

1. ANGRENAJE [1; 2; 5; 9; 10; 11; 12; 15; 16; 18; 19; 20; 25; 26; 27; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 42; 43; 44; 45; 46; 48]

1.1. CARACTERIZARE. CLASIFICARE. DOMENII DE FOLOSIRE

Angrenajul este mecanismul format din două roți dințate, care transmite – prin intermediul dinților aflați succesiv și continuu în contact (angrenare) – mișcarea de rotație și momentul de torsiune între cei doi arbori.

Angrenajele au o largă utilizare în transmisiile mecanice, datorită avantajelor pe care le prezintă: raport de transmitere constant; siguranță în exploatare; durabilitate ridicată; randament ridicat; gabarit redus; posibilitatea utilizării pentru un domeniu larg de puteri, viteze și rapoarte de transmitere. Ca dezavantaje, se pot menționa: precizii mari de execuție și montaj; tehnologie complicată; zgomot și vibrații în funcționare.

Clasificarea angrenajelor se realizează după cum urmează:

§ *după poziția relativă a axelor de rotație*: angrenaje cu axe paralele (fig.1.1, a, b,d, e); angrenaje cu axe concurente (fig.1.2); angrenaje cu axe încrucișate (fig.1.3);

§ *după forma roților componente*: angrenaje cilindrice (fig.1.1, a, b, d, e); angrenaje conice (fig.1.2); angrenaje hiperboloidale (elicoidale – fig.1.3, a; melcate – fig.1.3, b; hipoide – fig.1.3, c); în fig.1.1, c este prezentat angrenajul roată – cremalieră;

§ *după tipul angrenării*: angrenaje exterioare (fig.1.1, a, d, e); angrenaje interiorare (fig.1.1,b);

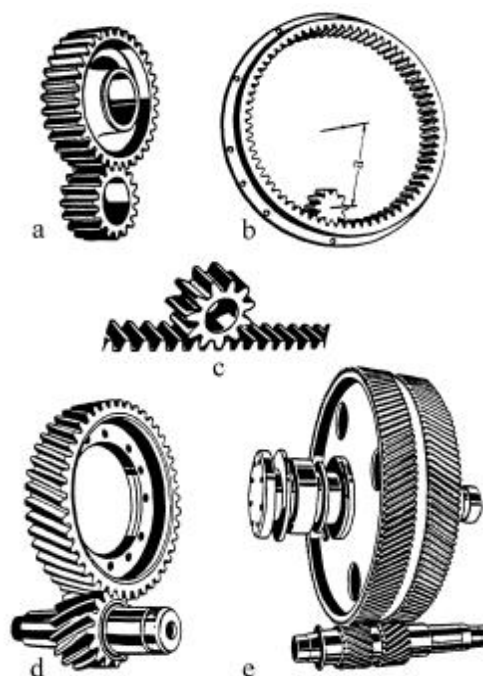


Fig.1.1

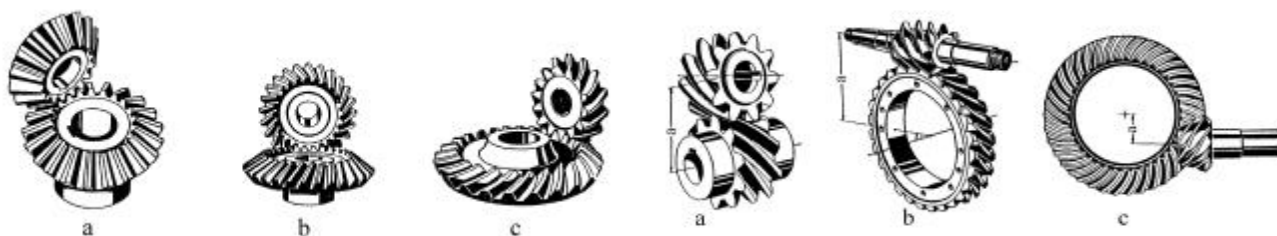


Fig.1.2

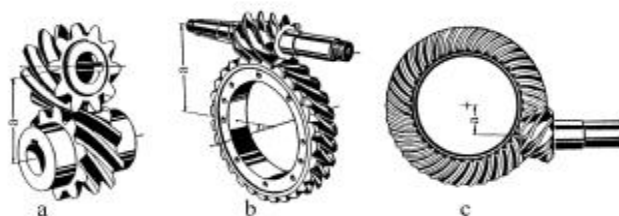


Fig.1.3

§ *după direcția dinților*: angrenaje cu dantură dreaptă (fig.1.1, a, b și 1.2, a); angrenaje cu dantură înclinată (fig.1.1, d și 1.2, b); angrenaje cu dantură curbă (fig.1.2, c și 1.3, c); angrenaje cu dantură în V (fig.1.1, e);

§ *după forma profilului dinților*: profil evolventic; profil cicloidal; profil în arc de cerc;

§ după posibilitățile de mișcare a axelor roților: cu axe fixe; cu axe mobile (planetare).

Domeniile de folosire ale angrenajelor sunt foarte diverse, acestea întâlnindu-se în reductoare și multiplicatoare de turație, cutii de viteze, diferențiale etc.

1.2. FORMELE ȘI CAUZELE DETERIORĂRII ANGRENAJELOR

1.2.1. Ruperea dinților

Ruperea dinților prin oboseală este forma principală de deteriorare a angrenajelor din oțel, cu duritatea flancurilor active > 45 HRC, precum și a angrenajelor din fontă sau din materiale plastice. Ruperea se produce datorită solicitării de încovoiere a dintelui, solicitare variabilă în timp, care determină oboseala materialului și apariția, la baza dintelui, a unor microfisuri, care se dezvoltă în timp, provocând, în final, ruperea dintelui. Fisura de oboseală (fig.1.4) apare în zona de racordare a dintelui la corpul roții, pe partea fibrelor întinse, unde concentrarea tensiunilor de încovoiere este maximă.

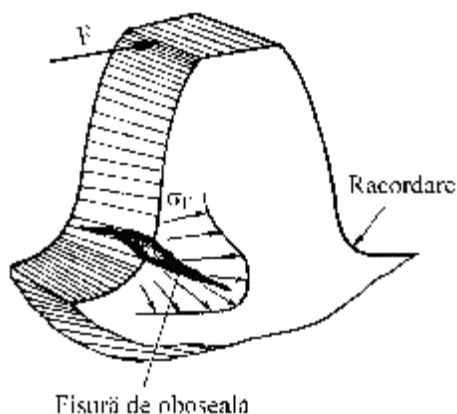


Fig.1.4

Ruperea statică a dinților este cauzată de suprasarcini sau șocuri mari, care apar în timpul funcționării angrenajului, ca urmare a condițiilor de funcționare. La roțile cu dantură dreaptă, ruperea se produce la baza dintelui, iar la roțile cu dantură înclinată, dinții înclinați intrând progresiv în angrenare, se rup porțiuni de dinte (fig.1.5).

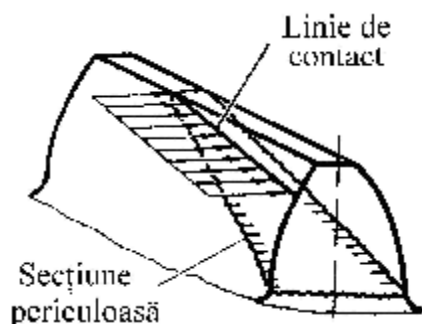


Fig.1.5

Evitarea ruperii dinților prin oboseală se poate realiza prin limitarea tensiunilor de încovoiere de la baza dintelui la valori admisibile, prin creșterea modulului, prin realizarea unor raze mari de racordare și prin deplasări pozitive de profil.

1.2.2. Deteriorarea flancurilor active ale dinților

Pittingul (apariția de ciupituri pe flancurile active ale dinților) se datorește oboselii de contact a straturii superficial al flancurilor active, constituind principala formă de deteriorare a angrenajelor cu durități superficiale < 45 HRC.

Ciupirea este un fenomen de oboseală a straturilor superficiale ale flancurilor active ale dinților, determinat de tensiunile de contact variabile în timp.

Primele semne de oboseală apar, de regulă, în zona cilindrilor de rostogolire, sub forma unor microfisuri. Inițial, aceste microfisuri apar în sensul forțelor de frecare (fig.1.6, a și b), care la roata conducătoare sunt dinspre cercul de rostogolire spre cercurile de picior și de cap, iar la roata

condusă invers, datorită faptului că viteza relativă dintre cele două flancuri își schimbă sensul în polul angrenării. Uleiul, care aderă la suprafața dintelui, este presat – de flancul dintelui conjugat – în microfisurile existente (v. fig.1.6, b). În zona fisurii apare o presiune hidrostatică, care favorizează dezvoltarea microfisurilor și desprinderea de mici bucăți de material, rezultând pe suprafețele active ale dinților ciupituri (fig.1.6, c). Ciupiturile se dezvoltă în timp, conducând la o funcționare necorespunzătoare a angrenajului.

Evitarea scoaterii din uz prin pitting se face prin: realizarea unui calcul la solicitarea de contact a angrenajului; tratamente termice sau termochimice (călire superficială, cementare, nitrurare); deplasări pozitive de profil; micșorarea rugozității flancurilor dinților; utilizarea unor lubrifianți aditivi.

Exfolierea stratului superficial al flancurilor dinților este o formă de deterioare prin oboseală a materialului și apare la angrenajele la care dantura a fost supusă unui tratament termic sau termochimic de durificare superficială (călire superficială, cementare, nitrurare). Exfolierea se manifestă prin desprinderea unor porțiuni ale stratului superficial al flancului dintelui, ca urmare a unor microfisuri de oboseală apărute la granița dintre stratul durificat și cel de bază. Evitarea deteriorării prin exfoliere a angrenajului se face prin adoptarea unor tehnologii de tratament adecvate.

Griparea este o formă a uzării de adeziune și apare la angrenajele puternic încărcate, care lucrează la viteze periferice mari. Datorită alunecărilor mari dintre dinți, a concentrărilor mari de sarcini, a rugozităților mari ale flancurilor, uleiul poate fi expulzat dintre suprafețele aflate în contact. Datorită contactului direct, a

sarcinilor locale mari și a temperaturii ridicate din zona de contact, apar microsuduri care, în timp, se rup și se refac continuu, datorită mișcării relative a flancurilor. Punctele de sudură produc pe flancul dintelui conjugat zgârieturi și benzi de gripare, orientate în direcția alunecării (fig.1.7).

Evitarea deteriorării prin gripare a angrenajului se face prin îmbunătățirea condițiilor de ungere și răcire, prin utilizarea unor lubrifianți aditivi, prin mărirea preciziei de execuție și

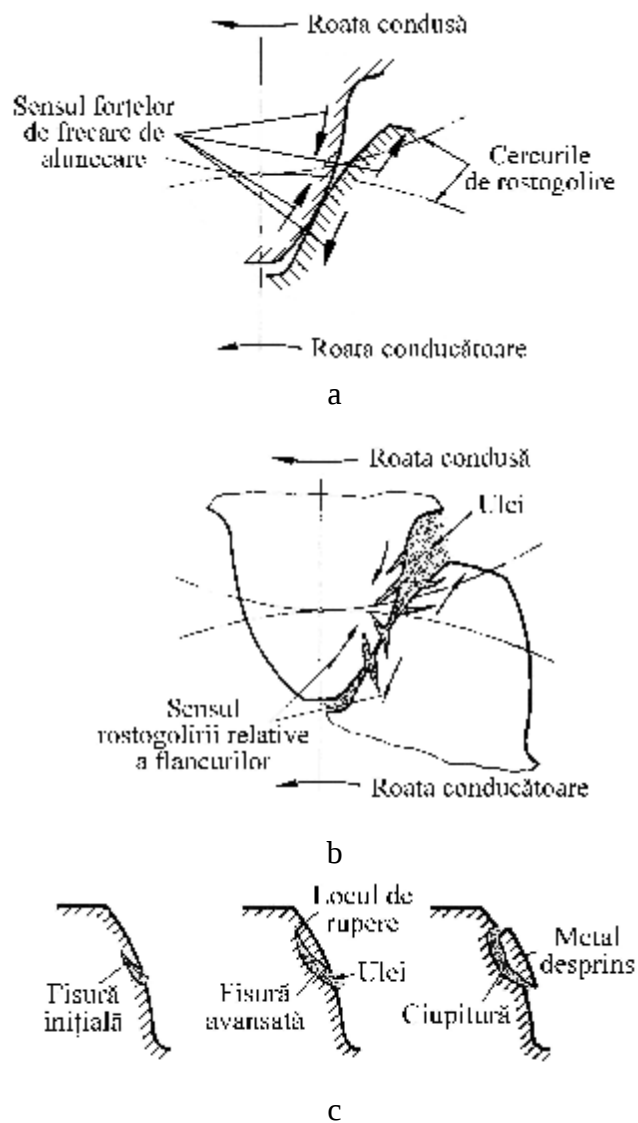


Fig.1.6

montaj, prin mărirea rigidității arborilor, prin creșterea durității superficiale, prin micșorarea rugozității flancurilor dinților.

