunătățire a datelor referitoare la obiect se obține prin proiecția perspectivă, care furnizează date geometrice care simulează adâncimea, însă pentru modelele complexe cu formă geometrică complicată ea nu este încă foarte eficientă. Modelarea wireframe are avantajul simplității și a necesarului mai redus de resurse ale sistemului. Totuși, este dificil, în absența fațetelor, să se distingă care părți ale modelului reprezintă obiecte pline.

Sistemele CAD/CAM utilizează pentru crearea modelelor wireframe entități de două tipuri:

(A) analitice: punctele, segmentele de dreaptă sau curbe, cercurile sau arcele de cerc și curbele conice (elipse, parabole, hiperbole, etc).

(B) sintetice: includ diferite tipuri de curbe spline (cubice spline, B-spline, β -spline) și curbe Bezier.

Definirea **entităților wireframe elementare** se face prin două moduri: implicit și explicit. Modul explicit reprezintă coordonatele, ecuațiile și modul de obținere. Definirea implicită reprezintă includerea acestora în setul de caracteristici ale unor alte entități grafice.

A1. Punctul:

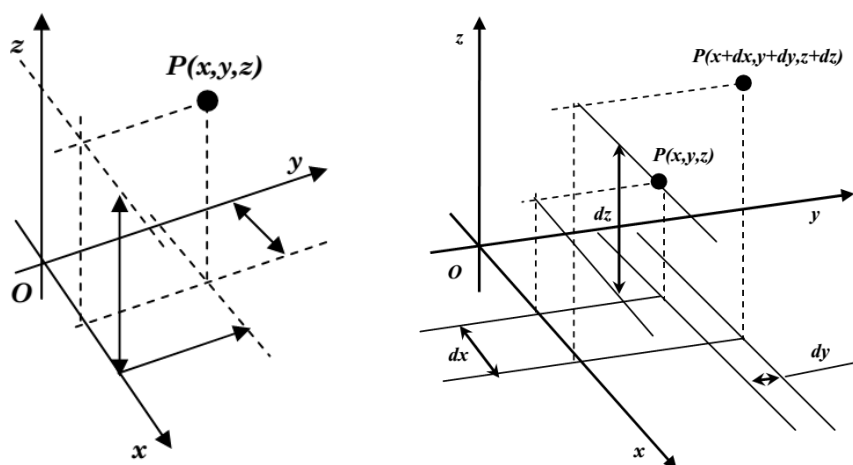


Fig. 4. Definirea explicită a unui punct: a) folosind coordonate; b) prin incrementare

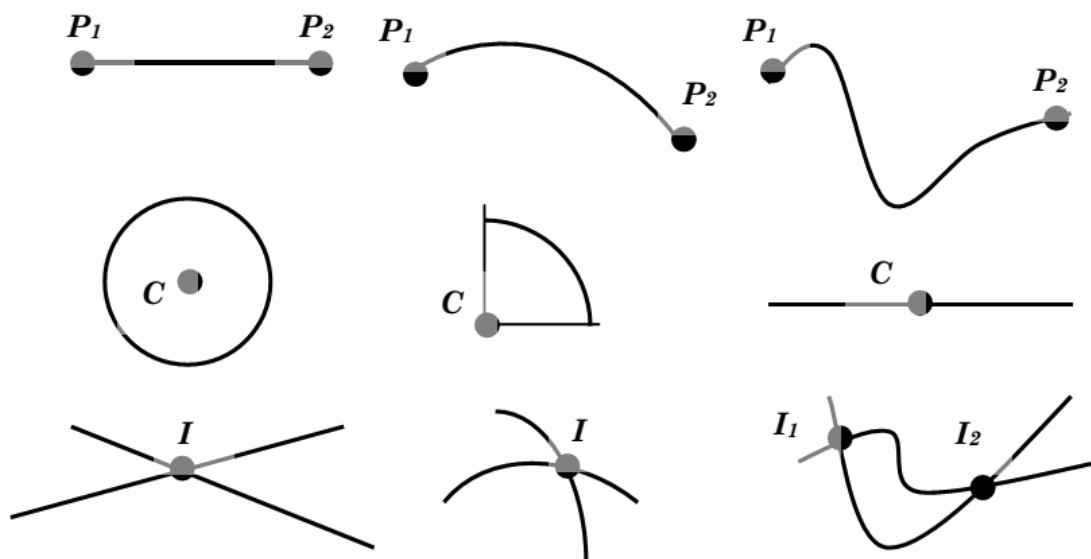


Figura 5. Definierea implicită a punctelor ca puncte de capăt, puncte caracteristice, puncte de intersecție

A.2. **Cercul** sau **arcul de cerc** pot fi construite atunci când sunt cunoscute: (1) raza și centrul acestora sau diametrul, cazuri în care pentru arc sunt necesare și unghiurile de început și de sfârșit, (2) coordonatele a trei puncte, (3) coordonatele punctului de centru și a unui alt punct de pe cerc sau arc, iar pentru arc unghiurile de început și sfârșit, (4) raza și o direcție tangentă la cerc.

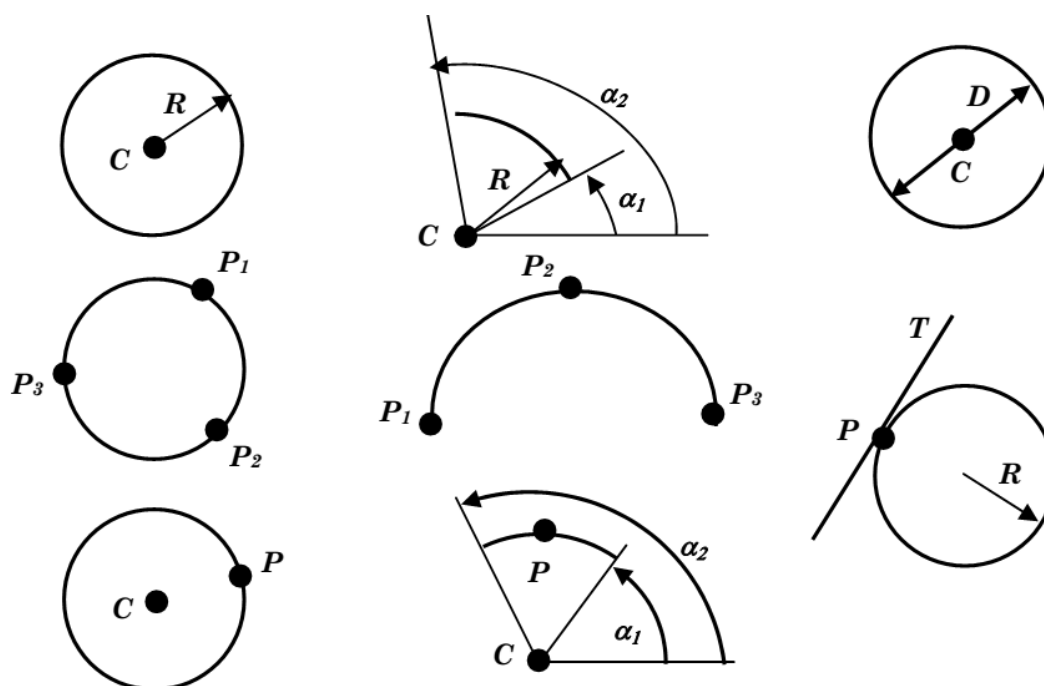


Figura 6. Reprezentarea cercurilor și a arcelor de cerc.

A.3. **Elipsa** poate fi construită dacă se cunosc: (1) centrul și lungimea semiaxelor, (2) patru puncte, (3) două diametre conjugate (Figura 7). **Parabolele** pot fi definite dacă sunt cunoscute: (1) coordonatele vârfului și ale focarului, (2) trei puncte (Figura 7).

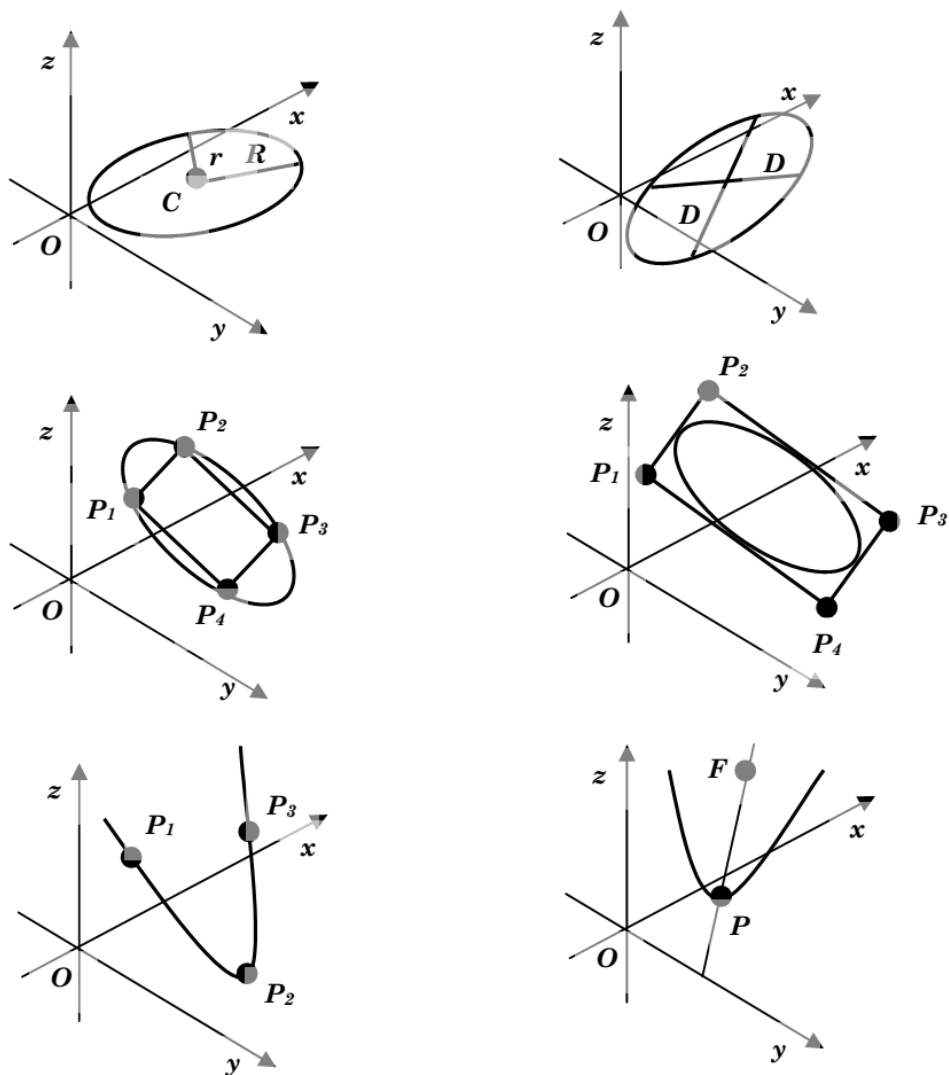


Figura 6. Metode de construcție și definire a elipselor și parabolilor

2 Entități sintetice: pentru curbele spline, un set de puncte și pantele de început și sfârșit pentru curbele Bezier printr-un set de puncte, pentru cubicele B-spline prin aproximarea unui set de puncte date sau prin interpolarea unui set de puncte.