Uzarea abrazivă este forma de deteriorare a angrenajelor care lucrează la viteze mici (când nu sunt create condițiile unei ungeri fluide), a angrenajelor deschise și a angrenajelor din componența transmisiilor cu deficiențe la sistemul de ungere și/sau etanșare.

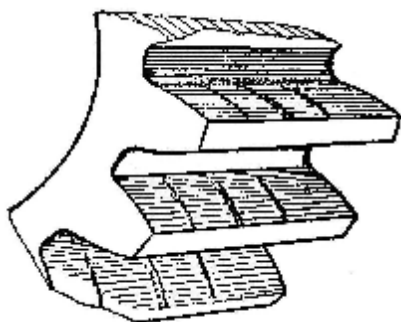


Fig.1.7

Deterioarea flancurilor dinților se produce printr-un proces mecanic de îndepărtare a unor particule fine de material de pe flancul dintelui, ca urmare a acțiunii unor particule abrazive, existente între suprafețele în contact. Particulele abrazive pot proveni din exterior (când sistemul de etanșare este defectuos), din forfecarea punctelor de sudură (apărute în urma gripării) sau din desprinderea materialului (în urma apariției pittingului).

Uzarea abrazivă poate fi limitată prin asigurarea unei etanșări corespunzătoare și a unei ungeri adecvate.

Alte forme de deteriorare a angrenajelor pot fi uzarea corosivă, deformarea plastică sau fisurarea.

1.3. MATERIALE ȘI TRATAMENTE UTILIZATE ÎN CONSTRUCȚIA ROȚILOR DINȚATE. ELEMENTE DE TEHNOLOGIE

1.3.1. Materiale și tratamente

La alegerea materialului trebuie să se țină seama de o serie de factori: sarcina care încarcă angrenajul; durata de funcționare impusă; caracteristicile mecanice ale materialelor; modul de obținere a semifabricatului; tehnologia de execuție; eficiența economică; condițiile de funcționare.

Fontele asigură angrenajelor o amortizare bună la vibrații și calități antifricțiune. Se folosesc la construcția roților melcate și a roților dințate de dimensiuni mari, încărcate cu sarcini mici și care funcționează la viteze reduse. Se pot folosi fontele cenușii cu grafit lamelar (Fc 200, Fc 400), fontele cu grafit nodular (Fgn 600-2, Fgn 700-2), fontele maleabile (Fmp 700-2) și fontele aliate.

Bronzurile (aliaje ale cuprului cu staniu) se folosesc în construcția roților melcate, datorită calităților antifricțiune foarte bune. Fiind deficitare și foarte scumpe, bronzurile se folosesc numai pentru confecționarea coroanei roții melcate, corpul acesteia fiind executat din fontă sau oțel.

Materialele plastice au elasticitate mărită, dar caracteristici mecanice reduse, utilizându-se în construcția roților dințate puțin solicitate. Se folosesc la realizarea angrenajelor mai puțin precise, dar care necesită o funcționare silențioasă – datorită elasticității mari, se asigură compensarea erorilor de execuție și montaj – la roțile care lucrează în medii corosive și la roțile la care ungerea cu uleiuri minerale nu este posibilă (industria alimentară, textilă, aparate de birou și de uz casnic).

Oțelurile sunt materialele cele mai utilizate în construcția roților dințate. Oțelurile, în funcție de proprietățile lor mecanice și de prelucrabilitate, se împart în oțeluri moi (cu duritate superficială < 350 HB) și oțeluri dure (cu duritate superficială > 350 HB).

Oțelurile de uz general pentru construcții și oțelurile turnate în piese nu se tratează termic, fiind utilizate la angrenajele încărcate cu sarcini mici și/sau la care nu se impun restricții de gabarit, vitezele de funcționare fiind mici (OL 50, OL 60 și, respectiv, OT 50, OT 60 etc.).

Oțelurile de îmbunătățire au conținutul de carbon $> 0,25\%$, fiind folosite în construcția roților dințate încărcate cu sarcini mici sau medii. Îmbunătățirea este tratamentul termic care constă într-o călire urmată de revenire înaltă. Prin acest tratament se obține o duritate medie a suprafețelor active și se asigură o bună structură a materialului, caracteristicile mecanice obținute fiind dependente de dimensiunile roții. Îmbunătățirea se realizează înainte de danturare, obținându-se, după tratament, durități mai mici de 350 HB. Cele mai utilizate oțeluri de îmbunătățire sunt: OLC 45, OLC 55, 40 Cr10, 33 MoCr 11 etc.).

Oțelurile de cementare au conținutul de carbon $< 0,25\%$. Cementarea este un tratament termochimic, care constă în îmbogățirea în carbon a stratului superficial al flancului dinților, fiind urmată de călire și revenire joasă. În urma călirii, se obține o duritate mare a stratului superficial (52...62 HRC) și un miez care își păstrează tenacitatea. Prin cementare se obține o creștere semnificativă a rezistenței la contact a flancului dinților și o creștere, într-o măsură mai mică, a rezistenței la încovoiere. Danturarea se execută înaintea tratamentului, după tratament dantura trebuind rectificată, pentru eliminarea deformațiilor mari care apar în urma tratamentului. Cele mai utilizate oțeluri de cementare sunt: OLC 15, OLC 20, 15 Cr 08, 18 MoCr 10 etc.). Oțelurile de cemenetare se recomandă la angrenajele puternic solicitate și când se impun restricții de gabarit.

1.3.2. Elemente de tehnologie

Prelucrarea danturii roților dințate cilindrice se realizează prin frezare (prin copiere) sau prin rulare (rostogolire). Frezarea prin copiere se realizează cu scule profilate după forma golului dintre

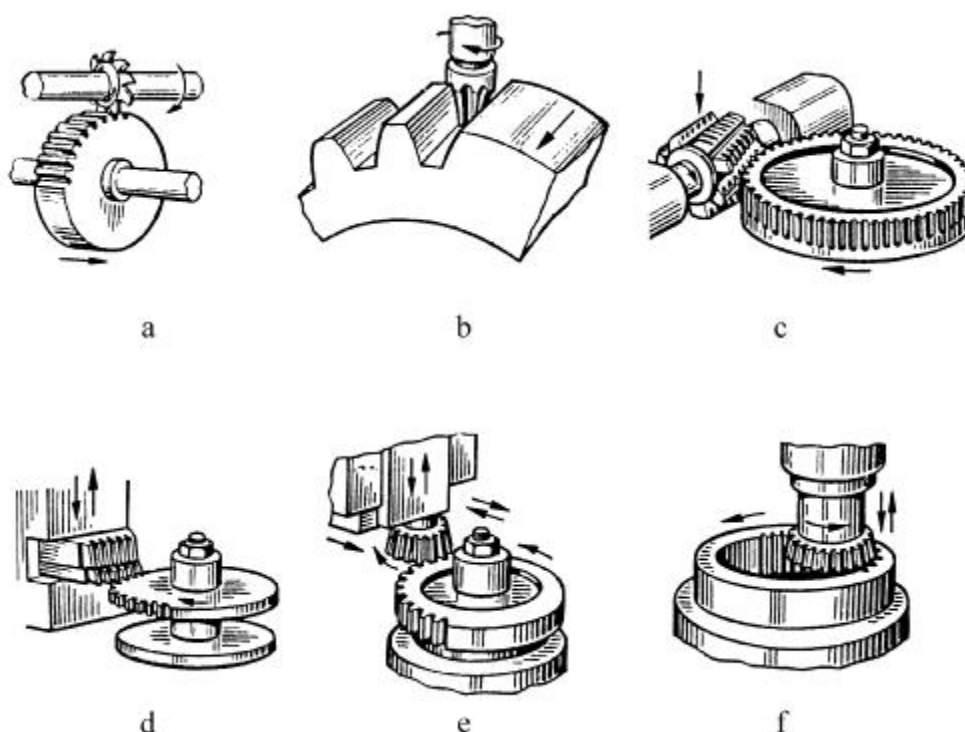


Fig. 1.8

dinți: freză disc (fig.1.8, a) sau freză deget (fig.1.8, b). Productivitatea redusă și erorile de execuție, caracteristice acestui procedeu, au determinat utilizarea sa pe scară redusă.

Prelucrarea prin rulare a danturii se realizează prin frezare cu: freză melc (fig.1.8, c) sau prin mortezare cu cuțit pieptene (fig.1.8, d) sau cuțit roată (fig.1.8, e) – pentru danturi exterioare și prin mortezare cu cuțit roată (fig.1.8, f) – pentru danturi interioare. Prin acest procedeu, danturarea se realizează simulând procesul angrenării, acesta realizându-se între sculă și semifabricat. Se asigură, prin acest procedeu, o productivitate și o precizie superioare procedului de danturare prin copiere, dar și între aceste procedee de prelucrare prin rulare există diferențe în ceea ce privește productivitatea și precizia de execuție. Astfel, o productivitate ridicată se obține prin prelucrarea cu freză melc, formată din mai multe cremaliere înfășurate pe un cilindru, după una (freză melc cu un început) sau mai multe elice (freză melc cu mai multe începuturi). Tehnologic, însă, se realizează mai greu decât scula cuțit-pieptene (de fapt o cremalieră generatoare), aceasta având avantajul și a unei confectionări mai precise. Cuțitul-roată se confectionează mai greu tehnologic (datorită flancului evolventic al dinților), însă asigură viteze mari de așchiere și este singurul utilizat la prelucrarea prin rulare a danturilor interioare (v. fig.1.8, f).

1.4. ELEMENTE DE CALCUL GEOMETRIC AL ANGRENAJELOR CILINDRICE EVOLVENTICE CU DINȚI DREPTI

Dintele unei roți dințate este definit prin capul dintelui și piciorul dintelui, cele două zone fiind despărțite de cilindrul de rostogolire. Astfel, capul dintelui este porțiunea de dinte dintre cilindrul de cap și cel de rostogolire, iar piciorul dintelui este porțiunea de dinte dintre cilindrul de rostogolire și cel de picior (fig.1.9, a). Suprafața laterală între vârful dintelui și fundul golului dintre doi dinți este cunoscută sub denumirea de flancul dintelui și este partea principală, funcțională, a unui dinte.

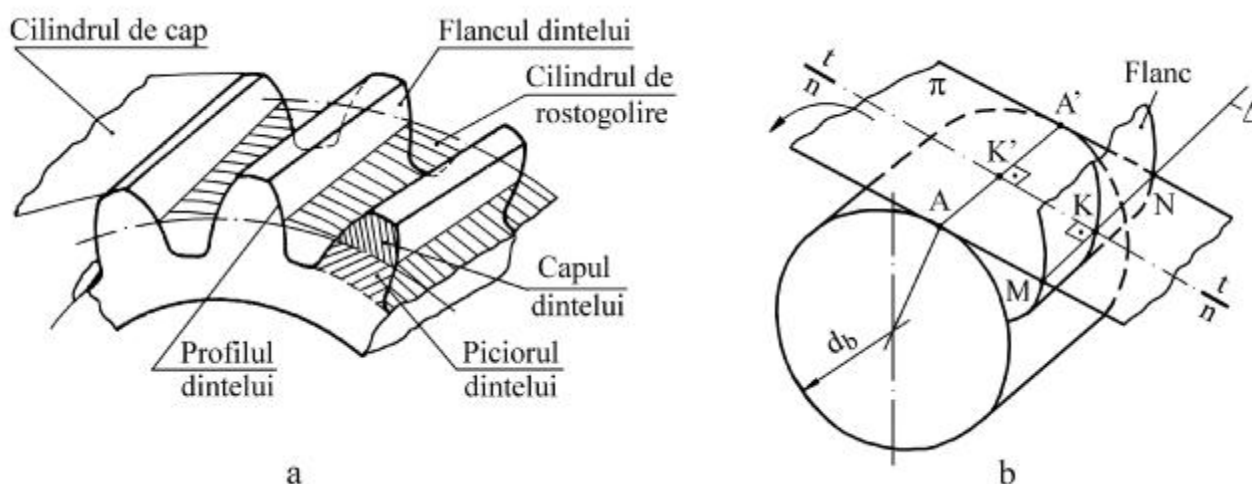


Fig.1.9

La dantura dreaptă, flancul dintelui este generat de o dreaptă MN , dintr-un plan π , tangent după generatoarea AA' la un cilindru, numit cilindru de bază (de diametru d_b). Prin rostogolirea fără

alunecare a planului π , în sensul indicat de săgeată, dreapta MN , paralelă cu generatoarea AA' , generează flancul dintelui (fig. 1.9, b).

Curba de intersecție a unui dinte cu un plan perpendicular pe axă definește profilul dintelui, iar prin intersecția acestuia cu cilindrii caracteristici – de cap, de rostogolire, de picior – se definesc cercurile caracteristice ale danturii.

Planele caracteristice unei danturi sunt: planul frontal $t - t$ – perpendicular pe axa cilindrului de bază, deci și pe segmentul AA' și planul normal $n - n$ – perpendicular pe axa dintelui, deci și pe segmentul MN . Deoarece AA' și MN sunt paralele, rezultă că cele două plane se suprapun (v. fig. 1.9, b). Profilul dintelui, în unul din planele menționate, este evolventic și are raza de curbura în punctul K egală cu segmentul $K'K$. Se precizează faptul că pentru orice poziție a punctului K pe segmentul MN raza de curbura este aceeași și egală cu $K'K$. În procesul angrenării, segmentul MN , care definește și lungimea dintelui, devine linie de contact.

La angrenajele cilindrice exterioare cu dantură dreaptă, dinții celor două roți sunt dispuși

paralel cu axele roților. Curba de intersecție a flancului dintelui cu un plan frontal definește profilul dintelui roții dințate.

Evolventa este curba descrisă de un punct al unei drepte Δ_b , care se rostogolește fără alunecare pe un cerc fix, numit cerc de bază, de rază r_b (fig. 1.10, a). Proprietățile evolventei se referă la:

§ normala $n-n$, în orice punct, este tangentă la cercul de bază;

§ distanța, măsurată pe direcția normalei, între punctul de pe evolventă și cercul de bază (MT – v. fig. 1.10, a) reprezintă raza de curbura a evolventei, în acel punct.

Roțile dințate cu profil evolventic au un număr de dinți z , dispuși echiunghiular și sunt caracterizate prin (fig. 1.10, b):

§ *cercul de cap* (d_a), care mărginește roata la exterior;

§ *cercul de picior* (d_f), care mărginește roata la interior;

§ *pasul unghiular* $\tau = 2\pi/z$;

§ *pasul circular* $p_y = \tau d_y/2$;

§ *modulul* m ;

§ *cercul de divizare* $d = mz$.

Cremaliera de referință. În cazul în care $z \rightarrow \infty$, roata dințată devine *cremalieră de referință* (fig. 1.11), cercurile devin

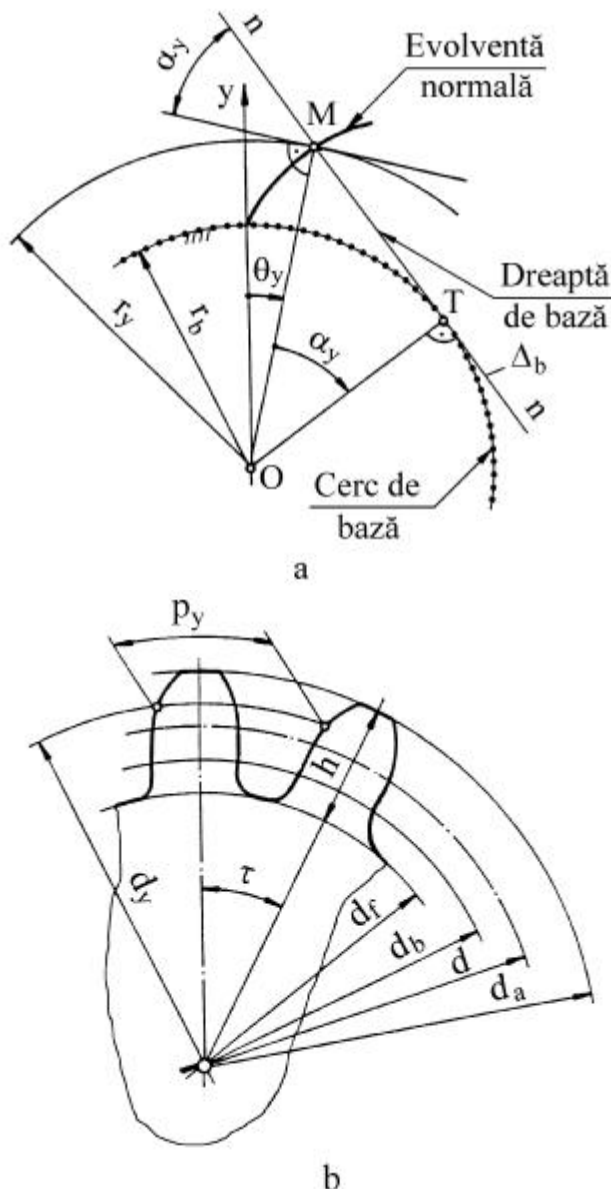


Fig. 1.10

drepte, iar evolventa devine profil rectiliniu. Caracteristic cremalierii de referință îi este dreapta de referință, pe care plinul dintelui este egal cu golul. Negativul cremalierii de referință este cremaliera de generare și este utilizată ca sculă generatoare. Parametrii adimensionali ai cremalierelor sunt standardizați: *coeficientul capului de referință al dintelui* ($h_a^* = h_a/m = 1$); *coeficientul jocului de referință la piciorul dintelui* ($c^* = c/m = 0,25$); *coeficientul razei de racordare de referință la piciorul dintelui* ($\rho_f^* = r_f/m = 0,38$).

La generarea roții dințate, centroidele sunt reprezentate de cercul de divizare de diametru d (la roată) și dreapta de divizare Δ_d , tangentă la cercul de divizare, la cremalieră.

Distanța dintre dreapta de referință și dreapta de divizare, egală cu xm , este numită *deplasare de profil*, iar x reprezintă *coeficientul deplasării de profil*. În funcție de xm , apar următoarele situații:

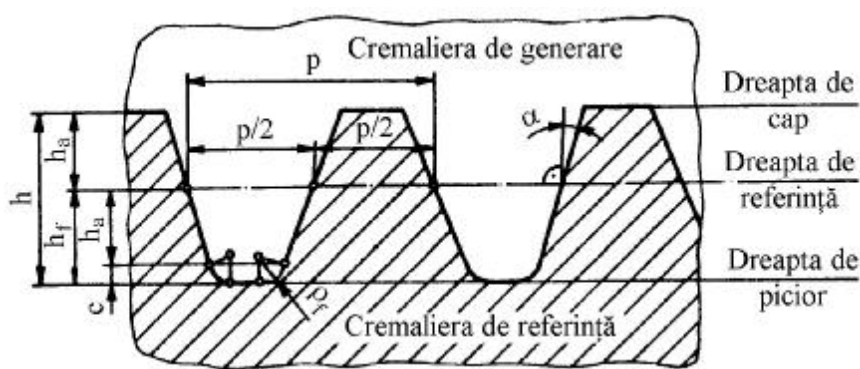


Fig.1.11

- § $xm = 0$ - cazul în care dreapta de referință coincide cu dreapta de divizare și se obține *roata zero* (fig.1.12, b);
- § $xm < 0$ - cazul în care dreapta de referință intersectează cercul de divizare și se obține *roata minus* (fig.1.12, a);
- § $xm > 0$ - cazul în care dreapta de referință nu intersectează cercul de divizare și se obține *roata plus* (fig.1.12, c).

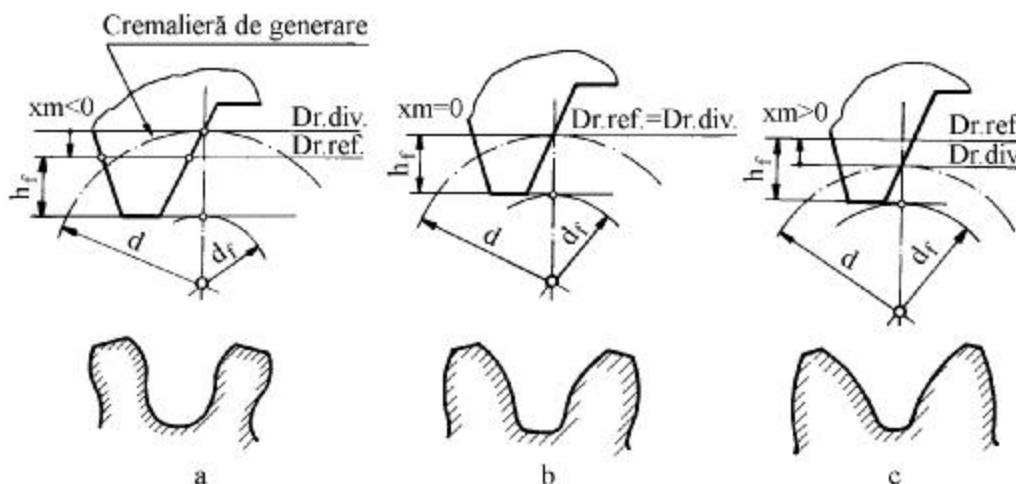


Fig.1.12

Modificarea poziției cremalierei la generarea danturii roții dințate duce la modificarea grosimii dinților, în calculul geometric interesând grosimea s a dinților pe cercul de divizare și grosimea s_a pe cercul de cap. La deplasări pozitive (fig.1.12, c), scade grosimea dinților pe cercul de cap, aceasta trebuind limitată la o valoare admisibilă ($s_a \geq s_{a \min}$). La roțile cu număr mic de dinți, la danturare poate apare fenomenul de subțiere (fig.1.12, a), care duce la micșorarea rezistenței acestuia la încovoiere, prin subțierea bazei, fiind necesară o deplasare pozitivă de profil.

Angrenajul roată-roată (fig.1.13) este format din două roți dințate caracterizate de numerele de dinți z_1 și z_2 , coeficienții deplasărilor de profil x_1 și, respectiv, x_2 și același modul m pe cercurile de divizare. Normala comună $n - n$ la profilele în contact trece prin polul angrenării C și este tangentă la cercurile de bază ale celor două roți, de diametre d_{b1} și d_{b2} , în punctele T_1 și T_2 . Cercurile de rostogolire, de diametre d_{w1} și d_{w2} , sunt tangente în polul angrenării C și determină distanța dintre axe a_w . Pe dreapta de angrenare $n - n$ sunt definite *segmentul teoretic de angrenare* T_1T_2 și *segmentul real de angrenare* AE , determinat de intersecția dreptei de angrenare cu cercurile de cap ale celor două roți dințate. Intrarea profilelor în angrenare are loc în punctul A , iar ieșirea în punctul E . Punctul curent de contact dintre profile descrie segmentul real de angrenare AE , respectiv flancurile active ale profilelor dinților în contact (reprezentate cu linie îngroșată în fig. 1.13). Forța dintre profile acționează după normala comună $n - n$, punctul ei de aplicație deplasându-se pe toată lungimea profilului activ al dintelui.