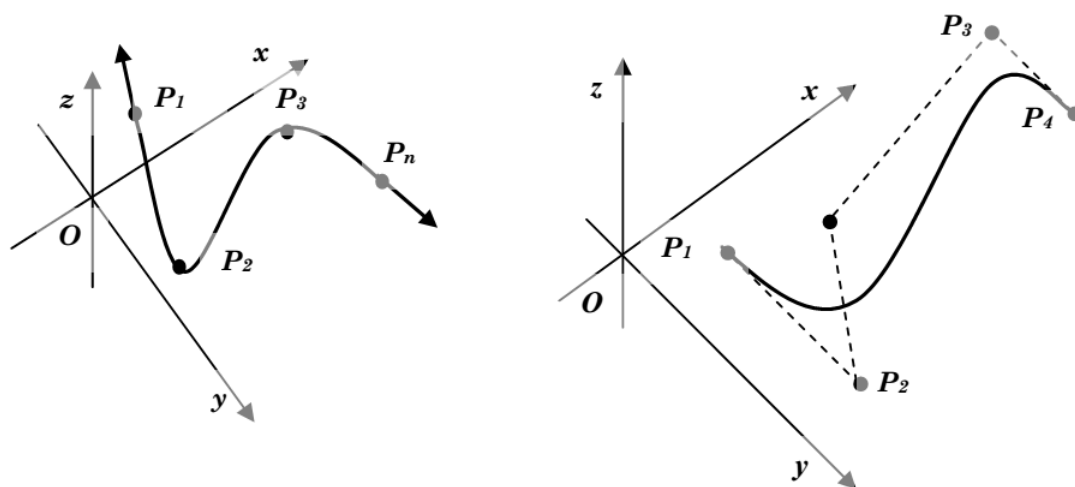


Figura. 7. a) Curbă spline cubică; b) curbă Bézier

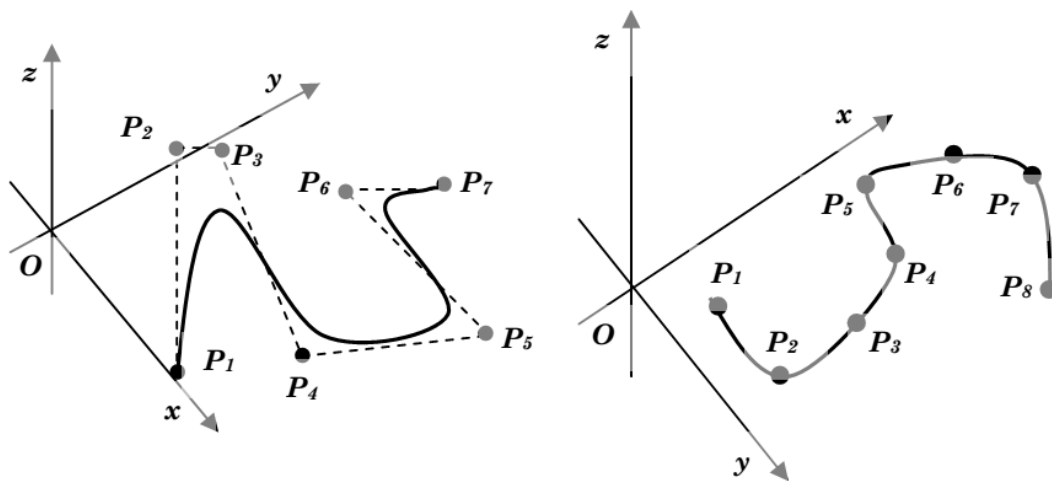


Figura 8. a) Curbă B-spline construită prin aproximare; d) curbă B-spline construită prin interpolare.

Desen tehnic și Infografică (2); Note de curs

- Curs 8 -

REPREZENTAREA DREPTELOR ȘI A SEGMENTELOR DE DREAPTĂ

Reprezentarea vectorială și matriceală a ecuațiilor analitice permite utilizarea unui limbaj matematic unitar, atât pentru curbele bidimensionale, cât și pentru cele tridimensionale.

Descrierea geometrică a curbelor ce definesc un obiect poate fi realizată în mai multe moduri. O curbă poate fi descrisă fie printr-o succesiune de puncte, definite prin coordonatele lor, fie folosind o ecuație analitică. Metoda indicării șirului succesiv de coordonate este neproductivă datorită consumului mare de resurse ale sistemului de calcul pentru trecerea de la o formă la alta.

Curbele pot fi descrise matematic de ecuații parametrice sau neparametrice. Ecuațiile neparametrice pot fi la rândul lor explicite sau implicite. Pentru o curbă neparametrică coordonatele y și z ale unui punct de pe curbă sunt exprimate ca două funcții de o singură variabilă, care este chiar a treia coordonată, x .

Forma parametrică a unei curbe tridimensionale este descrisă de următoarea ecuație:

$$\mathbf{P}(u) = [x \ y \ z]^T = [x(u) \ y(u) \ z(u)]^T, u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$$

în care u este un parametru care are valori într-un interval limitat de valorile $u_{\min}$ și $u_{\max}$.

Ecuația parametrică implică faptul că pentru un punct oarecare al curbei coordonatele sale sunt componentele vectorului său de poziție. Relația parametrică este o relație generală care descrie corespondența dintre spațiul cartezian și spațiul parametric. Este convenabil să se normalizeze variabila parametrică u astfel încât valorile sale să fie cuprinse în intervalul $[0,1]$. Sensul pozitiv de parcurgere a curbei este dat de creșterea valorilor parametrului u .

Parametrizarea ecuațiilor analitice ale dreptei se poate realiza în cel puțin două moduri prezentate în continuare. În primul caz parametrizarea utilizează relațiile vectoriale dintre vectorii de poziție a unor puncte caracteristice dreptei (Figura 1). Astfel, se consideră într-un sistem de referință cartezian $Oxyz$ o dreaptă d și două puncte $P_1(x_1, y_1, z_1)$ și $P_2(x_2, y_2, z_2)$ ce aparțin dreptei, precum și un punct oarecare $P(x, y, z)$ ce aparține dreptei, situat între cele două puncte.

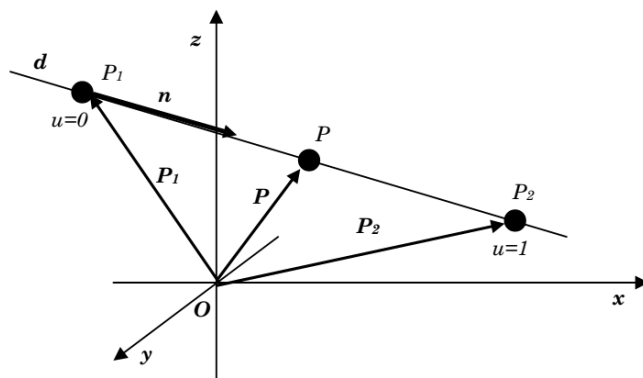


Figura 1. Reprezentarea dreptei definită de două puncte P_1, P_2 .

Se definește un parametru u astfel încât are valoarea 0 corespunde punctului P_1 , iar valoarea 1 corespunde punctului P_2 . Se notează cu P_1, P_2 și respectiv P vectorii de poziție ai celor trei puncte. Din relațiile geometrice dintre triunghiurile OP_1P și OP_1P_2 și vectoriale între vectorii de poziție ai punctelor considerate se poate scrie următoarea ecuație vectorială:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + (\mathbf{P} - \mathbf{P}_1)$$

Vectorul $(\mathbf{P} - \mathbf{P}_1)$ este proporțional cu vectorul $(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1)$, astfel încât se poate scrie următoarea ecuație:

$$\mathbf{P} - \mathbf{P}_1 = u(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1)$$

Din relația anterioară vectorul de poziție al punctului oarecare P poate fi scris ca mai jos:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + u(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \quad 0 \leq u \leq 1$$

În formă scalară această ecuație vectorială poate fi scrisă ca:

$$\begin{cases} x = x_1 + u(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + u(y_2 - y_1) \\ z = z_1 + u(z_2 - z_1) \end{cases}, \quad 0 \leq u \leq 1$$

Vectorul tangent la dreapta d în punctul P_1 este determinat prin relația vectorială:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1$$

sau sub formă scalară:

$$\begin{cases} x' = x_2 - x_1 \\ y' = y_2 - y_1 \\ z' = z_2 - z_1 \end{cases}$$

Vectorul unitate al vectorului tangent $\mathbf{P}'$ care determină direcția dreptei d (Figura 1) este definit prin relația vectorială:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1}{|\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1|} = \frac{\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1}{D} = \frac{x_2 - x_1}{D} \cdot \vec{i} + \frac{y_2 - y_1}{D} \cdot \vec{j} + \frac{z_2 - z_1}{D} \cdot \vec{k}$$

în care D este lungimea segmentului de dreaptă definit de punctele P_1 și P_2 și are valoarea egală cu modulul vectorului diferență $P_2 - P_1$:

$$D = |P_2 - P_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

A doua posibilitate de parametrizare a ecuației analitice a unei drepte este aceea care utilizează un punct P_1 și un vector unitate n ce definește direcția și sensul de parcurgere a dreptei (Figura 2). Această metodă este de bază pentru vizualizarea unei segment de dreaptă. Acest lucru este fundamentat de faptul că dacă se cunoaște punctul inițial, vectorul unitate și un parametru cu care se poate determina distanța până la oricare alt punct de pe dreaptă, coordonatele celui de-al doilea punct se determină simplu, după metodologia descrisă în continuare.

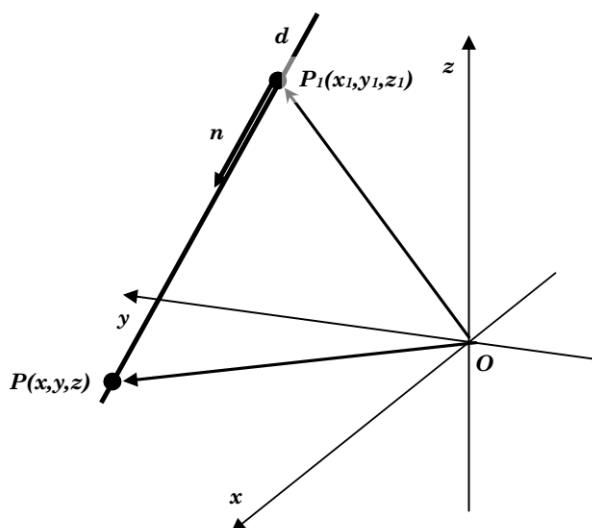


Figura 2. Dreapta este definită prin coordonatele unui punct și vectorul unitate al dreptei.

Pentru a dezvolta ecuația parametrică a unei drepte în condițiile arătate mai sus se consideră un punct oarecare $P(x, y, z)$, situat pe o dreaptă d o distanță D de $P_1(x_1, y_1, z_1)$. Din triunghiul OPP_1 , ținând seama de faptul că OP și OP_1 sunt vectorii de poziția ai punctelor P și P_1 , ecuația vectorială a dreptei d se deduce din relația vectorială:

$$P = P_1 + Dn \quad -\infty \leq D \leq \infty$$

în care D este modulul vectorului diferență:

$$D = |P - P_1|$$

În relațiile anterioare mărimea D are rolul de parametru, iar vectorul n este vectorul tangent în punctul P_1 . Segmentul de dreaptă poate fi vizualizat după ce utilizatorul furnizează sistemului coordonatele punctului P_1 , distanța D și cosinusurile

directoare ale vectorului unitate n , astfel încât pot fi evaluate cu relațiile de mai sus coordonatele celui de-al doilea punct ce definește segmentul de dreaptă, în condițiile în care parametrul are valoare 0 corespunzător punctului P_1 și 1 corespunzător punctului P .

REPREZENTAREA PARAMETRICĂ A CERCURILOR

Ecuția parametrică a unui cerc are următoare formă, în concordanță cu reprezentarea grafică din Figura 3:

$$\begin{cases} x = x_c + R \cos u \\ y = y_c + R \sin u, & 0 \leq u \leq 2\pi \\ z = z_c \end{cases}$$

presupunând că planul cercului este planul Oxy al sistemului de coordonate pentru o mai simplă manipulare a relațiilor matematice. În sistemul de ecuații de mai sus unghiul dintre raza cercului corespunzătoare unui punct P , arbitrar ales, și o dreaptă paralelă cu axa Ox, notat cu u are rolul de parametru.

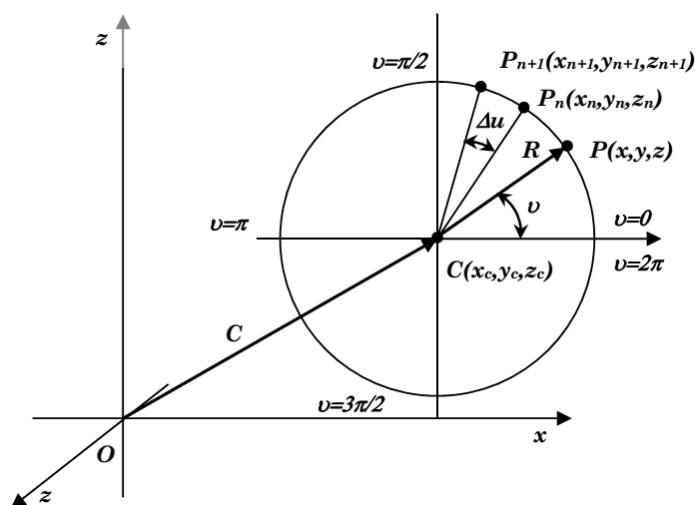


Figura 3. Reprezentarea parametrică a unui cerc cunoscând raza și centrul cercului.

Se observă că parametrizarea cercului este asemănătoare cu o transformare a sistemului de coordonate, urmată de o transformare a sistemului de referință printr-o transformare geometrică de translație.

Reprezentarea parametrică a cercului oferă posibilități multiple pentru implementarea unor algoritmi de calcul și vizualizare care solicită într-o mai mică măsură resursele sistemului. Cercul (și nu numai) este vizualizat ca o linie poligonală, coordonatele vârfurilor poligonului fiind evaluate în mod secvențial pentru valori consecutive ale parametrului u . Din păcate, pentru a obține o imagine cât mai fidelă a cercului, numărul punctelor pentru care trebuie calculate și stocate coordonatele crește foarte mult, astfel încât necesarul de resurse sistem crește foarte mult. Pentru a evita o

asemenea problemă de implementare a algoritmului de calcul, se utilizează un increment constant Δu pentru parametrul u și se calculează coordonatele a două puncte succesive. Fie $P_n(x_n, y_n, z_n)$, $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1})$ două puncte consecutive care aparțin cercului, valorile parametrului corespunzătoare celor două puncte fiind u , respectiv $u + \Delta u$. Ecuațiile parametrice corespunzătoare celor două puncte sunt următoarele:

- pentru punctul P_n :

$$\begin{cases} x_n = x_c + R \cos u \\ y_n = y_c + R \sin u \\ z_n = z \end{cases}$$

- pentru punctul P_{n+1} :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_c + R \cos(u + \Delta u) \\ y_{n+1} = y_c + R \sin(u + \Delta u) \\ z_{n+1} = z_n = z \end{cases}$$

Se obțin următoarele relații între coordonatele carteziene ale celor două puncte consecutive:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_c + (x_n - x_c) \cos \Delta u - (y_n - y_c) \sin \Delta u \\ y_{n+1} = y_c + (y_n - y_c) \cos \Delta u + (x_n - x_c) \sin \Delta u \\ z_{n+1} = z_n \end{cases}$$

Relațiile fac posibil calculul coordonatelor unui număr finit de puncte ale unui cerc, cunoscând doar coordonatele centrului cercului și incrementul unghiular Δu . Funcțiile trigonometrice trebuie evaluate o singură dată, ceea ce reduce în mod semnificativ necesarul de resurse ale sistemului pentru calculul coordonatelor punctelor.

Arcurile de cerc, care necesită, pe lângă indicarea centrului și razei, unghiurile de început și sfârșit. Ecuația parametrică a unui arc de cerc poate fi scrisă în următoarea formă:

$$\begin{cases} x = x_c + R \cos u \\ y = y_c + R \sin u, \quad u_i \leq u \leq u_s \\ z = z_c \end{cases}$$

în care u_i și u_s sunt unghiurile de început și de sfârșit ale arcului respectiv. O atenție deosebită trebuie acordată sensului pozitiv de creștere a unghiurilor, întrucât dacă nu există implementată o regulă de generare și vizualizare a arcului, se poate greși deoarece exista două posibilități, sens trigonometric și invers trigonometric.

Desen tehnic și Infografică (2); Note de curs

- Curs 9 -

MODELAREA CU SUPRAFETE A OBIECTELOR

Reprezentarea și proiectarea obiectelor complexe cum ar fi piesele turnate, de mai mari sau mai mici dimensiuni, corpurile automobilelor, și mult mai important, cele ale vaselor maritime, fluviale, aparatelor de zbor, nu pot fi realizate cu o precizie suficientă prin modelarea wireframe. O soluție care poate fi adoptată în acest caz este aceea de utilizare a celei de a doua metode de modelare geometrică, și anume modelarea cu suprafețe a obiectelor tridimensionale.

Pe lângă reprezentarea și proiectarea geometrică, modelarea cu suprafețe ar putea fi utilizată pentru a calcula proprietățile de masă, a verifica corecta îmbinare a componentelor unui ansamblu, a genera secțiuni transversale, rețele pentru analiza cu element finit și programarea centrelor automate de prelucrare. Modelele cu suprafețe merg cu un pas mai departe față de modelarea wireframe prin furnizarea de date referitoare asupra suprafețelor ce conectează marginile obiectelor. În mod clasic, un model cu suprafețe constă din entități wireframe ce formează suportul pentru crearea entităților superficiale, iar descrierea suprafețelor este abordată, de obicei, ca o extensie a reprezentării wireframe.

În comparație cu modelele realizate cu solide (corpuri solide), deși modelele pot arăta la vizualizare în mod similar, există o diferență fundamentală. Modelele cu suprafețe definesc numai geometria obiectelor corespunzătoare fără a stoca date referitoare la topologia acestor obiecte. În plus, modelele cu suprafețe nu conțin date referitoare la volumul obiectelor. Cu toate avantajele clare pe care le aduce în raport cu modelarea wireframe, modelarea cu suprafețe implică un consum ridicat de resurse de sistem.

Pe scurt, se poate spune că modelarea cu suprafețe:

- (1) asigură o descriere matematică a formei suprafeței obiectelor,
- (2) furnizează câteva caracteristici de verificare a integrității,
- (3) nu asigură nici o dată referitoare la conectivitatea suprafețelor, motiv pentru care suprafețele nu sunt în mod necesar corect conectate;
- (4) este utilizată în domeniile în care se cer numai efecte vizuale, de exemplu simulatoarele de zbor.

Dintre avantajele modelării cu suprafețe pot fi amintite:

- (1) mai puțin ambiguă,
- (2) mărește realismul de afișare a scenelor prin utilizarea algoritmilor de ascundere a liniilor și suprafețelor,
- (3) algoritmii de simulare a luminii și umbrei sunt utilizați numai pentru mărirea realismului suprafețelor și solidelor,

(4) poate fi utilizată în calculele proprietăților de masă și volum, modelarea cu elemente finite, generarea programelor de prelucrare automată, secționarea transversală și detectarea interferenței.

Dintre dezavantaje pot fi menționate:

- (1) cunoașterea unor noțiuni matematice mai avansate și
- (2) parcurgerea unui proces de instruire mai îndelungat din partea utilizatorului,
- (3) consum relativ mare de resurse sistem, mai ales pentru calcul și stocare.

Vizualizarea suprafețelor este îmbunătățită prin adăugarea artificială a unor linii (numite rețea) ce se intersectează pe suprafață, împărțind-o astfel în mai multe fragmente ce se interconectează perfect. Pentru o corectă interconectare și reprezentare a suprafețelor, modul de stocare a datelor referitoare la entitățile wireframe ce creează rețeaua superficială trebuie să respecte o anumită ordine pentru a obține suprafața corectă.

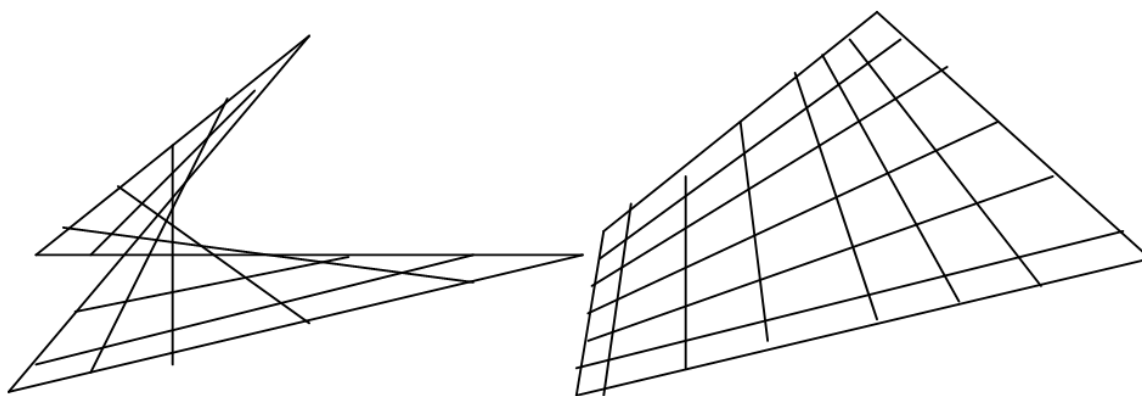


Fig. 1. Conectarea incorectă (conduce la o structură torsionată), corectă a nodurilor rețelei wireframe (conduce la o suprafață uniformă)

TIPURI DE SUPRAFETE ELEMENTARE

Sistemele de tip CAD/CAM moderne pot folosi următoarele entități primitive de tip suprafață:

- **entități analitice:**

1. suprafață plană, definită în cazul general prin 3 puncte distincte coplanare; de asemenea, poate fi definită prin două linii paralele, prin trei puncte sau printr-o linie și un punct; suprafețele plane se folosesc pentru vizualizarea secțiunilor transversale, pentru generarea secțiunilor pentru calculul proprietăților de masă sau alte aplicații.

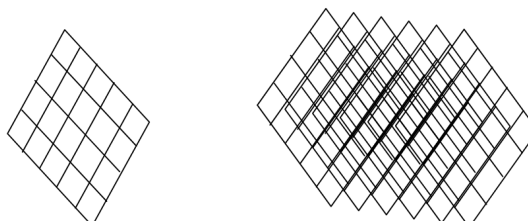


Figura 2. Suprafață plană: a) suprafață simplă) suprafață multiplă
 2. suprafață riglată, definită prin interpolare între două curbe de frontieră; curbele limită pot fi oricare entitate wireframe, însă fără puncte de întoarcere

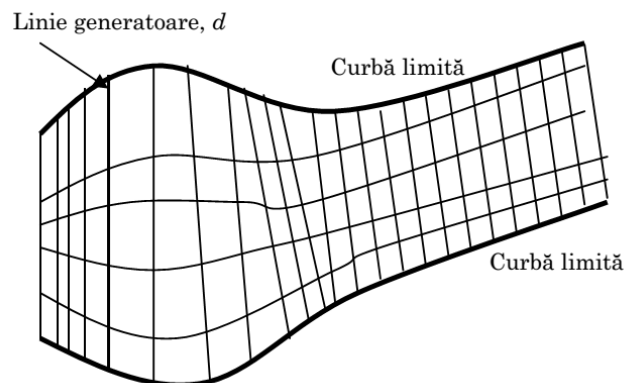


Figura 3. Suprafață riglată obținută prin deplasarea liniei d pe cele două curbe limită

3. suprafață de revoluție (rotație), construită prin rotirea unei curbe plane; are proprietatea de a fi axial simetrică, în acest fel modelând geometric obiectele tridimensionale cu o două obiecte bidimensionale (axa și profilul plan)

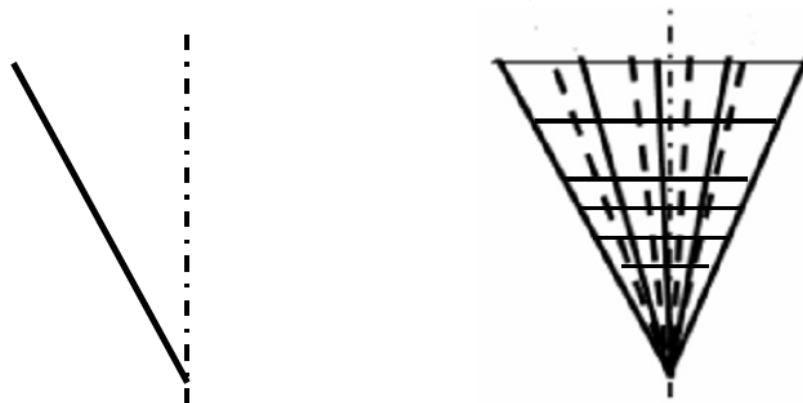


Figura 4. Suprafață de rotație obținută prin rotația unei drepte în jurul axei.

4. suprafață cilindrică (tabulară), construită prin translarea unei curbe plane de-a lungul unei generatoare; planul curbei este perpendicular pe generatoare

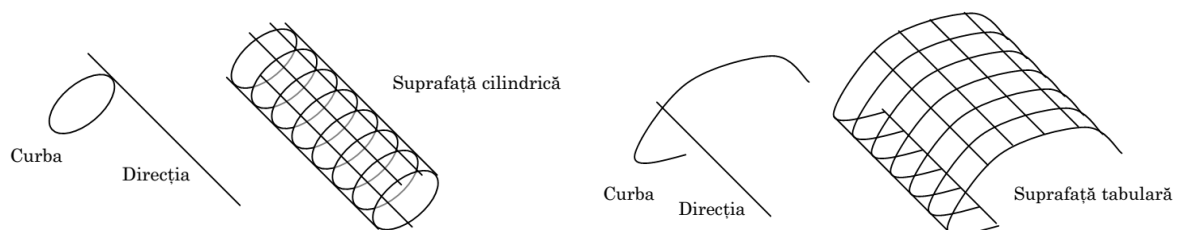


Figura 5. Suprafețe cilindrice și tabulare

- **entități sintetice.** Există diferite tipuri de entități sintetice, derivate în cea mai mare parte din curbele sintetice. Vom enumera în continuare doar unele din cele mai utilizate tipuri de entități sintetice de suprafață:

1. suprafețe B-spline; similar ca în cazul curbelor B-spline aceste suprafețe pot aproxima sau interpola punctele de control și oferă posibilitatea controlului local al suprafeței

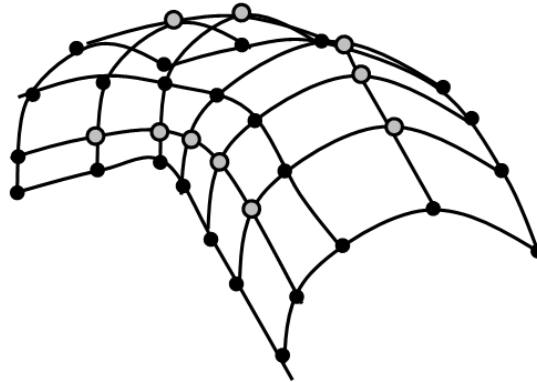


Figura 6. Suprafețe B-spline care interpolează punctele de control

2. fragmente rectangulare sau triunghiulare Bézier (patchuri); este o curbă sintetică care aproximează punctele de control, fiind posibil doar controlul global al suprafeței

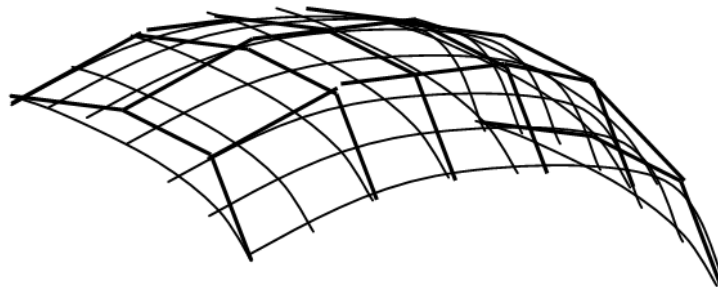


Figura 7. Suprafețe Bézier care aproximează punctele de control

REPREZENTAREA PARAMETRICĂ A SUPRAFEȚELOR ANALITICE

Proprietățile principale ale ecuațiilor parametrice caracteristice curbelor analitice care au importanță în modelarea geometrică și proiectarea asistată sunt discutate în continuare:

SUPRAFEȚE PLANE

În funcție de condițiile disponibile la un moment dat pot fi deduse forme echivalente ale ecuației parametrice. În cazul cel mai simplu, ecuația parametrică a unei suprafețe plane poate fi dedusă din condiția de definire a unui plan de către trei puncte (Figura 8).