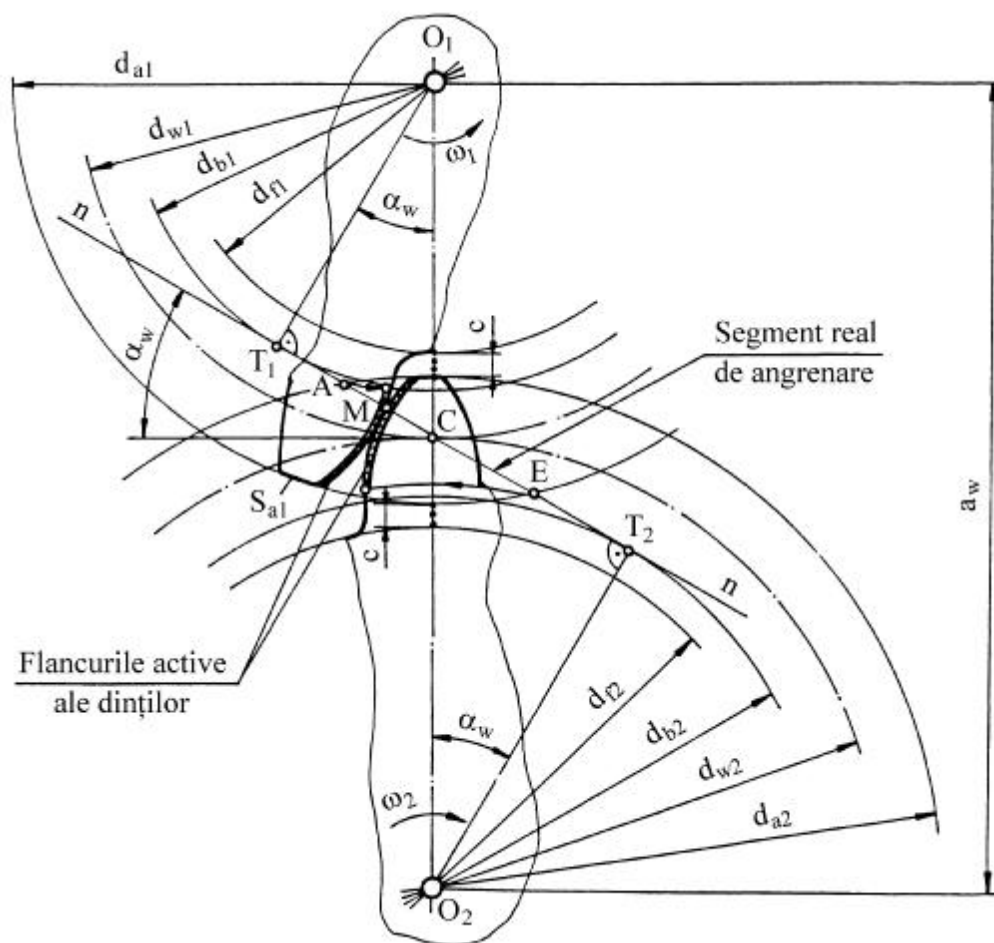


Fig.1.13

Între profilele în contact există alunecări, după direcția tangentei comune, viteza de alunecare fiind proporțională cu distanța dintre punctul de contact M și polul angrenării C (v. fig.1.13), în pol viteza de alunecare fiind nulă.

Tipuri de angrenaje. Unghiul real de angrenare α_w – unghiul dintre normala comună a profilelor în contact (dreapta de angrenare) și tangenta comună, dusă prin polul angrenării, la cercurile de rostogolire – depinde de distanța dintre axe reală a_w , care depinde de deplasările de profil.

În funcție de suma coeficienților deplasărilor de profil, angrenajele pot fi (fig.1.14):

- w nedepasate – roțile angrenajului sunt roți zero, deci $x_1 = x_2 = 0$ (fig.1.14, b);
- w zero deplasate – o roată este deplasată plus ($x_1 > 0$), iar cealaltă minus ($x_2 < 0$), dar $x_1 + x_2 = 0$ (fig.1.14, b);

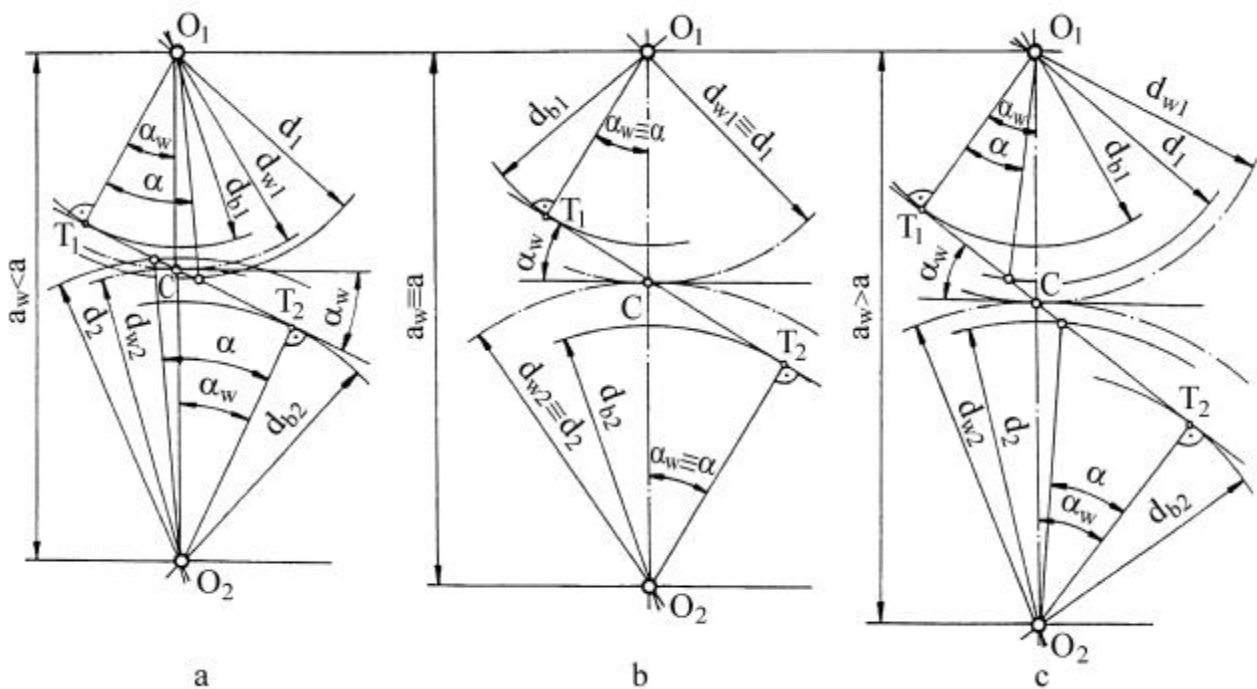


Fig.1.14

- w plus deplasate – cel puțin una din roți e deplasată plus, cealaltă putând fi roată plus, zero sau minus, dar $x_1 + x_2 > 0$ (fig.1.14, c);
- w minus deplasate – cel puțin una din roți este deplasată minus, cealaltă putând fi roată minus, zero sau plus, dar $x_1 + x_2 < 0$ (fig.1.14, a).

Gradul de acoperire. Una din condițiile funcționării corecte a unui angrenaj este aceea a asigurării transmiterii continue a mișcării. Pentru aceasta, trebuie ca la ieșirea din angrenare a unei perechi de dinți perechea următoare să fie deja intrată în angrenare. Considerând perechea de dinți 1 – 1' (fig.1.15), intrarea în angrenare are loc în punctul A, iar ieșirea din angrenare în punctul E, punctul de contact M dintre profile descriind în planul bazei segmentul real de angrenare AE. În acest timp, profilul 1 descrie pe cercul de bază a roții 1 arcul b'_1 , iar profilul 1' descrie pe cercul de bază al roții 2 arcul b'_2 ($b'_1 = b'_2 = AE$). Notând cu p_b pasul pe cercul de bază al celor două roți (pașii pe cercurile de bază trebuie să fie egali, aceasta fiind condiția angrenării simultane a mai multor

perechi de profile), pentru asigurarea continuității angrenării, trebuie ca $AE > p_b$. Se definește *gradul de acoperire mediu* al unui angrenaj prin raportul

$$\varepsilon_\alpha = \frac{AE}{p_b} = \frac{AT_2 + T_1E - T_1T_2}{p_b} = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - 2a_w \sin \alpha_w}{2p \cos \alpha}, \quad (1.1)$$

angrenarea fiind continuă când $\varepsilon_\alpha > 1$; se admite $\varepsilon_{\alpha \min} \approx 1,1$. Deoarece $\varepsilon_\alpha > 1$, pe segmentul real de angrenare (v. fig.1.15) există porțiuni (spre extremitățile segmentului) pe care sunt două perechi de dinți în angrenare (angrenare bipară), deci $\varepsilon_{\alpha \text{ instantaneu}} = 2$, și o zonă (centrală) pe care există o singură pereche de dinți în angrenare (angrenare unipară), deci $\varepsilon_{\alpha \text{ instantaneu}} = 1$. Diagrama din fig.1.15 ilustrează sugestiv acest lucru.

În tabelul 1.1 sunt date relații de calcul pentru principalele elemente geometrice ale angrenajelor cilindrice cu dantură dreaptă.