Pentru deducerea ecuației parametrice se consideră următoarele ipoteze de lucru: (1) punctul inițial P_0 corespunde valorilor minime ale parametrilor, care se aleg egale cu 0; (2) vectorii diferență $(P_1 - P_0)$ și $(P_2 - P_0)$ definesc direcțiile axelor sistemului de coordonate parametrice.

Ținând seama de faptul că cei doi parametri sunt definiți pe intervalul $[0,1]$, vectorul de poziție al unui punct arbitrar P al suprafeței este definit ca o combinație liniară a celor doi vectori de mai sus, relația a următoare:

$$P(u,v) = P_0 + u(P_1 - P_0) + v(P_2 - P_0), \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1$$

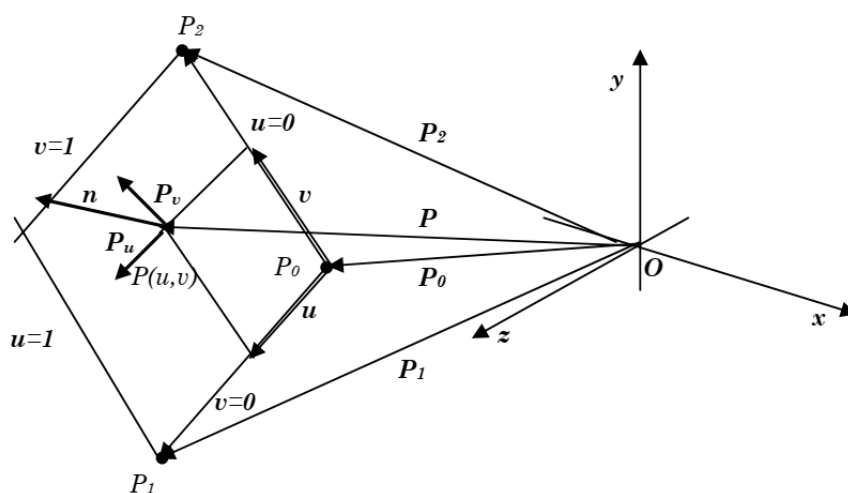


Figura 8. Suprafață plană definită de trei puncte

După deducerea ecuației parametrice este important de determinat vectorii tangenți și vectorul normal la suprafața plană în punctul arbitrar ales P .

$$P_u(u,v) = P_1 - P_0, \quad P_v(u,v) = P_2 - P_0, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1$$

$$\vec{n}(u,v) = \frac{(P_1 - P_0) \times (P_2 - P_0)}{|(P_1 - P_0) \times (P_2 - P_0)|}, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1$$

Vectorul unitate normal este constant pentru orice punct al planului.

Există și alte posibilități de definire a unei suprafețe plane, și anume: (1) suprafață plană definită de un punct și două direcții definite de doi versori, (2) suprafață plană ce trece printr-un punct și este perpendiculară pe un vector. Figurile următoare prezintă cele două modalități de definire.

În prima situație, deducerea ecuației parametrice începe cu relația de mai jos, în care vectorul de poziție al unui punct arbitrar ales pe suprafața plană poate fi scris astfel:

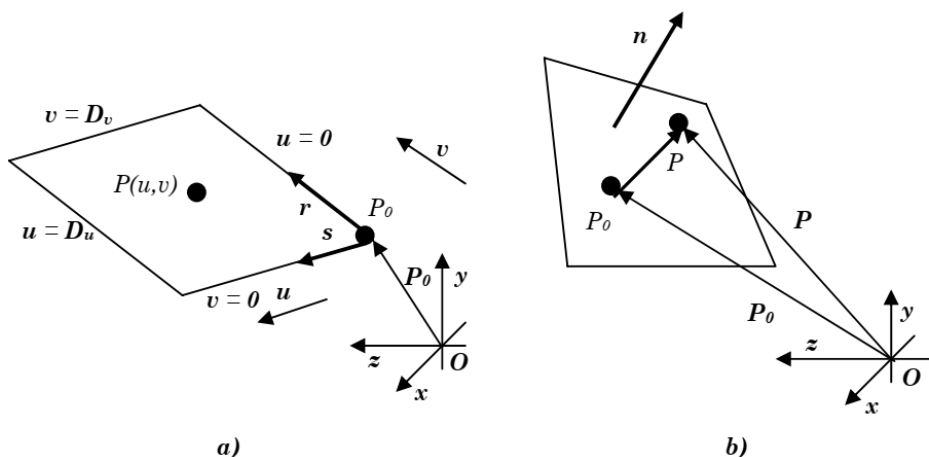


Figura 9. Alte posibilități de definire a suprafeței plane;
a) un punct și două direcții în plan;
b) un versor normal și un punct.

$$\mathbf{P}(u, v) = \mathbf{P}_0 + uD_u\vec{r} + vD_v\vec{s} \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1$$

Notățiile D_u , D_v au semnificația de dimensiuni ale fragmentului de suprafață plană.

În cea de a doua situație nu se obține direct o formă parametrică de reprezentare:

$$(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0) \cdot \mathbf{n} = 0$$

Relația poate fi utilizată pentru deducerea unei ecuații parametrice, dacă se generează două puncte pe suprafața considerată cu aceeași relație, după care se aplică metoda de deducere cu trei puncte

SUPRAFETE RIGLATE

Suprafețele riglate se obțin prin deplasarea unei drepte, numită generatoare, sprijinită pe două curbe de ghidare $G(u)$ și $Q(u)$ (Figura 10). Are următoarele caracteristici: (1) într-un punct oarecare $P(u, v)$ al suprafeței există cel puțin o dreaptă cuprinsă complet în suprafață, (2) orice suprafață desfășurabilă este riglată, însă reciproca nu este întotdeauna adevărată.

Din Figura 10 se observă că pentru valori particulare ale parametrului u , dreapta descrie curbe izoparametrice, care sunt în acest caz tot drepte. Mărimea v se numește *parametrul generatoarei*. Pentru $u = u_i$ corespunde dreapta Q_iG_i . Considerând vectorii de poziție corespunzători valorilor u_i , respectiv u , putem scrie următoarea relație matriceală:

$$\mathbf{P}(u_i, v) = \mathbf{G}_i + v \cdot (\mathbf{Q}_i - \mathbf{G}_i), \quad 0 \leq v \leq 1, \quad u = u_i$$

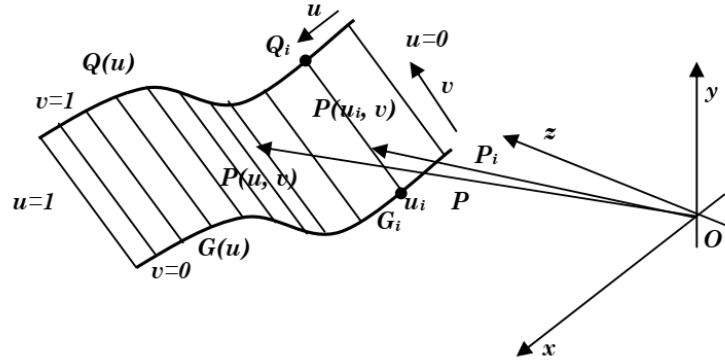


Figura 10. Suprafață riglată și procedeul de deducere a ecuației parametrice

Generalizând relația anterioară se obține ecuația parametrică a suprafeței riglate:

$$P(u, v) = G(u) + v \cdot [Q(u) - G(u)] = (1 - v)G(u) + vQ(u), \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1.$$

SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE

Suprafețele de rotație se obțin prin rotirea cu un anumit unghi, a unei curbe plane în jurul unei drepte care are poziție fixă, numită axă.

Curba plană se numește curbă de profil. Pentru unghiuri mai mici de 2π se obțin pentru fiecare punct al curbei arce de cerc cu centrul pe dreapta fixă și raza egală cu distanța de la dreaptă la curba plană. Dacă rotația se face cu un unghi 2π secțiunile transversale sunt cercuri, numite *paralele*, care au raze variabile în funcție de forma curbei plane, (Figura 11).

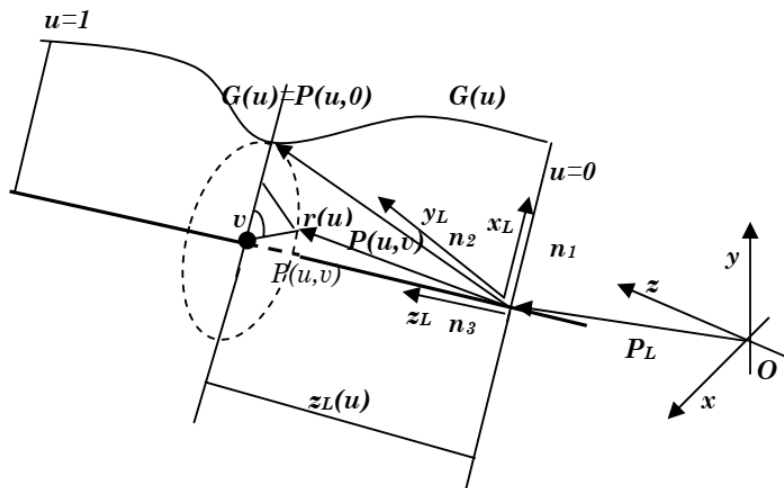


Figura 11. Construcția unei suprafețe de revoluție și reprezentarea parametrică a acesteia

Pentru a determina ecuația parametrică a suprafeței de revoluție se alege un sistem de coordonate local a cărui axă $PLzL$ coincide cu axa de rotație, triunghiul hașurat ce este perpendicular pe axa ZL , ecuația parametrică se scrie:

$$P(u, v) = r_z(u) \cos v \vec{n}_1 + r_z(u) \sin v \vec{n}_2 + z_L(u) \vec{n}_3 \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1$$

Dacă se alege $zL(u)=u$ pentru fiecare punct al profilului, ecuația de mai sus va da coordonatele (xL, yL, zL) a unui punct $P(u, v)$. Coordonatele locale vor fi transformate la

coordonatele modelului înainte de vizualizarea suprafeței. Baza de date a unei suprafețe de revoluție trebuie să includă profilul, axa de rotație și unghiul, definit ca unghi de început și de sfârșit.

SUPRAFETE TABULARE

Suprafețele tabulare sunt obținute fie prin translarea unei curbe spațiale de-a lungul unei direcții date, fie prin deplasarea unei drepte, numită generatoare, de-a lungul unei curbe plane numită directoare. Linia dreaptă va fi întotdeauna paralelă cu un vector fix ce definește direcția v (Figura 4.15).

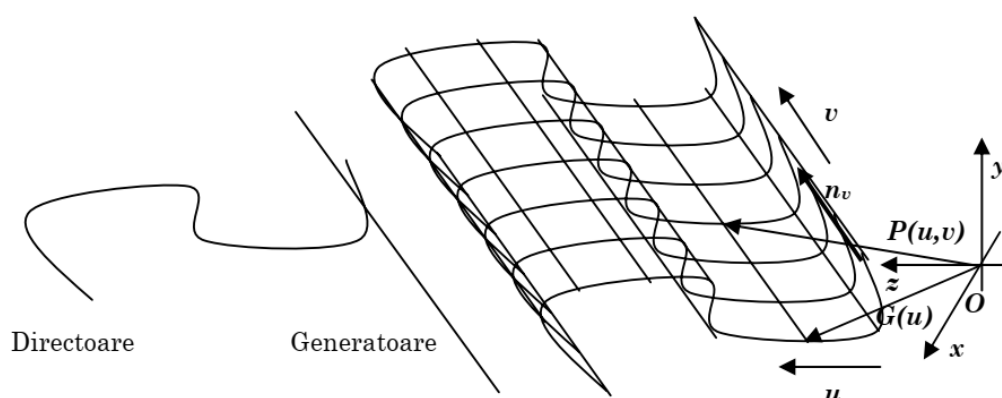


Figura 12. Construcția unei suprafețe tabulare și parametrizarea acesteia.