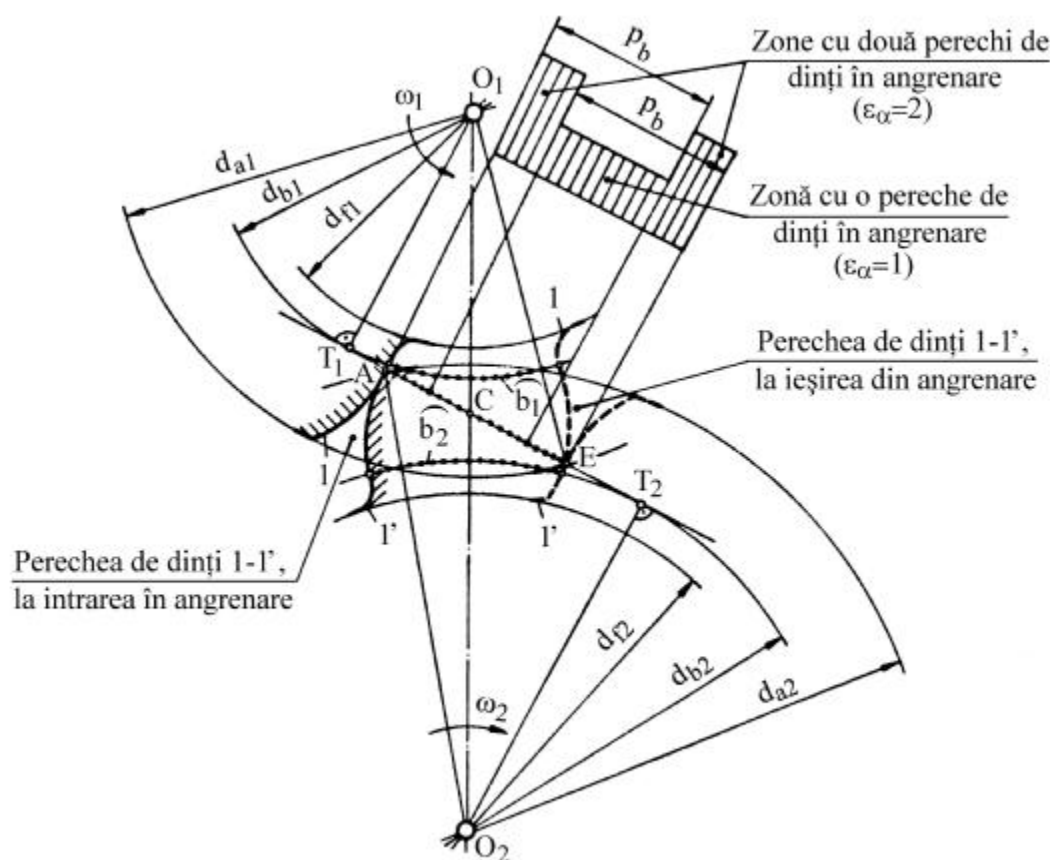


Fig.1.15

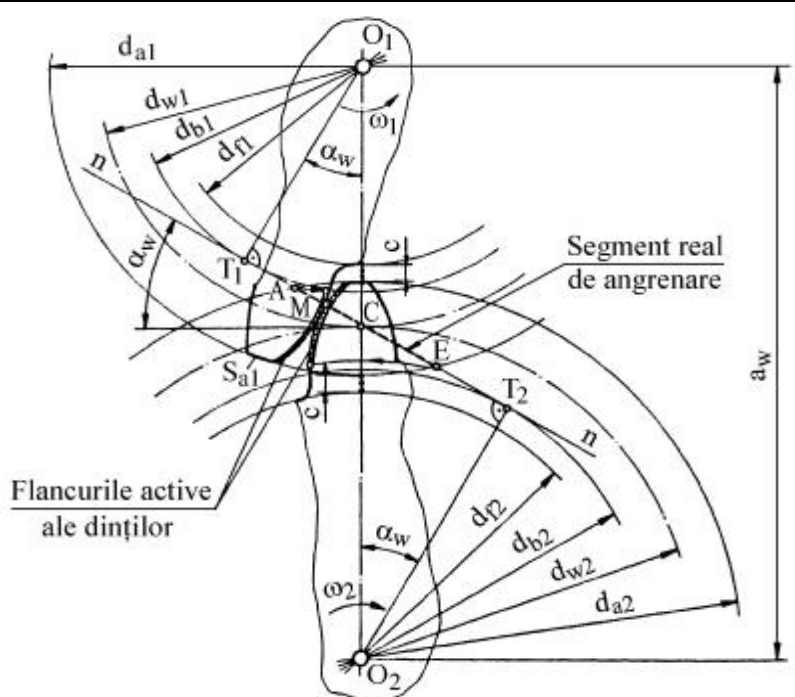
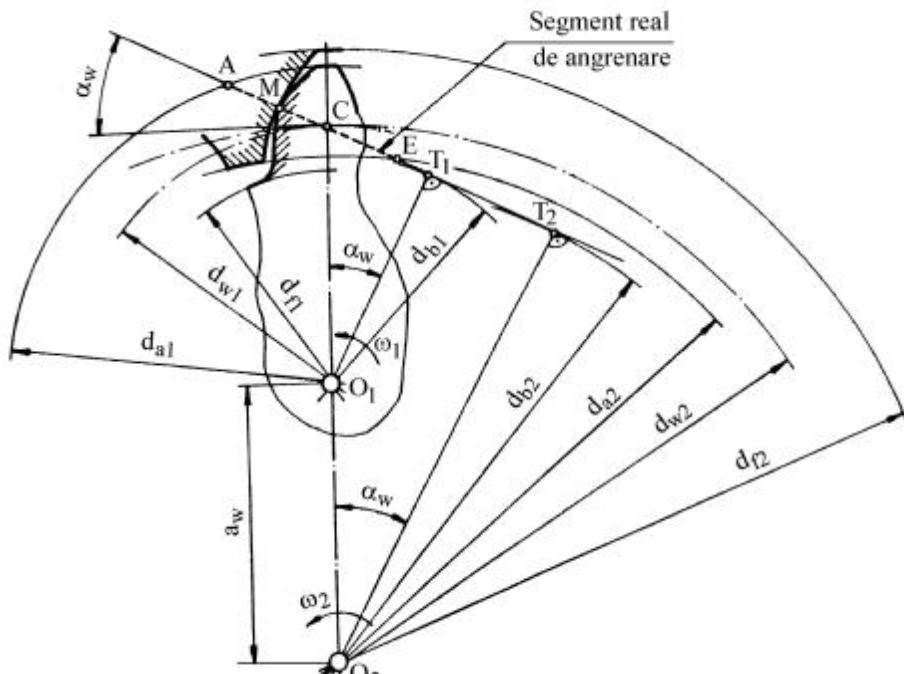
Angrenaje cilindrice interioare. Se execută, de obicei, cu dantură dreaptă și se compun din două roți cilindrice, una cu dantură exterioară și cealaltă cu dantură interioară, sensul de rotație al celor două roți fiind același (v. tabelul 1.1). Angrenarea are loc între un profil concav (cel al danturii interioare) și unul convex (cel al danturii exterioare), caz avantajos din punct de vedere al solicitării dinților la contact.

La angrenajele interioare, segmentul real de angrenare este mai mare decât la angrenajele exterioare, aceasta ducând la o creștere a gradului de acoperire, lucru deosebit de avantajos.

Relațiile de calcul ale elementelor geometrice ale roților și ale angrenajelor cilindrice interioare cu dantură dreaptă sunt asemănătoare cu cele ale angrenajelor exterioare, fiind date în tabelul 1.1.

Tabelul 1.1

Elemente geometrice ale angrenajelor cilindrice cu dantură dreaptă

Nr. crt.	Denumirea elementului geometric	Simbol și unitatea de măsură	Relații de calcul ^{*)} . Recomandări
0	1	2	3
			
			

Tabelul 1.1(continuare)

0	1	2	3
1.	DATE INIȚIALE		
1.1	Numerele de dinți ai roților angrenajului	$z_1; z_2$	Stabilite la dimensionarea angrenajului
1.2	Modulul	m , mm	Stabilit la dimensionarea angrenajului
1.3	Distanța dintre axe reală	a_w , mm	Impusă sau rezultată în urma calculului de rezistență [
1.4	Elementele profilului de referință	h_a^* c^* ρ_f^* α , grade	$h_a^*=1$ (coeficientul capului de referință al dintelui) $c^*=0,25$ (coeficientul jocului de referință la piciorul dintelui) $\rho_f^*=0,38$ (coeficientul razei de racordare de referință la piciorul dintelui) $\alpha=20^\circ$ (unghiul de presiune de divizare)
2	ELEMENTE GEOMETRICE ALE ROȚILOR ȘI ANGRENAJULUI		
2.1	Distanța dintre axe de referință	a , mm	$a = \frac{1}{2} m(z_2 \pm z_1)$
2.2	Unghiul real de angrenare	α_w , grade	$\alpha_w = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cos \alpha\right)$
2.3	Suma coeficienților deplasărilor de profil	x_s	$x_s = x_2 \pm x_1 = \frac{\text{inv}\alpha_w - \text{inv}\alpha}{2\text{tg}\alpha}(z_2 \pm z_1)$
2.4	Coeficienții deplasărilor de profil	x_1, x_2	Se aleg x_1 și x_2 , astfel ca $x_2 \pm x_1 = x_s$, după forma principală de deteriorare a angrenajului, din contururile de blocare sau după recomandări ISO
2.5	Coeficienții minimi ai deplasărilor de profil	$x_{1\min}, x_{2\min}$	$x_{1\min} = \frac{14 - z_1}{17}; x_{2\min} = \frac{14 - z_2}{17}$ Trebuie ca: $x_1 \geq x_{1\min}; x_2 \geq x_{2\min}$
2.6	Diametrele cercurilor de divizare	$d_1; d_2$, mm	$d_1 = m z_1; d_2 = m z_2$
2.7	Diametrele cercurilor de bază	$d_{b1}; d_{b2}$, mm	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha; d_{b2} = d_2 \cos \alpha$
2.8	Diametrele cercurilor de rostogolire	$d_{w1}; d_{w2}$, mm	$d_{w1} = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; d_{w2} = d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$
2.9	Diametrele cercurilor de picior	$d_{f1}; d_{f2}$, mm	$d_{f1} = m \left[z_1 - 2(h_a^* + c^* - x_1) \right]$ $d_{f2} = m \left[z_2 - 2(h_a^* + c^* - x_2) \right]$

Tabelul 1.1(continuare)

0	1	2	3
2.10	Diametrele cercurilor de cap	$d_{a1}; d_{a2}$, mm	$d_{a1} = \pm 2a_w m (z_2 m 2h_a^* + 2x_2)$ $d_{a2} = 2a_w m (z_1 - 2h_a^* + 2x_1)$
2.11	Arcul (grosimea) dintelui pe cercurile de divizare	$s_1; s_2$, mm	$s_1 = (0,5\pi + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha)m$ $s_2 = (0,5\pi \pm 2x_2 \operatorname{tg} \alpha)m$
2.12	Unghiul de presiune al profilului pe cercurile de cap	$\alpha_{a1};$ α_{a2} , grade	$\alpha_{a1} = \arccos\left(\frac{d_1}{d_{a1}} \cos \alpha\right)$ $\alpha_{a2} = \arccos\left(\frac{d_2}{d_{a2}} \cos \alpha\right)$
2.13	Arcul (grosimea) dintelui pe cercurile de cap	$s_{a1}; s_{a2}$, mm	$s_{a1} = d_{a1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right)$ $s_{a2} = d_{a2} \left(\frac{s_2}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2} \right)$ Trebuie ca $s_{a1,2} \geq s_{a \min}$
2.14	Gradul de acoperire al angrenajului	ϵ_α	$\epsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} \pm \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2}}{2\pi m \cos \alpha} m 2a_w \sin \alpha_{wt}$ Trebuie ca $\epsilon_\alpha > \epsilon_{\alpha \min}$
3	ELEMENTE DE CONTROL, ABATERI LIMITĂ ȘI TOLERANȚE	ABATERI	În conformitate cu indicațiile din literatura de specialitate
*) În relațiile cu semn dublu, semnul superior este valabil pentru angrenajul exterior, iar semnul inferior pentru cel interior.			

1.5. CALCULUL DE REZISTENȚĂ AL ANGRENAJELOR CILINDRICE CU DANTURĂ DREAPTĂ

Calculul de rezistență are drept scop preîntâmpinarea principalelor forme de deteriorare a angrenajului: pittingul (apariția de ciupituri pe flancurile active), datorită solicitării de contact, și ruperea dinților prin oboseală, datorită solicitării de încovoiere.

1.5.1. Calculul la solicitarea de contact

Calculul la solicitarea de contact se efectuează având la bază relația de determinare a tensiunii maxime de contact stabilită de Hertz pentru contactul după generatoare a doi cilindri (fig.1.16)

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_n}{l_k} \frac{1}{\rho}}, \quad (1.2)$$

în care: F_n reprezintă forța normală la suprafețele în contact dintre cei doi cilindri; $l_k=B$ – lungimea liniei (generatoarei) de contact; Z_E – factorul de elasticitate al materialelor roților, dependent de

modulii de elasticitate longitudinală E și de coeficienții de contracție transversală (*Poisson*) ν ai materialelor celor două roți; $1/\rho$ – curbura redusă, definită de relația

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}, \quad (1.3)$$

în care $\rho_{1,2} = D_{1,2}/2$ reprezintă razele de curbura ale celor doi cilindri, semnul plus corespunzând contactului exterior (fig.1.16, a), iar semnul minus contactului interior (fig.1.16, b).

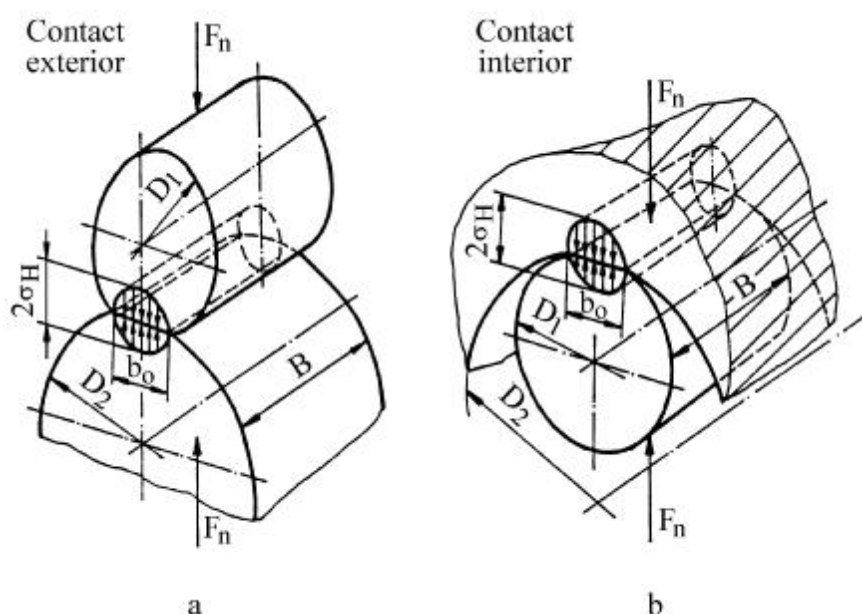


Fig.1.16

Relația (1.2) a fost stabilită pe baza următoarelor ipoteze (ipotezele lui *Hertz*): cilindrii sunt omogeni și izotropi; materialele acestora sunt elastice și respectă legea lui Hooke; forța normală F_n este aplicată static; tensiunile de contact se repartizează uniform pe lungimea liniei de contact dintre cei doi cilindri; lățimea b_0 a suprafeței de contact care ia naștere prin deformarea

elastică a celor doi cilindri este foarte mică, comparativ cu lungimea acestora; suprafețele de contact sunt netede; efectul forțelor de frecare dintre suprafețele în contact se neglijează.

Contactul dintre doi dinți ai unui angrenaj cilindric cu dantură dreaptă poate fi studiat prin analogie cu contactul dintre doi cilindri (fig.1.17), corectând relația de calcul a tensiunii maxime σ_H . Corecțiile necesare iau în considerare deosebirile existente între modelul teoretic care a stat la baza stabilirii relației lui *Hertz* și angrenajul real. Aceste deosebiri sunt:

- razele de curbura ale flancurilor dinților ρ_1 și ρ_2 sunt variabile, datorită profilului evolventic al dinților, mărimile lor depinzând de poziția punctului de contact pe segmentul real de angrenare; acest lucru definește variația parabolică a valorilor tensiunii de contact pe lungimea segmentului teoretic de angrenare, fiind necesar să se stabilească poziția punctului de contact în care se vor determina razele de curbura, poziție în care tensiunea de contact să aibă valoarea maximă;

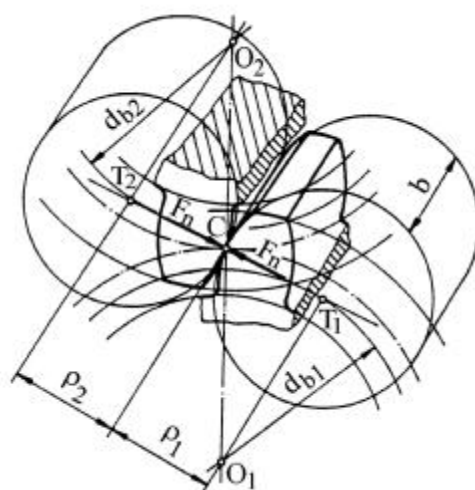


Fig.1.17

- forța de interacțiune dintre dinți este normală la profilele în contact ale acestora, dar nu acționează static, având o variație dependentă de tipul mașinii motoare, regimul de funcționare a mașinii antrenate și de mărimea șocurilor ce pot apărea în transmisie în timpul funcționării; pentru a se ține seama de aceste suprasarcini exterioare, în calcule, se apelează la factorul regimului de funcționare K_A ;
- forța de interacțiune dintre dinți este influențată și de sarcini dinamice suplimentare ce apar datorită erorilor de execuție și/sau montaj și a deformațiilor elastice ale dinților și a pieselor subansamblului din care face parte angrenajul; în aceste condiții se apelează la factorul dinamic K_V , indicele V evidențiind viteza periferică ca fiind principalul factor ce definește mărimea forțelor dinamice suplimentare;
- tensiunile de contact se repartizează neuniform pe lungimea liniei de contact, datorită impreciziilor de execuție și montaj, a deformațiilor elastice ale dinților și a celorlalte piese ale subansamblului din care face parte angrenajul și, nu în ultimul rând, a erorii de direcție a dinților; pentru evidențierea acestui fenomen se apelează la factorul de repartizare a sarcinii pe lățimea danturii (lungimea dintelui) $K_{H\beta}$;
- în urma angrenării bipare, pe segmentul real de angrenare, sunt două perechi de dinți în angrenare; din cauza erorilor de execuție (în special a pasului dintre doi dinți) sarcina nu se repartizează uniform pe perechile de dinți aflate simultan în angrenare; pentru a se ține seama de acest lucru se apelează la factorul de repartizare a sarcinii în plan frontal $K_{H\alpha}$;
- transmiterea sarcinii se realizează – într-o anumită perioadă din timpul angrenării, dependentă de mărimea gradului de acoperire ε_α – prin mai multe perechi de dinți; cu cât gradul de acoperire este mai mare cu atât zona în care sunt în contact mai multe perechi de dinți (de regulă două perechi) este mai mare și sarcina ce încarcă fiecare pereche este mai mică decât la angrenarea singulară; pentru a se ține seama de acest lucru, în calcule, se introduce factorul gradului de acoperire Z_ε , cu valori ce depind de valorile gradului de acoperire ε_α ;

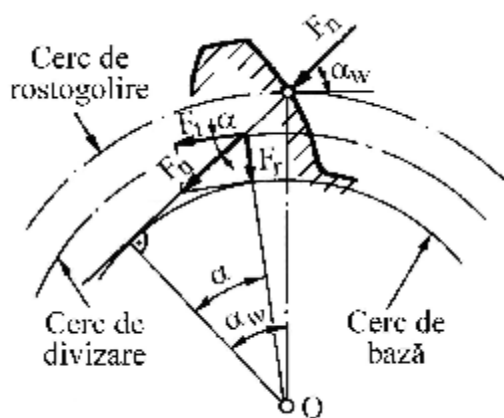


Fig.1.18

- există forțe de frecare, datorită alunecării reciproce a flancurilor conjugate (v. fig.1.6, a); chiar dacă în calcule nu se pot evidenția valoric mărimile acestor forțe, acestea sunt importante în apariția fenomenului pitting (ciupire).

Termenii din relația lui Hertz (1.2), definiți pentru modelul teoretic acceptat și având la bază ipoteze simplificatoare, se înlocuiesc prin cei caracteristici angrenajului, utilizând factorii de corecție prezentați, care vor fi atașați atât forței normale teoretice F_n , aceasta devenind forță normală corectată F_{nc} – factorii K_A , K_V , $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$

- cât și lungimii liniilor de contact l_k , care va fi mai mare decât lungimea dintelui (lățimea roții) – factorul Z_ε .

Forța normală corectată F_{nc} , se calculează cu relația (v. și fig.1.18)

$$F_{nc} = F_n K_A K_V K_{Hb} K_{Ha} = \frac{F_t}{\cos \alpha} K_A K_V K_{Hb} K_{Ha}, \quad (1.4)$$

în care F_n este forța normală teoretică, calculată la nivelul cercului de divizare, F_t fiind componenta tangențială și α unghiul de angrenare la nivelul acestui cerc.

Lungimea liniei de contact l_k este egală cu

$$l_k = b / Z_e^2, \quad (1.5)$$

b fiind lungimea dintelui și Z_e factorul gradului de acoperire.

Curbura redusă $1/\rho$ se determină în funcție de razele de curbura ρ_1 și ρ_2 ale profilelor dinților în contact, mărimile acestora fiind funcție de punctul de contact considerat pe segmentul real de angrenare.

La acceptarea relației lui *Hertz*, pentru calculul angrenajelor la solicitarea de contact, s-a considerat că arcele de evolventă, în zona punctului de contact dintre dinți, pot fi aproximate cu arce de cerc care au razele de curbura identice cu cele ale evolventelor conjugate în punctul considerat. Dar, în procesul angrenării, de la intrare la ieșirea din angrenare a doi dinți, aceste raze de curbura variază, deci și curbura redusă este variabilă pe segmentul real de angrenare.

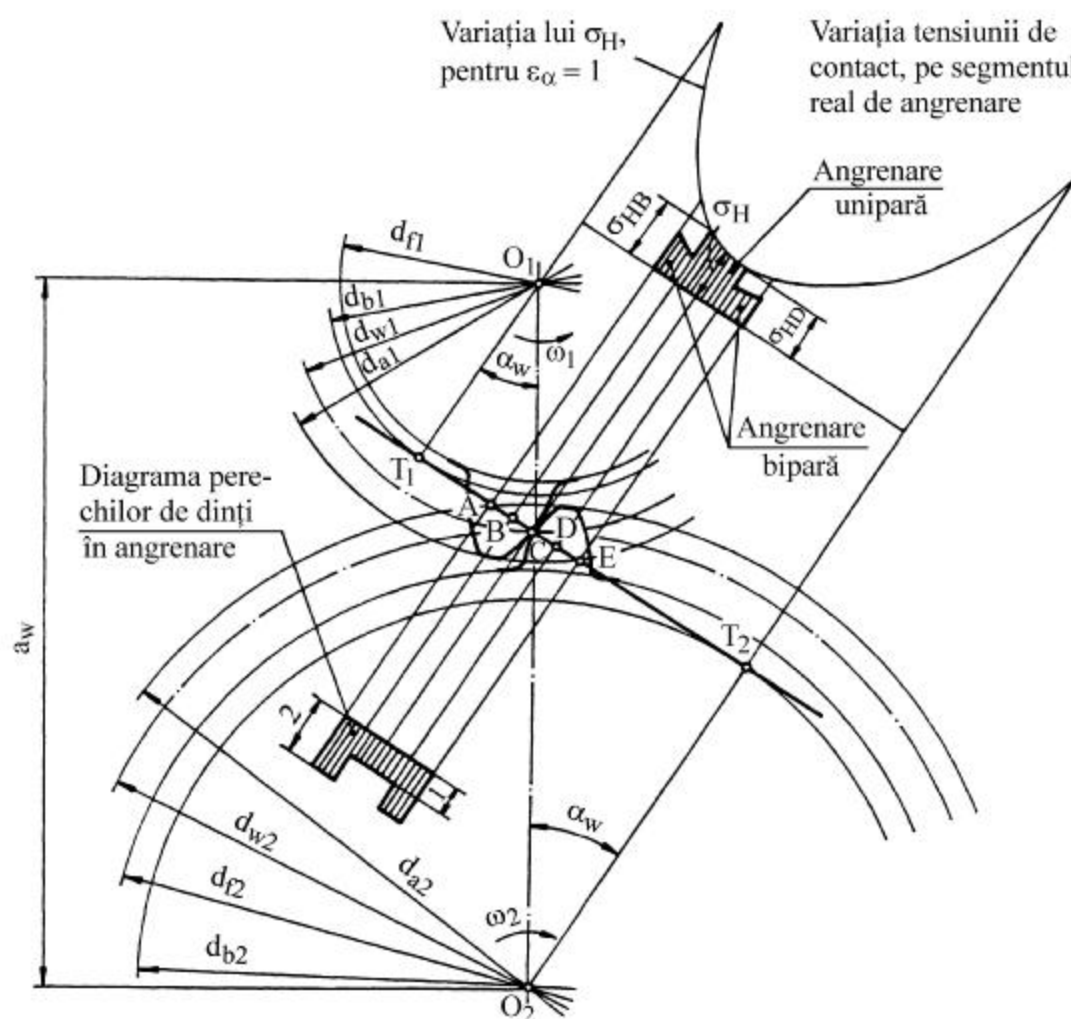


Fig.1.19

Pentru un angrenaj cilindric exterior, curbura redusă (v. și rel (1.3)) este

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2} = \frac{T_1 T_2}{\rho_1 \rho_2}, \quad (1.6)$$

$T_1 T_2$ fiind segmentul teoretic de angrenare, care, pentru un anumit angrenaj, are o valoare constantă. Mărima curburii reduse este dată, în acest caz, de produsul $\rho_1 \rho_2$. Valoarea minimă a curburii reduse, deci și a tensiunii de contact, se obține atunci când $\rho_1 = \rho_2$.

Pentru stabilirea zonei în care apar tensiuni maxime de contact, se urmărește diagrama perechilor de dinți în angrenare, din fig.1.19. Din analiza acestei diagrame, rezultă că este justificată considerarea porțiunii BD , din segmentul real de angrenare, unde angrenarea este unipară, ca zonă unde apar tensiuni mari de contact, cu valoare maximă în punctul interior de angrenare unipară B , unde tensiunea este σ_{HB} . Deoarece lungimea segmentului BD este relativ redusă, iar în zona polului angrenării C apar solicitări suplimentare ale stratului superficial al flancurilor dinților conjugați, în special datorită schimbării sensului forțelor de frecare (v. fig.1.6, a), *ISO* recomandă ca poziție a punctului de contact, pentru determinarea curburii reduse, polul angrenării C .

Astfel, din triunghiurile $O_1 T_1 C$ și $O_2 T_2 C$ (v. fig.1.19), se obțin razele de curbura

$$\begin{cases} \rho_{1C} = T_1 C = \frac{d_{b1}}{2} \operatorname{tg} \alpha_w; \\ \rho_{2C} = T_2 C = \frac{d_{b2}}{2} \operatorname{tg} \alpha_w, \end{cases} \quad (1.7)$$

iar cu relația (1.2), curbura redusă

$$\left(\frac{1}{\rho} \right)_C = \frac{1}{\rho_{1C}} \pm \frac{1}{\rho_{2C}} = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha_w} \left(\frac{1}{d_{b1}} \pm \frac{1}{d_{b2}} \right). \quad (1.8)$$

Având în vedere că diametrele cercurilor de bază pot fi exprimate în funcție de diametrele cercurilor de divizare, prin relația

$$d_{b1,2} = d_{1,2} \cos \alpha \quad (1.9)$$

și că raportul de angrenare are expresia

$$u = d_2 / d_1, \quad (1.10)$$

relația curburii reduse este

$$\left(\frac{1}{\rho} \right)_C = \frac{2}{\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w} \left(\frac{1}{d_1} \pm \frac{1}{d_2} \right) = \frac{2}{d_1 \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w} \frac{u \pm 1}{u}. \quad (1.11)$$

Înlocuind în relația (1.2) parametrii definiți prin relațiile (1.4), (1.5) și (1.11) și notând

$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha_w}}$, factorul zonei de contact, se obține expresia tensiunii efective de contact în polul angrenării

$$\sigma_{HC} = Z_E Z_\epsilon Z_H \sqrt{\frac{F_t}{b d_1} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{u \pm 1}{u}} \leq \sigma_{HP}, \quad (1.12)$$

în care σ_{HP} reprezintă rezistența admisibilă la solicitarea de contact.