Vectorul de poziție a oricărui punct $P(u, v)$ ce aparține suprafeței poate fi scris ca:

$$P(u, v) = G(u) + v\vec{n}_v \quad 0 \leq u \leq u_{\max}, \quad 0 \leq v \leq v_{\max}$$

Cunoscând curba directoare, lungimea suprafeței (limita inferioară și superioară) și direcția de parcurgere a dreptei (vectorul $\vec{n}_v$) se poate realiza reprezentarea suprafeței.

Desen tehnic și Infografică (2); Note de curs

- Curs 10 -

MODELAREA CU SOLIDE A OBIECTELOR

În multe aplicații este important a se face distincție între interiorul, exteriorul și suprafața obiectelor tridimensionale, precum și de a avea capacitatea de a calcula proprietățile obiectului.

În comparație cu modelele realizate cu suprafețe, deși modelele pot arăta la vizualizare în mod similar, există o diferență fundamentală. Modelele cu suprafețe definesc numai geometria obiectelor corespunzătoare fără a stoca date referitoare la topologia acestor obiecte.

În cazul sistemelor de proiectare sau fabricație asistată de calculator, dacă un obiect solid poate fi modelat într-un mod ce surprinde adecvat geometria, atunci mai multe operații utile pot fi realizate înainte ca obiectul să devină un produs. Astfel, se poate verifica dacă două obiecte interferează unul cu celălalt sau se pot calcula proprietăți cum ar fi volumul și centrul de masă. De asemenea, analiza cu element finit este aplicabilă modelelor solide pentru a determina comportarea acestuia la diverse solicitări mecanice sau termice. O reprezentare satisfăcătoare a unui obiect solid poate face posibilă crearea unei secvențe de instrucțiuni în mod automat pentru centrele de prelucrare automată. În plus, unele tehnici grafice, cum ar fi modelarea transparenței, depind de capacitatea de a determina dacă un fascicul de lumină poate trece și ieși dintr-un obiect solid. Aceste exemple sunt în totalitate aplicații ale modelării cu solide. Altfel spus, modelarea cu solide devine din ce în ce mai repede o principală arie de cercetare și dezvoltare în aplicații cum ar fi proiectarea produselor și tehnologiilor, fabricația asistată de calculator, fabricația integrată cu calculatorul, modelarea componentelor electronice, programarea roboților și planificarea mișcării. Toate aceste aplicații necesită reprezentarea formelor obiectelor fizice solide, care poate fi asigurată prin modelarea cu solide.

Ca domeniu distinct, modelarea cu solide acoperă câteva discipline, incluzând matematica, știința calculatoarelor și ingineria. În consecință, este un subiect larg deschis care trebuie să pună de acord o diversitate de puncte de vedere, ca un rezultat al diversității de scopuri ale acestei metode de modelare geometrică.

Necesitatea de a modela obiectele ca solide are drept rezultat dezvoltarea unei serii de metode specializate pentru reprezentarea acestora. Conceptual, un sistem de modelare cu solide cuprinde trei nivele de abstractizare:

1. nivelul utilizator al sistemului de modelare reprezintă cel mai ridicat nivel de abstractizare, identificat cu interfața utilizator. Utilizatorul interacționează cu sistemul printr-un limbaj de proiectare ce poate fi textual, vizual sau mixt. La acest nivel, sunt disponibile mijloace conceptuale pentru construcția, modificarea, arhivarea și distrugerea modelelor. De asemenea, pot exista diferite alte mijloace pentru analiza unui model, și chiar pentru a argumenta unele din proprietățile acestuia.

2. al doilea nivel de abstractizare se referă la infrastructura matematică și algoritmică. La acest nivel al infrastructurii, se implementează operațiile conceptuale

existente la nivelul interfeței utilizator, precum și un spectru larg de mijloace auxiliare cerute de aceste operații (algoritmi pentru construcția intersecției a două obiecte, sau mijloace de determinare a existenței intersecției dintre două suprafețe tridimensionale). 3. la nivelul cel mai de jos se află substratul calculelor aritmetice și simbolice ce sunt utilizate ca primitive de către infrastructura algoritmică. În sensul cel mai fundamental, substratul de la acest nivel constă din capacitățile hardware de a efectua operații logice și operații aritmetice în numere întregi sau în virgulă mobilă.

5.3.1. MODELE VOLUMICE ELEMENTALE

Construcția unui model cu solide se face, în marea majoritate a cazurilor, în câteva etape succesive, care au ca punct inițial fie modificarea unui model existent, fie crearea unui model în totalitate nou folosind obiecte primitive. Obiectele primitive sunt selectate dintr-o mulțime posibilă de forme geometrice. O formă este apelabilă prin indicarea valorilor unor anumiți parametri. Câteva moduri de definire a primitivelor sunt prezentate în continuare:

a) fiecare primitivă este selectată dintr-un set de forme de solide și este apelată prin alegerea valorilor pentru anumiți parametri de dimensionare ce controlează forma finală. De exemplu, un produs program de modelare ce implementează CSG poate utiliza blocuri, cilindri, sfere, conuri și tori. Parametrii necesari în acest caz sunt lungimea laturii blocurilor, diametrul și lungimea cilindrilor ș.a.m.d.

b) o primitivă este creată prin extrudarea unui contur de-a lungul unei curbe spațiale. Atât forma conturului, cât și forma curbei spațiale sunt definite prin parametri. De exemplu, se poate extruda un disc de rază r de-a lungul unui segment de lungime l , creând astfel un cilindru solid. Această abordare permite generarea și verificarea proceselor tehnologice de tăiere pentru mașinile automate de prelucrare.

c) toate primitivele sunt semispații algebrice, adică, setul de puncte definit cu relația $\{(x, y, z) \mid f(x, y, z) \leq 0\}$ unde f este o formă polinomială ireductibilă. Coeficienții polinomiali pot fi considerați parametri de formă. Această abordare a fost utilizată în câteva sisteme de cercetare. Oricare sistem de modelare fundamentat pe reprezentarea CSG se bazează pe un set de corpuri geometrice volumice primitive, numite în continuare simplu primitive, care cuprinde următoarele tipuri de obiecte: bloc paralelipipedic, sferă, con, cilindru, tor și prismă triunghiulară.

În continuare sunt prezentate caracteristicile fundamentale ale acestor primitive:

1. blocul (paralelipipedul dreptunghic), reprezintă un corp geometric de formă paralelipipedică caracterizat prin: înălțime, lățime și lungime (Figura 1). Matematic blocul este definit de următoarea relație:

$$\{(x, y, z) \mid 0 < x < W, 0 < y < H, 0 < z < D\}$$

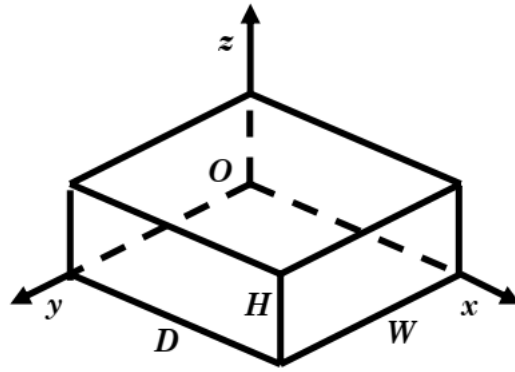


Fig. 1. Blocul ca primitivă, caracterizat de D , W , H .

2. cilindrul, reprezintă un cilindru circular drept, a cărei geometrie este descrisă de raza R , lungimea H (de-a lungul axei Oz), putând fi pozitiv sau negativ (Figura 2). Matematic cilindrul este definit de următoarea relație matematică:

$$\{(x, y, z) / x^2 + y^2 < R^2, 0 < z < H\}$$

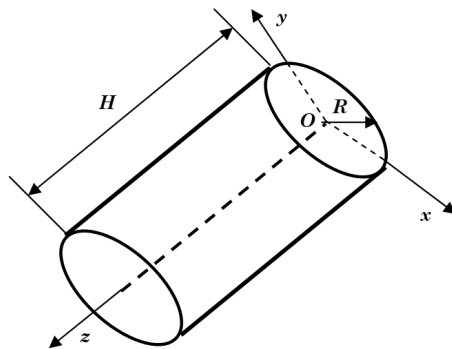


Fig. 2. Cilindrul primitiv caracterizat de raza R și înălțimea H .

3. sfera, reprezintă o sferă definită prin raza R (diametrul) și centrul acesteia relativ la originea sistemului de coordonate. Matematic este definită de relația:

$$\{(x, y, z) / x^2 + y^2 + z^2 < R^2\}$$

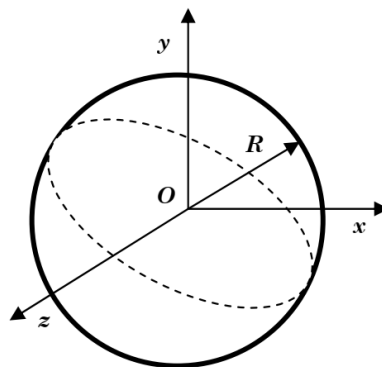


Fig. 3. Sfera ca obiect primitiv în modelarea cu solide, caracterizată de centrul O și raza R .

4. prisma, reprezintă o prismă triunghiulară dreaptă, caracterizată de lungimea bazei D , lăţimea bazei W şi înălţimea H (Figura 4). Matematic prisma este definită prin relaţia:

$$\{(x, y, z) / 0 < x < W, 0 < y < H, 0 < z < D, yW + xH < HW\}$$

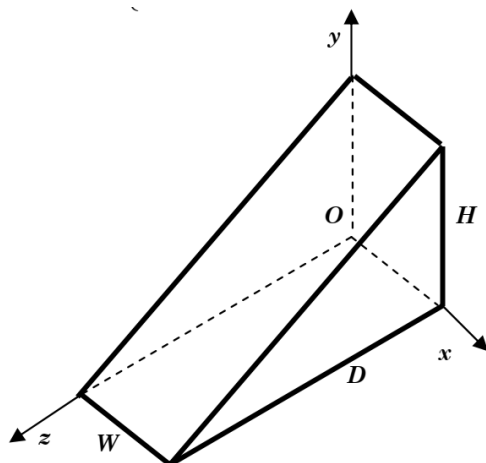


Fig. 4. Prisma triunghiulară dreaptă ca obiect primitiv, caracterizat prin lungimea D , lăţimea W şi înălţimea H

5. conul, reprezintă un con caracterizat de raza bazei, R , şi înălţimea conului, H şi are vârful poziţionat în originea sistemului de referinţă local (Figura 5.7). Matematic conul este definit de relaţia matematică:

$$\left\{ (x, y, z) / x^2 + y^2 < \left(\frac{R}{H} z \right)^2, 0 < z < H \right\}$$

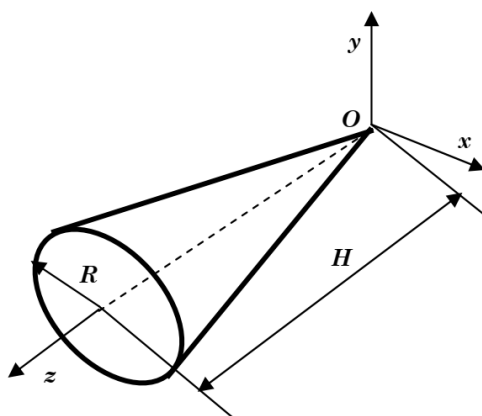


Fig. 5. Conul ca obiect primitiv, caracterizat prin rază şi înălţime.

6. torul, este un obiect primitiv generat prin rotirea unui cerc în jurul unei axe fixe aflată în acelaşi plan cu cercul (Figura 5.8). Se caracterizează prin raza cercului R_c , raza liniei de centre a torului, R_{lc} sau altfel prin raza internă R_i şi respectiv externă, R_e . Matematic torul se defineşte prin relaţia :

$$\{(x, y, z) / (x^2 + y^2 + z^2 - R_i^2 - R_{lc}^2) \leq 4R_{lc}^2(R_i^2 - z^2)\}$$

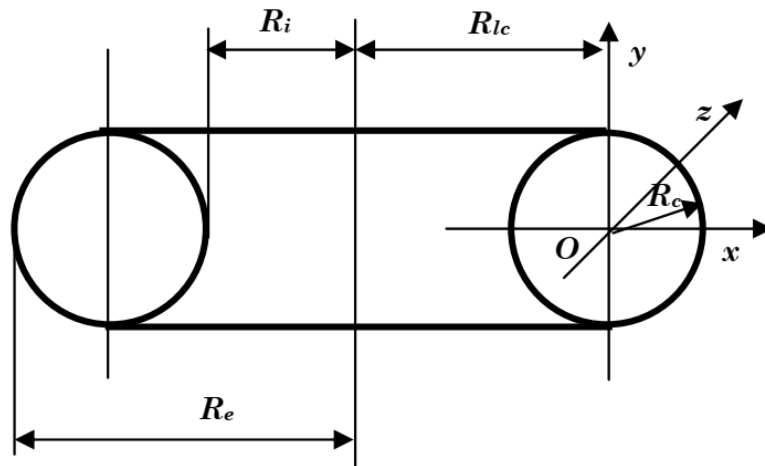


Fig. 6. Torul ca obiect primitiv în modelarea cu solide și caracteristicile sale principale

COMPUNEREA PRIMITIVELOR

Construcția unui model nu este posibilă doar prin folosirea primitivelor. De aceea, pentru construcția modelelor, primitivele se compun folosind trei operații fundamentale: reuniune, intersecție și diferență.