La calculul angrenajelor, ca date de intrare sunt puterea P [kW], turația n_1 [rot/min], respectiv momentul de torsiune T_1 [Nmm] la roata conducătoare (pinion) și raportul de angrenare u , iar ținând seama de expresiile

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}, \quad d_1 = d_{w1} \frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha}, \quad d_{w1} = \frac{2a_w}{u \pm 1},$$

se obține relația pentru tensiunea de contact

$$\sigma_{HC} = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u \pm 1)^3}{u} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}} \leq \sigma_{HP}, \quad (1.13)$$

în care $b = \min(b_1; b_2)$.

Pentru dimensionare, se explicită a_w din relația (1.13), după ce s-a făcut înlocuirea $b = \Psi_a a_w$, obținându-se

$$a_{wH} = (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{2 \Psi_a u \sigma_{HP}^2} (Z_E Z_\epsilon Z_H)^2 \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \right)^2}, \quad (1.14)$$

unde Ψ_a reprezintă coeficientul de lățime al roții, raportat la distanța dintre axe ($\Psi_a = b/a_w$). Uneori se explicită d_1 , din relația (1.12), după ce a fost făcută înlocuirea $b = \Psi_d d_1$, de unde se obține

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{2T_1}{\Psi_d} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \left(\frac{Z_E Z_\epsilon Z_H}{\sigma_{HP}} \right)^2 \frac{u \pm 1}{u}}, \quad (1.15)$$

Ψ_d fiind coeficientul de lățime al roții, raportat la diametrul de divizare ($\Psi_d = b/d_1$).

Pentru angrenaje frecvent utilizate în transmisiile mecanice, cu rapoarte de angrenare $u > 1$ și cu roți deplasate, segmentul real de angrenare BD se deplasează înspre punctul T_1 al segmentului teoretic de angrenare, această deplasare fiind cu atât mai mare cu cât valoarea raportului de angrenare este mai mare. Și polul angrenării C se deplasează în același sens, dar poziția sa nu este influențată de deplasările de profil aplicate roților. Deoarece poziția punctelor B și D este influențată de deplasările de profil, aceste puncte pot fi mai apropiate sau mai depărtate de polul angrenării. În această situație este necesar să se calculeze tensiunile de contact și în aceste puncte. Pentru comoditatea calculului se va determina tensiunea de contact în polul angrenării C , cu relația (1.13), și se va considera tensiune de bază $\sigma_{H0} = \sigma_{HC}$, iar tensiunile din punctele B și D se vor obține prin corectarea tensiunii de bază cu factorii de angrenare Z_B și Z_D , obținându-se

$$\sigma_{HB} = Z_B \sigma_{H0} \text{ și } \sigma_{HD} = Z_D \sigma_{H0}. \quad (1.16)$$

Factorii de angrenare se determină ușor, ținând seama că suma razelor de curbura este mărime constantă pentru un angrenaj (segmentul $T_1 T_2$), iar produsul razelor de curbura $\rho_1 \rho_2$, din relația (1.6), devine $\rho_{B1} \rho_{B2}$ pentru contactul

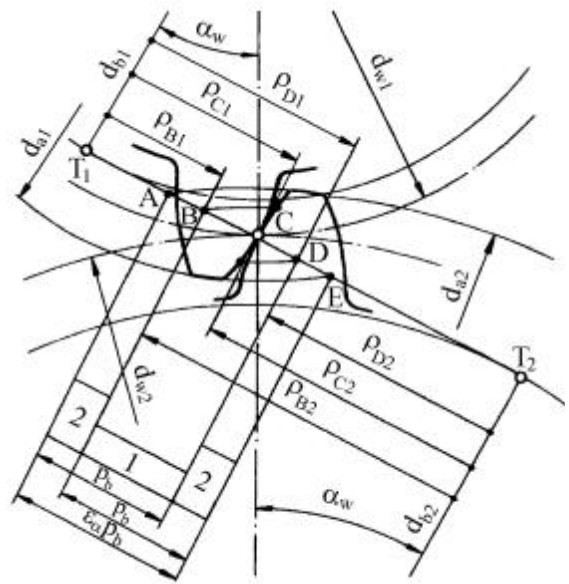


Fig.1.20

dinților în B , respectiv $\rho_{D1}\rho_{D2}$ pentru contactul în D . În aceste condiții, rezultă relațiile pentru factorii de angrenare

$$Z_B = \sqrt{\frac{\rho_{C1}\rho_{C2}}{\rho_{B1}\rho_{B2}}} \text{ și } Z_D = \sqrt{\frac{\rho_{C1}\rho_{C2}}{\rho_{D1}\rho_{D2}}}, \quad (1.17)$$

respectiv tensiunile de contact în aceste puncte (v. rel. (1.16)).

Relațiile pentru determinarea segmentelor T_1T_2 , AE , BD și a razelor de curbura $\rho_{C1,2}$, $\rho_{B1,2}$ și $\rho_{D1,2}$ (v. și fig.1.20) sunt prezentate în tabelul 1.2.

Tabelul 1.2

Relații pentru determinarea parametrilor din expresiile factorilor de angrenare Z_B și Z_D

Denumirea parametrului	Relații de calcul
Segmentul teoretic de angrenare	$T_1T_2 = a_w \sin \alpha_w = \frac{mz_1}{2}(1+u)\cos\alpha \operatorname{tg}\alpha_w$
Segmentul real de angrenare	$AE = \pi m \varepsilon_\alpha \cos\alpha$
Segmentul de angrenare unipară	$BD = \pi m (2 - \varepsilon_\alpha) \cos\alpha$
Razele de curbura în polul angrenării C	$\rho_{C1} = \frac{mz_1}{2} \operatorname{tg}\alpha_w \cos\alpha$ $\rho_{C2} = \frac{mz_2}{2} \operatorname{tg}\alpha_w \cos\alpha$
Razele de curbura în punctul B	$\rho_{B1} = \frac{mz_1 \cos\alpha}{2} \left(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \frac{2\pi}{z_1} \right)$ $\rho_{B2} = \frac{mz_2 \cos\alpha}{2} \left(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{z_2} \right)$
Razele de curbura în punctul D	$\rho_{D1} = \frac{mz_1 \cos\alpha}{2} \left(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{z_1} \right)$ $\rho_{D2} = \frac{mz_2 \cos\alpha}{2} \left(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \frac{2\pi}{z_2} \right)$

Ușor programabile, relațiile prezentate în tabelul 1.2 pot fi utilizate pentru calculul oricărui angrenaj cilindric cu dantură dreaptă, definit prin a_w , $z_s = z_1 + z_2$, $x_s = x_1 + x_2$ și u .

1.5.2. Calculul la solicitarea de încovoiere

Tensiunea de încovoiere are valoare maximă la baza dintelui, în zona de încastrare a acestuia în corpul roții, iar calculul ei se efectuează pe baza următoarelor ipoteze:

- § forța normală se consideră concentrată la vârful dintelui (aici brațul forței este maxim – fig.1.22) – situația corespunde intrării în angrenare a dintelui roții conduse, respectiv ieșirii din angrenare a dintelui roții conducătoare (fig.1.21); forța fiind preluată de un singur dinte;

§ se neglijează solicitarea de compresiune determinată de componeta radială F_{ra} a forței normale F_n și solicitarea de forfecare determinată de componenta tangențială F_{ta} a aceleiași forțe (v. fig.1.22);

§ grosimea dintelui S_F , în secțiunea periculoasă, este delimitată de punctele de tangență dintre profilul de racordare al dintelui la corpul roții și două drepte înclinate la 30° față de axa de simetrie a dintelui (v. fig.1.22).

Ținând seama de ipotezele enunțate, dintele poate fi asimilat cu o grindă încastrată, solicitată la încovoiere, secțiunea periculoasă având formă dreptunghiulară, cu dimensiunile $b \times S_F$. Tensiunea maximă de încovoiere (teoretică) se determină cu relația

$$s_F = \frac{M_i}{W_z} = \frac{F_{ta} h_{Fa}}{b S_F^2} = \frac{F_n \cos \alpha'_a h_{Fa}}{b S_F^2} \quad (1.18)$$

Pentru calculul tensiunii de încovoiere reale, se introduce, în relația (1.18), *factorul de corecție a tensiunilor de încovoiere la baza dintelui* Y_{Sa} , care ține seama de concentrarea tensiunilor la baza dintelui și de starea complexă de tensiuni din secțiunea periculoasă, fiind dependent de numărul de dinți z și de coeficientul deplasării de profil x . Expresia tensiunii maxime de încovoiere devine

$$s_F = \frac{F_{nc} \cos \alpha'_a h_{Fa}}{b S_F^2} Y_{Sa} \quad (1.19)$$

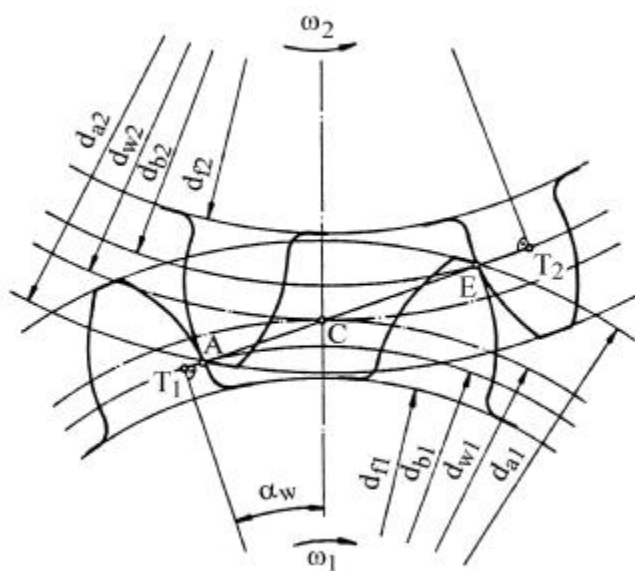


Fig.1.21

Forța normală corectată F_{nc} se determină cu relația

$$F_{nc} = F_n K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon = \frac{F_t}{\cos \alpha} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon \quad (1.20)$$

Factorii K_A , K_V , $K_{F\beta}$ și $K_{F\alpha}$ au aceleași semnificații ca în cazul calculului la solicitarea de contact, cu mențiunea că factorii K_A și K_V au aceleași valori ca și la solicitarea de contact. *Factorul gradului de acoperire* pentru solicitarea de încovoiere Y_ϵ ține seama de faptul că, spre deosebire de modelul teoretic, în care s-a considerat că forța este preluată de un singur dinte ($\epsilon_\alpha=1$), la angrenajul real $\epsilon_\alpha>1$, adică forța este preluată de două perechi de dinți aflate în angrenare în anumite perioade ale angrenării.

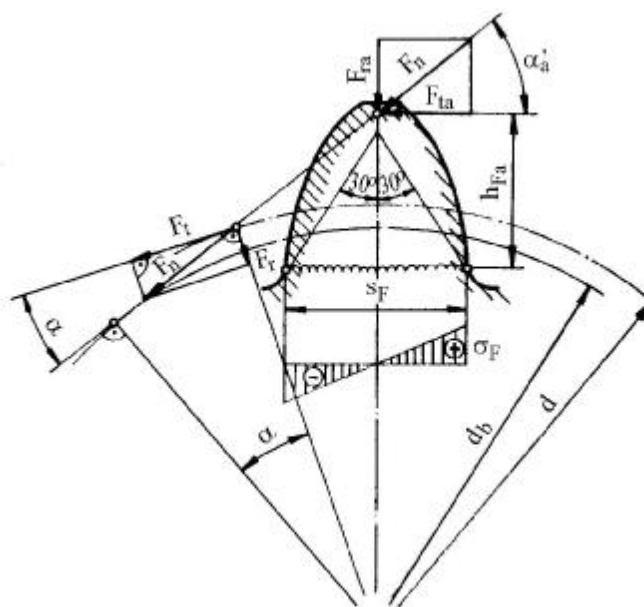


Fig.1.22

Expresia tensiunii maxime de încovoiere devine

$$s_F = \frac{F_t K_A K_V K_{Fb} K_{Fa}}{bm} Y_e Y_{Sa} \frac{6 \frac{h_{Fa}}{m} \cos a'_a}{\left(\frac{S_F}{m}\right)^2 \cos a}, \quad (1.21)$$

iar dacă se impune condiția de limitare a tensiunii de încovoiere, rezultă relația

$$s_F = \frac{F_t}{bm} K_A K_V K_{Fb} K_{Fa} Y_e Y_{Sa} Y_{Fa} \leq s_{FP}, \quad (1.22)$$

în care

$$Y_{Fa} = \frac{6 \frac{h_{Fa}}{m} \cos a'_a}{\left(\frac{S_F}{m}\right)^2 \cos a} \quad (1.23)$$

reprezintă *factorul de formă* al dintelui pentru solicitarea la încovoiere, dependent de numărul de dinți z și de coeficientul deplasării de profil x .