Pe lângă aceste operații de construcție, vizualizarea necesită și determinarea frontierelor, care pot fi stocate de către sistemul de modelare, altfel consumul de resurse crește foarte mult. Reuniunea este utilizată pentru unirea a două primitive sau obiecte, mai puțin partea comună a volumului celor două primitive sau obiecte. Rezultatul operației de intersecție este un obiect identic cu zonele comune celor două primitive (obiecte). Diferența are ca efect extragerea unui obiect sau a unei zone dintrun obiect. În Figura 5.9 este prezentat un exemplu de compunere a primitivelor prin cele trei operații booleene.

Reprezentarea CSG împreună cu metoda B-rep sunt cele mai utilizate scheme de reprezentare a solidelor. Un model CSG se obține prin compunerea booleană a unor primitive solide finite.

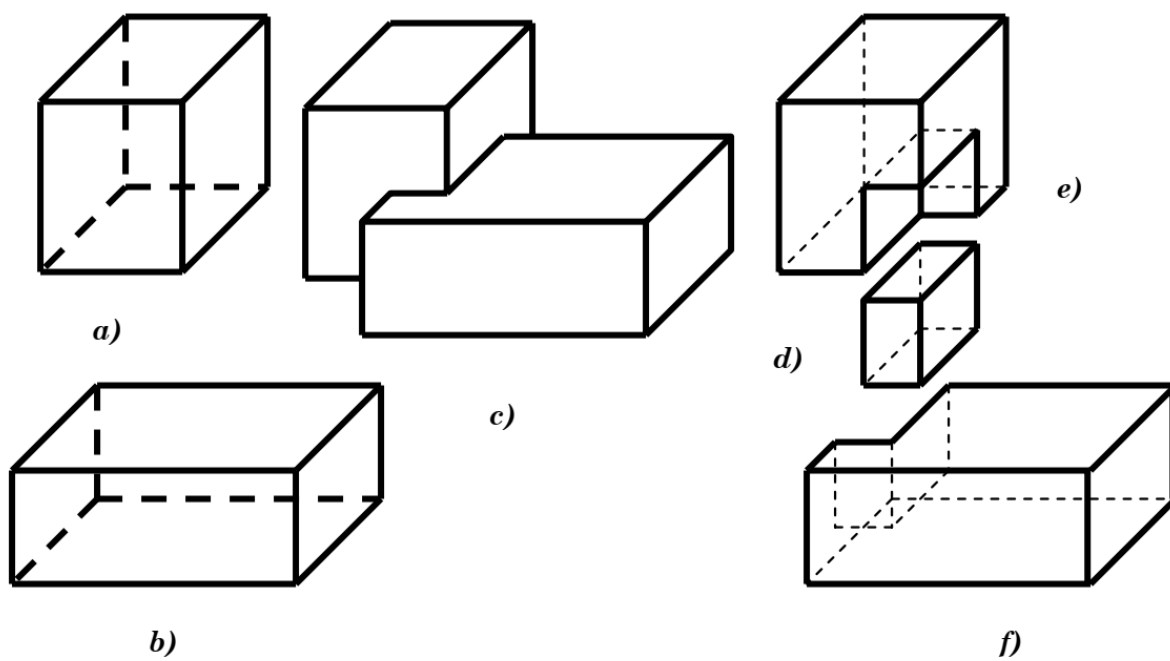


Fig.7. Compunerea primitivelor: a) blocul A; b) blocul B; c) $A \cup B$; d) $A \cap B$; e) $A - B$; f) $B - A$.

1. Infografica în imprimarea 3D

Fabricarea obiectelor tridimensionale este un domeniu de studiu cu rădăcini adânci în istorie. În decursul timpului au fost dezvoltate mai multe tipuri de tehnologii care să permită crearea de obiecte solide cu diverse forme. Prin modul de utilizare a materialului în vederea obținerii formei obiectului tehnologiile se pot împărți în patru categorii:

1. Tehnologii de fabricare prin înlăturare de material (Subtractive technologies)
2. Tehnologii de fabricare prin adăugare de material (Additive technologies)
3. Tehnologii de fabricare prin reformarea materialului (Net shape technologies)
4. Tehnologii de fabricare constructive (Constructive technologies)

1. Tehnologiile de fabricare prin înlăturare de material sunt larg utilizate în prezent în diverse domenii ale creației industriale sau artistice. Caracteristic pentru aceste tehnologii este faptul că sunt mari consumatoare de materie primă și produc cantități importante de deșeuri. Fabricarea porneste de la un bloc de material solid (semifabricat) care are dimensiuni de gabarit mai mari decât obiectul ce trebuie realizat (sau cel puțin egale). Prelucrarea constă în înlăturarea succesivă și selectivă a unor mici bucăți din blocul de material astfel încât acesta să se apropie de forma și dimensiunile dorite.

Exemple din domeniul industrial:

- prelucrarea prin aşchiere; strunjire, frezare, gaurire, rectificare;
- prelucrare prin electroeroziune

din domeniul artistic :

- sculptura în piatră, lemn

2. Tehnologiile de fabricare prin adăugare de material sunt definite prin termenul *Additive technologies(AM)* sau *Solid Freeform Fabrication(SFF)*. Ele permit construirea obiectelor prin adăugarea unor cantități mici de material în locații precise, cantitatea de material utilizată fiind astfel practic egală cu cantitatea cuprinsă în obiectul finit. Obiectul este constituit din mici entități primare cum ar fi picături sau straturi. Aceste metode de fabricare permit construirea unor obiecte oricât de complexe iar gama de materiale utilizabile deși relativ restrânsă în prezent, se lărgeste continuu.

3. Tehnologiile de fabricare prin redistribuirea materialului de asemenea utilizează o cantitate de material aproape egală cu cea a piesei finite. Aceste tehnologii folosesc o formă sau matrită pentru a asigura geometria finală a piesei realizate. Cantități dozate de materialele de pornire sub formă lichidă, vâscoasă sau solidă sunt forțate să preia forma matritei sau formei de turnare.

Exemple: turnarea, deformarea plastică, injectarea materialelor plastice

4. Tehnologiile de fabricare constructive reprezintă de fapt tot niște procedee de tip aditiv prin care un obiect complex este realizat prin asamblare din componente de sine statatoare

realizate anterior cu ajutorul unor elemente de legatura. Componentele, simple sau complexe, ce participa la realizarea ansamblului pot fi realizate din același material sau din materiale diferite.

Tehnologiile aditive

Fabricarea prin adăugare de material A.M. (Additive Manufacturing) definește de fapt o întreaga gamă de tehnologii aditive care permit fabricarea obiectelor cu forme complexe în mod secvențial din straturi paralele (orizontale) unite între ele. Această abordare a fabricării se pretează foarte bine la realizarea obiectelor fizice direct din surse de date *CAD*. Sistemele care utilizează principiul **Layered Manufacturing (LM)** sunt cunoscute de asemenea prin numele general **Free Form Fabrication (FFF)** (ceea ce semnifică fabricarea formelor complexe fără matrită), sau **Solid Freeform Fabrication (SFF)** (adică fabricarea solidelor fără matrită) sau **Rapid Prototyping (RP)** (în traducere-prototipare rapidă).

Numele procedeele specifice sunt utilizate adesea și ca sinonime pentru întregul domeniu de fabricare stratificată. Iată câteva denumiri de procedee **SFF** mai răspândite:

- SLA - stereolitografia (abrevierea definește de fapt aparatul care utilizează acest procedeu de fabricare stratificată)
- SLS - sinterizare selectivă cu laser
- FDM - modelare prin depunere din topitură
- LOM - fabricarea obiectelor din folii laminate
- 3DP - tipărire tridimensională

Fiecare din aceste tehnologii și multe altele care nu au fost menționate aici au punctele lor tari și slabe.

Fabricarea stratificată nu este o idee nouă așa cum s-ar putea lăsa impresia. Un exemplu al acestei abordări încă din antichitate îl constituie construcția piramidelor egiptene [1] (Fig. 1).

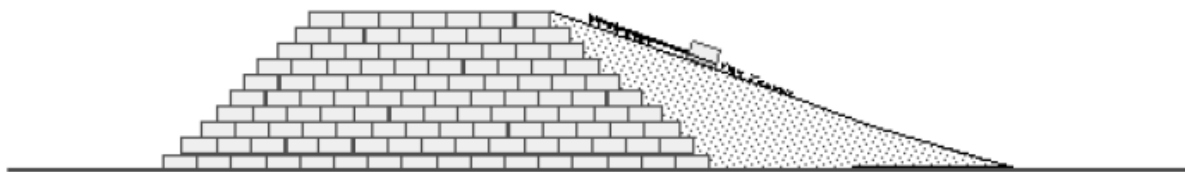


Fig. 1. Construcția stratificată a piramidelor.

Obiectivul A.M. este de a fi pută să fabrice piese tridimensionale cu forme complexe, direct din modele CAD, cu cât mai puține operații pregătitoare. O cale de realizare a acestora este utilizarea metodei **Layered Manufacturing LM (SFF)**. Operațiile ce trebuie realizate în cadrul acestei tehnologii sunt prezentate în figura 2.

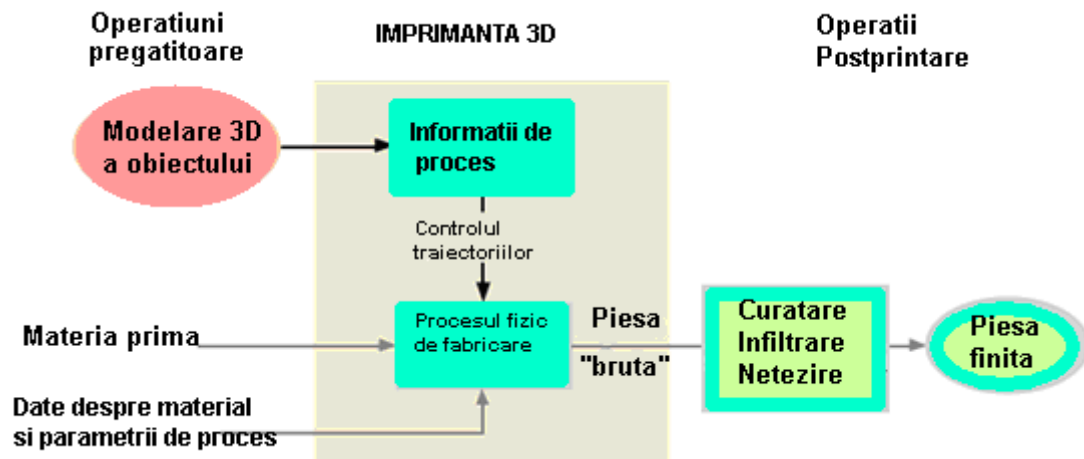


Fig. 2. Sistemul de Fabricație Aditivă

Metodologiile SFF au urmatoarele atribute:

- pot construi geometrii complexe 3D arbitrare;
- planificarea procesului este automata, bazat pe un model CAD;
- utilizeaza o masina generica de fabricare;
- nu necesita dispozitive de fixare specifice pentru piesa;
- nu necesita forme sau matrite;
- necesita pentru operare o interventie umana minima sau de loc.

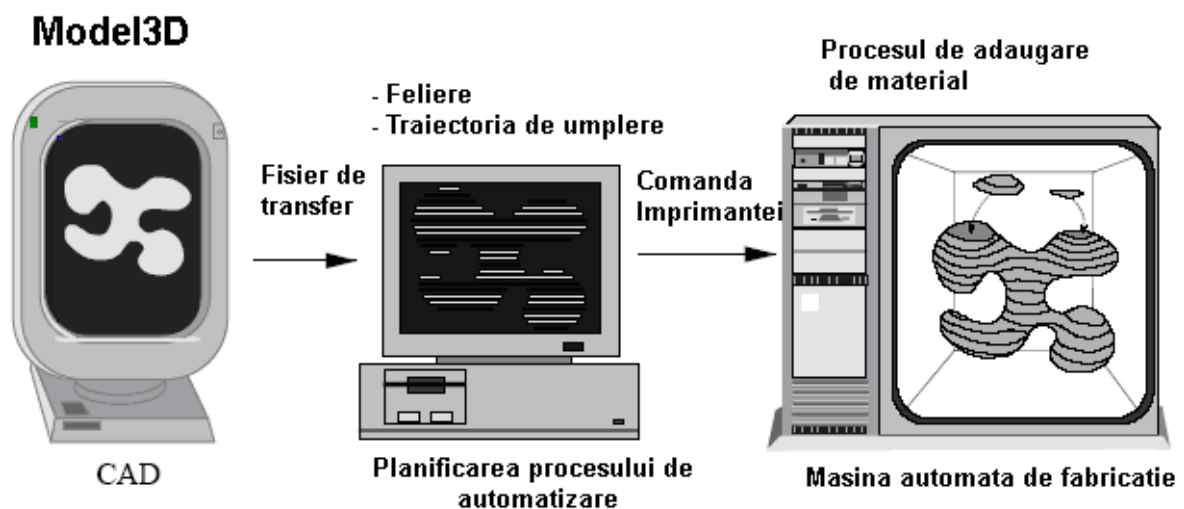


Fig. 3. SFF utilizand tehnologia fabricarii stratificate.

În cadrul acestei metode, un model CAD 3D solid al obiectului este descompus în straturi în 2,5D dimensiuni, adică straturi care pot fi reprezentate printr-o secțiune transversală plană cu o grosime uniformă asociată, figura 3.

Apoi planificatorul procesului de fabricare generează traiectorii pentru ghidarea procesului aditiv de material în scopul construirii fizice a acestor straturi într-o mașină automată de fabricare. Dacă este necesar sunt construite structuri de susținere simultan cu piesa pentru a susține anumite părți ale obiectului.

Fiecare strat fizic conține: secțiunea transversală utilă a piesei și stratul de material de suport complementar, care este apoi depus și lipit de stratul precedent (Fig. 2.2a) utilizând una din cele câteva tehnologii de depunere și lipire disponibile.

Materialul suport are două roluri primare: întâi, el susține piesa, analog “fixării” din tehnicile de fabricare tradițională; a doua, el servește ca substrat care susține “regiunile neconectate” și ca părțile atarnate să poată fi depuse.

Regiunile neconectate necesită acest suport cât timp ele nu sunt unite cu corpul principal până când straturile ulterioare sunt depuse. Altfel, utilizarea a materialului suport este de a forma cavități închise în piesă.

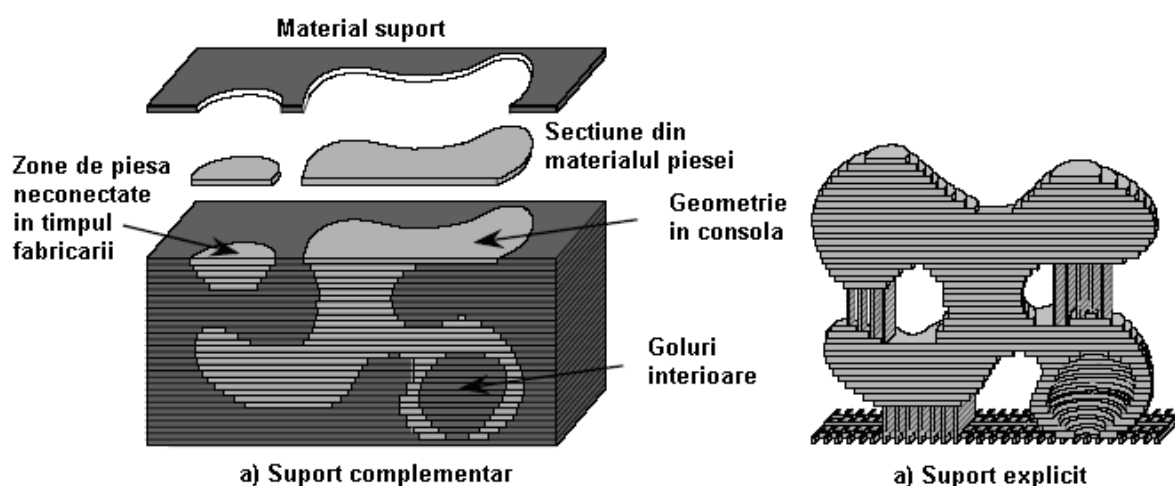


Fig. 4. Construcția piesei prin tehnologia A.M.: a) metoda suport complementar, b) metoda suport explicit

Alte sisteme A.M. utilizează structuri suport numai acolo unde este necesar, adică, pentru susținerea regiunilor interconectate și a părților atarnate (Fig. 4 b). Aceste structuri suport explicite sunt depuse din același material ca și obiectul care se creează, dar sunt create într-o formă care să permită îndepărtarea ușoară o dată ce piesa a fost realizată complet. De exemplu, ele pot fi depuse ca o structură cu pereți subțiri care se poate rupe ușor.

SFF poate fi planificat și executat rapid și automat, independent de forma piesei, pentru mai multe rațiuni:

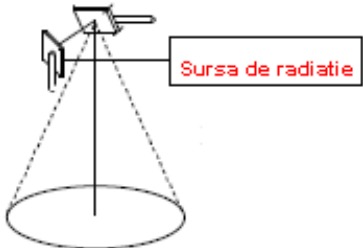
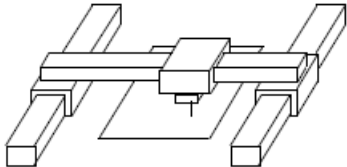
(1) operația de descompunere transformă geometrii complexe 3D în reprezentări simple 2½D,

(2) fixarea client nu este necesara,

(3) masina care implementeaza aceste sisteme este relativ usor de operat.

Practic implementarea prelucrării în straturi pentru necesitățile fabricării moderne au fost posibile prin câteva tehnologii, incluzând modelarea solidelor bazate pe CAD, lasere, tipărirea cu jet de cerneala, dispozitive de control a mișcării de înaltă performanță, integrată cu mai multe procese tradiționale de fabricare, cum ar fi metalurgia pulberilor, extrudarea, sudarea, prelucrarea CNC (control numeric), și litografie, într-un nou aranjament (Fig. 2.4).

Tabelul 1. Mecanismele de obținere al unui strat 2,5D al pieselor realizate prin Tehnologiile Aditive

Nr. Crt.	Mecanismul de operare	Tipuri de procedee
1.	 Axa – Z, înălțime, acționare mecanică Axele – X, Y, acționare optică	SLA – stereolitografia SLS - sinterizare selectivă cu laser
2.	 Axele – X, Y, Z, acționare mecanică	FDM - modelare prin depunere din topitura 3DP - tipărire tridimensională

În tabelul 1, sunt prezentate mecanismele de obținere al unui strat 2,5D al pieselor realizate prin tehnologiile aditive. În primul caz imaginea secțiunii 2D este realizată utilizând sisteme optice (2 axe optice), iar a treia axă este realizată cu sisteme mecanice. Cele mai utilizate sisteme optice folosesc tehnica oglinzilor galvanometrice pentru devierea unei raze laser.

În al doilea caz, toate cele trei axe sunt deservite de sisteme mecanice. De exemplu pentru definirea geometriei secțiunii (axe x-y) se utilizează un sistem de indexare mecanic iar pentru deplasare pe a treia axă (z) un piston care se deplasează pe verticală.

2. Etapele transformării modelului geometric pentru imprimarea 3D

Modalitatea creării imaginii pe planul orizontal în Fig. 2, reprezintă modul de a defini imaginea secțiunii unui singur strat și este analoga definirii imaginii în tipărirea grafică 2D. Un mod de abordare este să utilizăm o imagine raster creată ca o serie de linii continue paralele Fig. 5b. Aceasta metodă este utilizată în crearea de imagini TV și este de asemenea utilizată la monitoarele CRT ale calculatoarelor.

Metoda alternativă este să desenăm conturul imaginii cu o mișcare vectorială, ilustrată prin săgeți în Fig. 5a. Interiorul poate fi umplut în sistem raster sau mai uzual cu un model de hasurare. Acest sistem e utilizat de plotere (imprimante de mari dimensiuni) plane. Diferențele între aceste sisteme se reflectă în viteza de lucru și precizie. Sistemul raster este mai rapid deoarece nu se fac schimbări de direcție și oferă posibilitatea lucrului cu capete multiple care se deplasează paralel. Totuși sistemul raster produce contururi aproximative cu erori de discretizare mai ales pe marginile înclinate față de direcția de deplasare raster. Această situație este înlăturată prin sistemul vector care însă este mai lent.

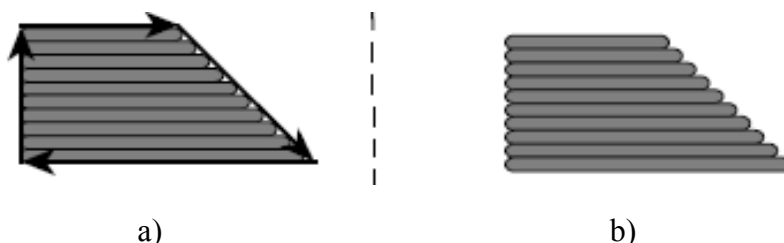


Fig. 5. Două abordări ale strategiei de imagine pentru un strat.
a) Vectorizare exteriorului; b) Imagine raster

Un sistem A.M., Fig 1, se extinde dincolo de masina (SFF) și include operații premergătoare “pre-operations”, cum ar fi pregătirea datelor geometrice, cât și operații de post procesare, cum ar fi întărire finală, înlăturarea structurilor suport, și curățirea.

La operațiile premergătoare accentul este pus pe elementele care afectează forma piesei (interfețele de date (2D, 3D) ale masinii SFF; modul de reprezentare matematică a datelor geometrice (prin triunghiuri) și fișiere STL) și pe modificările necesare ce se aduc modelului geometric initial, orientare, scalare, multiplicare, compensarea distorsiunilor, structuri suport. Acest model “pregătit” este utilizat apoi la generarea comenzilor de control a mișcării în cadrul echipamentului (scanare, feliere).

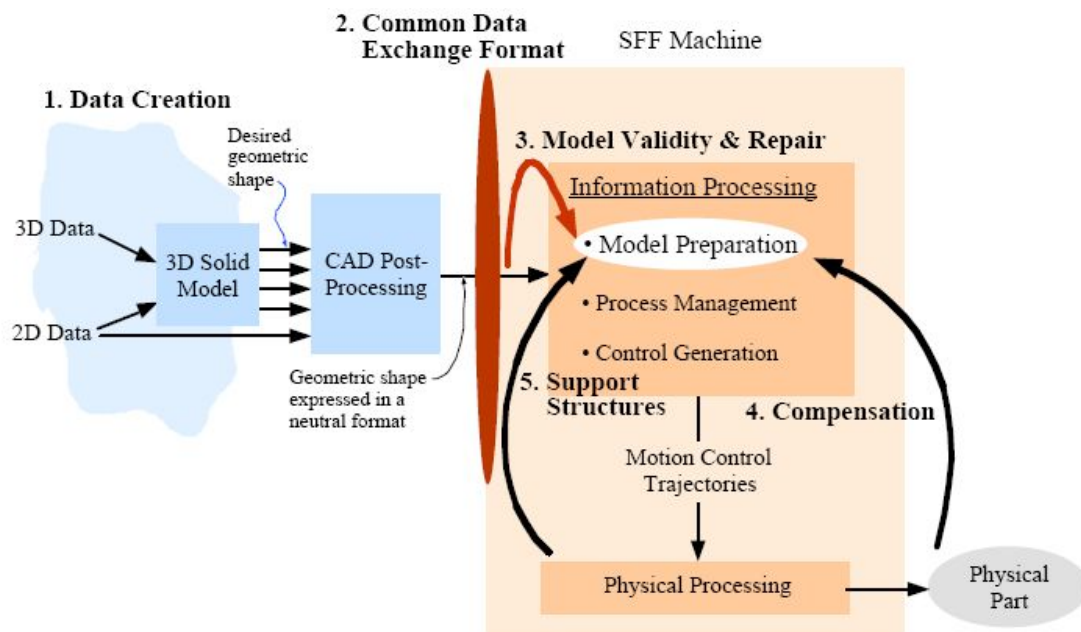


Fig. 6. Elemente lantului de fabricatie aditiva in care pot aparea modificari ale gemetriei

Figura 6 prezinta cele 5 elemente de baza ale masinii A.M. care afecteaza forma obiectului creat: (1) crearea datelor, (2) formate uzuale de schimb de date, (3) validitatea geometrica a modelului si repararea acestuia, (4) compensarea, si (5) structurile suport.

1. Crearea datelor

Primul pas in orice proces RP este crearea datelor geometrice, fie ca solid 3D intr-un program CAD, fie ca set de sectiuni 2D de la un dispozitiv de scanare. In fiecare caz datele trebuie sa reprezinte un model geometric valid; suprafata inconjuratoare sa delimiteze un volum finit, suprafata sa nu prezinte gauri si nici indoituri peste ea insasi (adica zone de grosime 0). Chiar si modelele tip coaja au un volum finit. Modelul este valid daca pentru orice punct din spatiul 3D se poate determina in mod unic daca se afla in interiorul sau in afara suprafetei inconjuratoare a obiectului.

Daca se furnizeaza masinii SFF date privind contururi 2D, aceste informatii implicite trebuie sa fie suficiente pentru definirea unui volum 3D valid.

2. Formate de schimb de date

Din ratiuni de competitivitate de piata si de prformanta, sistemele CAD utilizeaza o mare varietate de formate de transfer de date. Pentru a face fata acestei varietati fabricantii de masini SFF au impus ca toate modelele geometrice sa fie exprimate intr-un format neutru urmand ca producatorii de software CAD sa furnizeze postprocesoare pentru translatarea reprezentarilor CAD proprii in formatul neutru. Drept format neutru a fost ales formatul STL. Desi multi fabricanti de masini SFF ofera si formate proprii, toti accepta si formatul standard STL.

Reprezentarea matematica prin fatete triunghiulare

S-a ales reprezentarea prin cele mai simple suprafete fateta triunghiulara. Aproximarea consta in impartirea suprafetei originale in triunghiuri interconectate.

Reprezentarea datelor

Schema simpla de reprezentare a unui solid este sa se reprezinte suprafata ca o secventa de suprafete elementare (triunghiuri). Un element triunghiular e reprezentat ca o secventa de trei varfuri (vertex) si vectorul normalei spre exterior definit conform regulii mainii drepte in raport cu secventa de vertexuri. Aceasta reprezentare poarta numele de format **STL** si a fost introdusa initial de 3D Systems, Inc., in 1988. Ulterior a devenit formatul standard pentru transferul modelelor geometrice pentru masinile SFF.

Într-un fișier STL obiectul 3D este reprezentat ca o suprafață închisă formată din fațete triunghiulare, descrise la rândul lor de vârfuri. Poziționarea vârfurilor se realizează în sistemul cartezian tridimensional iar normala la suprafață se determină prin regula mâinii drepte. Vectorul normal la suprafață ne oferă informații cu privire la orientarea fațetei triunghiulare față de interiorului/exteriorului piesei. Pentru reprezentarea vârfurilor fațetelor se pot folosi coordonate pozitive și negative, iar fișierele STL nu conțin informații legate de scara sau unitățile de măsură utilizate pentru reprezentare.

Modelul STL reprezintă o aproximare a geometriei realizată pe baza ecuațiilor unor modele geometrice. De exemplu, o secțiune în plan a unei sfere transformată în model STL apare ca un model poligonal închis, care aproximează un cerc figura 7., iar o sfera este reprezentata aproximativ cu ajutorul unor fatete congruente, cu laturi doua cate doua comune.

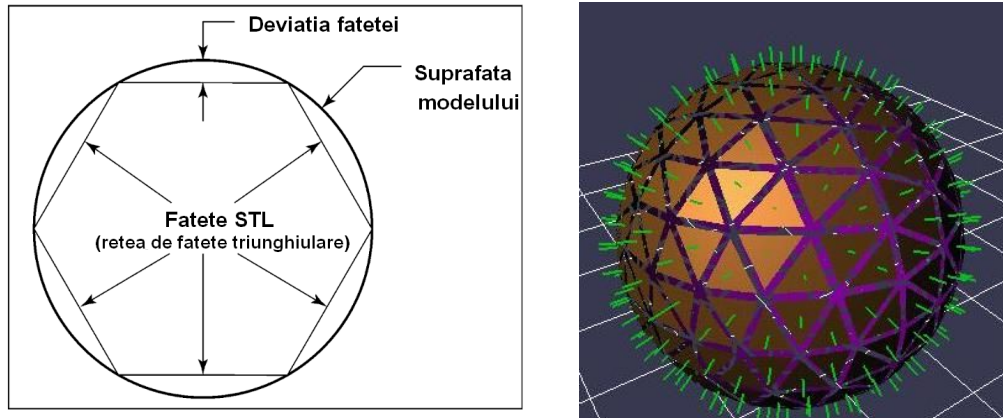


Fig. 7. Reprezentarea în plan a deviației unui model STL față de suprafața obiectului proiectat

3. Validarea si repararea modelului

Tebuie precizat ca, post-procesoarele CAD de fapt aproximeaza modelul geometric CAD (e.g., B-splines) prin figuri geometrice simple (triunghiuri), reprezentate matematic intr-un format dat: STL. Daca aceasta operatie de aproximare nu e facuta precis poate duce la

anomalii geometrice. Ca urmare multe masini SFF dispun de software de verificare a validitatii modelelor, figura 8. In cazul detectarii unor erori modelul trebuie reparat. acest lucru se poate face manual sau automat cu ajutorul unui software adecvat.

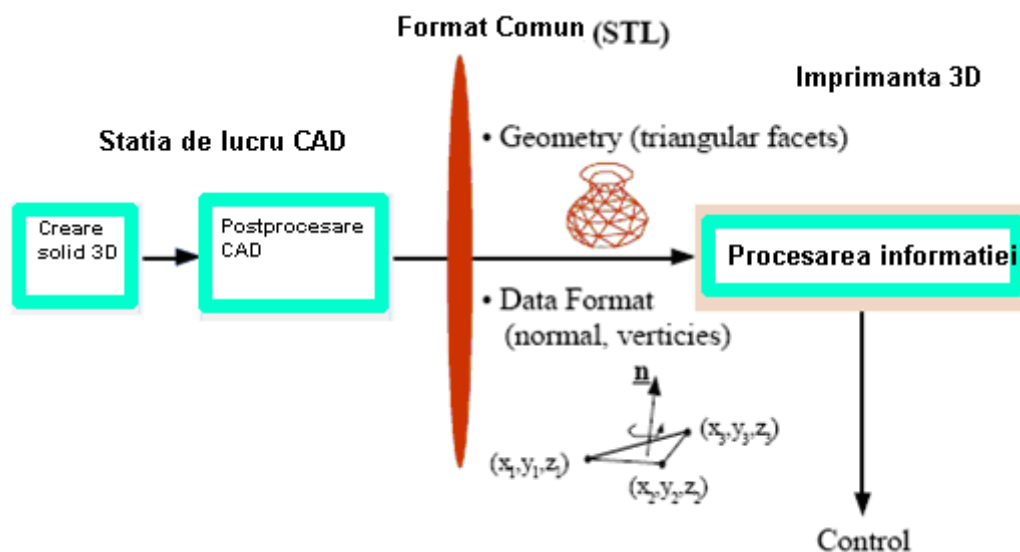


Fig. 8. Forma geometrica utilizata in formatul STL.

Chiar si in cazul modelelor valide sunt necesare o serie de operatii geometrice: orientare , scalare in raport cu spatiul de lucru al masinii, multiplicare.

Fig. 9 arata o serie de erori in triangularizarea unui model: fatete omise ceea ce creaza gauri in suprafata, conectari gresite intre suprafete adiacente cu curburi diferite. In formatul STL fiecare triunghi este definit independent astfel incat fiecare vertex este definit de mai multe ori. Datorita aproximărilor la conversia in model STL (cu fatete tringhiulare), este posibil ca două suprafete care de invecinează prin două curbe care au aceeasi ecuație sa fie approximate cu fațete triunghiulare ale căror muchii adiacente sa fie definite de vertexuri diferite. Unele anomalii pot apare deoarece proiectantii nu au in vedere sau nu cunosc modul de procesare a modelului creat. Modelele solide complexe sunt create adesea prin alipirea unor solide ceea ce duce la aparitia unor suprafete coincidente, Fig. 9. In modelul CAD aceasta nu deranjeaza, însă la transformarea în format STL, pentru realizata piesei prin imprimare 3D poate cauza discontinuități, mici rupturi sau deformatii.

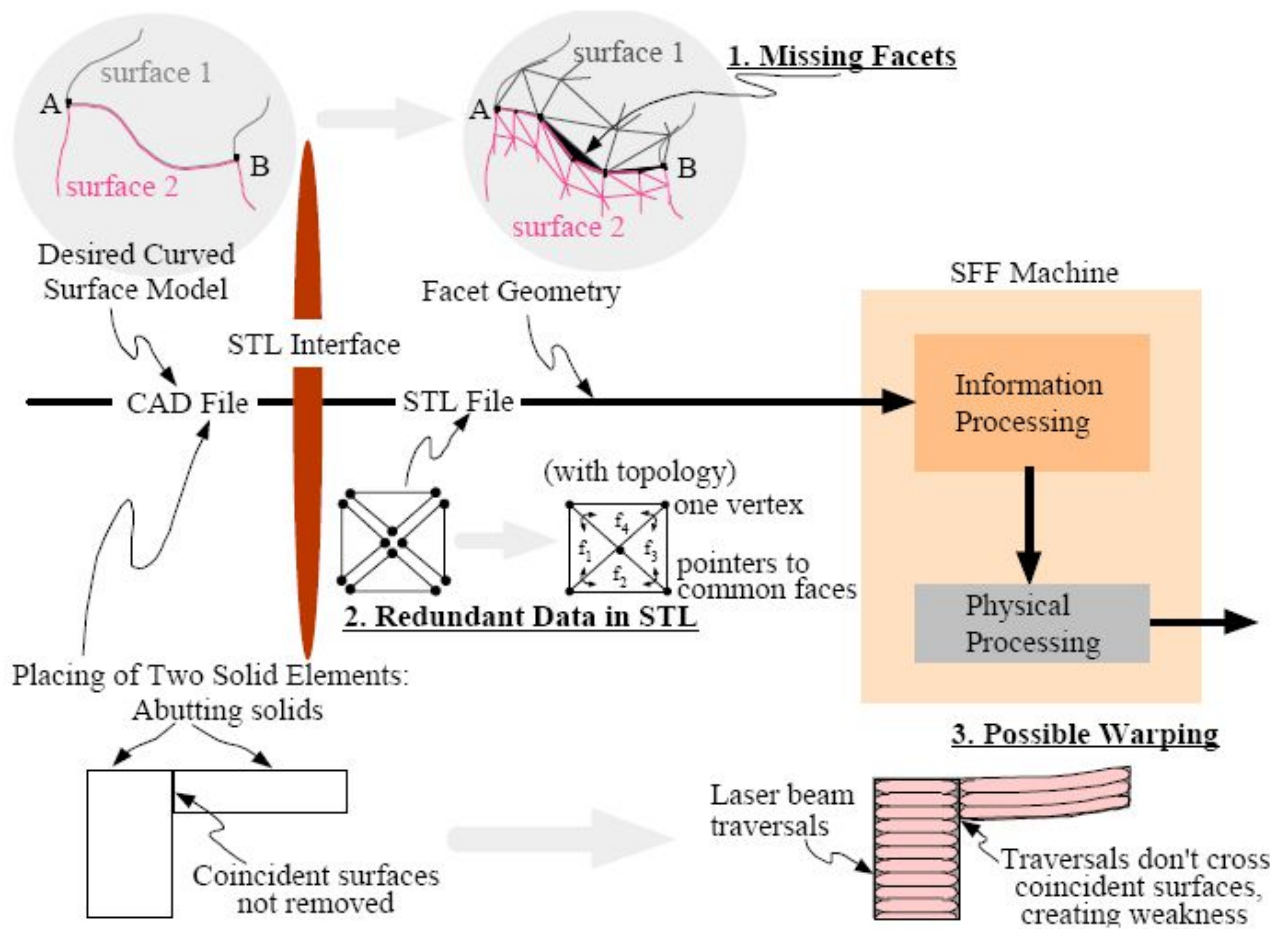


Fig. 9. Cauze tipice de erori.

4. Compensarea

Forma modelului trebuie alterata pentru a compensa anomaliiile fizice care apar pe parcursul desfasurarii procesului de fabricare (contractii, deformari, rasuciri).

5. Structurile support

Structurile sport sunt absolut necesare in procesele bazate pe lichid pentru a sustine partile suspendate sau in consola sau pentru a fixa piesa pe platforma de constructie. Exista software care pot genera automat structuri suport in vederea minimizarii consumului de material.

In cazul pieselor foarte precise trebuie facute iteratii avand in vedere ca structurile suport pot modifica conditiile de compensare stabilite anterior.

Viziunea lor optimistă este împărtășită și de futurologul șef al companiei Cisco, Dave Evans. **"Ne îndreptăm spre o lume care va abandona modelul «one size fits all» în favoarea lui «one size fits one». Se va putea crea orice la comandă, toate obiectele fiind personalizate"**, afirmă Evans. "Așa cum astăzi considerăm absolut firesc să descărcăm

muzică de pe Internet, la fel vom privi în viitor descărcarea obiectelor fizice", susține Evans, adăugând că este posibil ca locuințele viitorului să includă câte o imprimantă 3D personală.

Credem că următorul pas în ceea ce privește copierea va fi dinspre digital spre forma fizică. **Credem că în scurt timp oamenii își vor tipări piesele de schimb pentru autovehicule și că în maxim 20 de ani ne vom descărca de pe internet pantofii**", anunță manifestul celor de la The Pirate Bay.