În funcție de momentul de torsiune la pinion T_1 și ținând seama de expresiile:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}, \quad d_1 = d_{w1} \frac{\cos a_w}{\cos a}, \quad d_{w1} = \frac{2a_w}{u \pm 1}, \quad m = d_1 / z_1,$$

se poate scrie

$$s_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (u \pm 1)^2}{2b_{1,2} a_w^2} \frac{\cos^2 a}{\cos^2 a_w} K_A K_V K_{Fb} K_{Fa} Y_e Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \leq s_{FP1,2}. \quad (1.24)$$

Între tensiunile maxime de încovoiere, diferite pentru cele două roți ale unui angrenaj, există raportul

$$\frac{s_{F1}}{s_{F2}} = \frac{b_2}{b_1} \frac{Y_{Fa1}}{Y_{Fa2}} \frac{Y_{Sa1}}{Y_{Sa2}},$$

din care rezultă

$$s_{F2} = s_{F1} \frac{b_1}{b_2} \frac{Y_{Fa2}}{Y_{Fa1}} \frac{Y_{Sa2}}{Y_{Sa1}} \leq s_{FP2}. \quad (1.25)$$

Pentru dimensionare, se înlocuiește, în relația (1.24), $b = \Psi_a a_w$ și rezultă expresia distanței dintre axe

$$a_w = \sqrt[3]{\frac{T_1 z_1 (u \pm 1)^2}{2\Psi_a} \frac{\cos^2 a}{\cos^2 a_w} K_A K_V K_{Fb} K_{Fa} Y_e \left(\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{s_{FP}}\right)_{\max}}, \quad (1.26)$$

$$\text{în care } \left(\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}}\right)_{\max} = \max\left(\frac{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}{\sigma_{FP1}}, \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{\sigma_{FP2}}\right).$$

1.6. ELEMENTE DE CALCUL GEOMETRIC AL ANGRENAJELOR CILINDRICE EVOLVENTICE CU DINȚI ÎNCLINAȚI

1.6.1. Generare. Particularități

Generarea flancurilor dinților înclinați este diferită de cea a dinților drepecți (v. fig.1.9, b), în sensul că segmentul de generare MN , cuprins în planul π tangent la cilindrul de bază (de diametru d_b) nu mai este paralel cu generatoarea AA' a cilindrului de bază, care reprezintă și segmentul de tangență între planul π și cilindrul de bază (fig.1.23). Unghiul dintre cele două segmente, la nivelul cilindrului de bază, este β_b . Trebuie precizat, însă, că unghiul de înclinare al dintelui depinde de cilindrul pe care este definit, în calcule fiind utilizate unghiurile de înclinare pe cilindrul de divizare β și pe cilindrul de bază β_b . Unghiul de înclinare pe un cilindru oarecare, de diametru d_y , se determină cu relația $\text{tg}\beta_y = (d_y/d)\text{tg}\beta$, d fiind diametrul cilindrului de divizare. În funcție de sensul

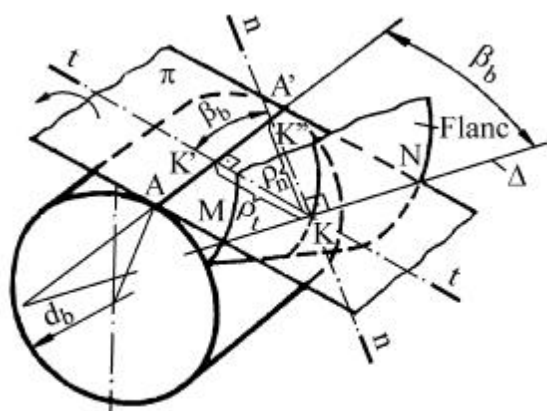


Fig.1.23

înclinării segmentului MN față de generatoarea AA' , se obțin roți cu dinți înclinați spre dreapta (ca în fig.1.23), când $AM < A'N$, sau cu dinți înclinați spre stânga, când $AM > A'N$. Pentru un angrenaj cilindric exterior, roțile conjugate care formează angrenajul, au sensurile de înclinare diferite (dreapta și stânga), fiind necesară și îndeplinirea condiției $|\beta_1| = |\beta_2| = \beta$. La angrenajele cilindrice interioare, dinții au același sens de înclinare.

Urmărind modul de generare al flancului dinților înclinați, prezentat în fig.1.23, se desprind o serie de particularități a acestei

danturi, prezentate în continuare.

- Planul frontal $t-t$, perpendicular pe axa cilindrului de bază (deci și pe generatoarea AA') nu se mai suprapune peste planul normal $n-n$, perpendicular pe direcția dintelui, între aceste plane existând unghiul β_b . Pentru un punct K de pe segmental de generare MN , în cele două plane, se definesc două raze de curbură și anume $K'K = \rho_t$, respectiv $K''K = \rho_n$, acestea fiind razele de curbură ale evolventelor din cele două plane, în punctul K . Între aceste raze de curbură există relația (stabilită din triunghiul $K'KK''$, dreptunghic în K')

$$r_n = \frac{r_t}{\cos \beta_b}. \quad (1.27)$$

Se remarcă faptul că în cazul dinților drepecți (fig. 1.9, b) raza de curbură este identică pentru diversele puncte ale segmentului MN (raza de curbură $K'K$ este aceeași indiferent de poziția punctului K pe segmentul MN , care în angrenare devine linie de contact a dinților), în cazul dinților înclinați, razele de curbură depind de poziția punctului K pe segmentul MN (fig.1.23), care devine, la rândul său, linie de contact a dinților conjugați. Diferențele prezentate în generarea flancurilor dinților drepecți și înclinați conduc la moduri diferite de intrare a dinților în angrenare. La dantura dreaptă dinții intră în angrenare pe toată lungimea, în timp ce la dantura înclinată dinții intră

(respectiv ies) progresiv în angrenare (fig.1.24, a), fapt ce determină existența simultană a mai multor perechi de dinți în angrenare, transmisia fiind mult mai silențioasă, chiar la viteze mari de rotație.

- Elementele geometrice ale roților și ale angrenajelor cu dantură înclinată se determină în planul frontal $t - t$, iar calculul de rezistență se efectuează în planul normal $n - n$, plan în care acționează forța normală, dimensiunile dintelui sunt minime și profilul acestuia este definit de modulul normal m_n , standardizat. Legătura dintre pașii danturii în planul frontal p_t și cel normal p_n , stabilită pe cilindrul de divizare (fig. 1.24, b), se exprimă prin relația

$$p_t = \frac{p_n}{\cos b}$$

și conduce la relația de legătură între moduli

$$m_t = \frac{m_n}{\cos b}, \quad (1.28)$$

relație folosită în calculul elementelor geometrice ale danturii.

- Lungimea dintelui l (fig.1.24, a) este mai mare decât lățimea b a roții (la dantura dreaptă $l = b$), datorită înclinării dintelui, situație favorabilă pentru solicitarea de încovoiere, datorită măririi suprafeței zonei de încastrare a dintelui în corpul roții. Pentru acest calcul se consideră o lungime medie a dintelui, definită pe cilindrul de divizare

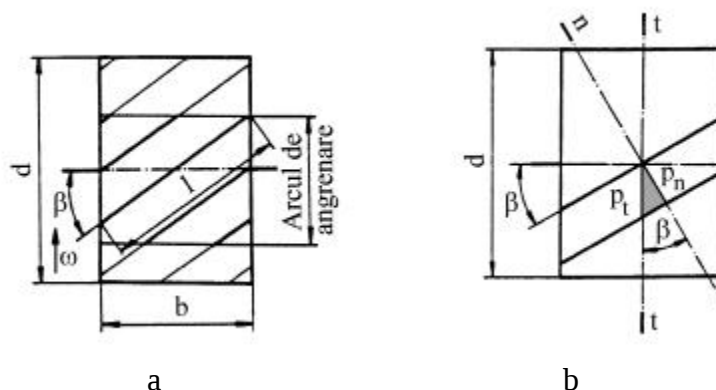


Fig. 1.24

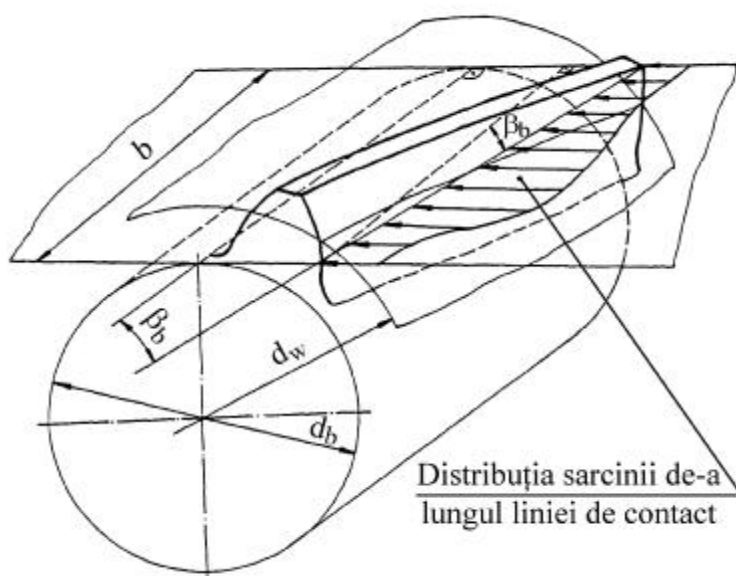


Fig.1.25

$$b_{nF} = l = \frac{b}{\cos b} . \quad (1.29)$$

• Lungimea liniei de contact (fig.1.25), importantă la calculul la solicitarea de contact, este mai mare decât lăţimea roţii (segmentul MN din fig.1.23) şi se poate determina cu relaţia

$$b_{nH} = \frac{b}{\cos b_b} . \quad (1.30)$$

Distribuţia sarcinii de-a lungul liniei de contact, înclinată pe flancul dintelui, este neuniformă (v. fig.1.25), fiind nefavorabilă pentru solicitarea de contact, având valoarea maximă în zona cilindrului de rostogolire, şi favorabilă pentru solicitarea de încovoiere, fiind minimă la vârful dintelui, unde braţul forţei este maxim (v. şi fig.1.22).

• Gradul de acoperire, important atât în calculul la contact cât şi în cel la încovoiere, este mai mare la dantura înclinată, faţă de dantura dreaptă, deoarece gradului de acoperire determinat în plan frontal ε_α , calculat cu o relaţie asemănătoare cu cea stabilită pentru dantura dreaptă (v. pct. 2.14 din tabelul 1.1) şi cu elementele geometrice definite în plan frontal, i se adaugă gradul de acoperire suplimentar ε_β , ce depinde atât de lăţimea roţii cât şi de unghiul de înclinare al dinţilor. Se obţine, astfel, un grad de acoperire total $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$, care îndeplineşte sigur condiţia $\varepsilon_\gamma > \varepsilon_{\alpha \min}$.

1.6.2. Roata echivalentă. Angrenajul echivalent

Calculul de rezistenţă al angrenajelor cilindrice cu dantură înclinată, la contact şi încovoiere, se efectuează acceptând aceleaşi ipoteze şi scheme de calcul ca şi la calculul angrenajelor cu dantură dreaptă (v. subcap. 1.5). La dantura dreaptă, însă, forma şi dimensiunile dinţilor sunt identice în cele două plane, frontal şi normal. La angrenajele cilindrice cu dantură înclinată, în cele două plane forma şi dimensiunile dinţilor sunt diferite. De aceea calculul de rezistenţă se efectuează în plan normal, acolo unde acţionează forţa de interacţiune normală F_n şi unde dimensiunile dintelui sunt minime.

Pentru a folosi relaţiile stabilite pentru solicitarea de contact şi încovoiere a danturii drepte şi la angrenajele cilindrice cu dantură înclinată, se va apela la roata echivalentă, respectiv angrenajul echivalent. Roata echivalentă, cu dantură dreaptă, roţii reale cu dantură înclinată, este o roată cilindrică fictivă, ai cărei dinţi au aceeaşi formă şi dimensiuni cu dinţii roţii reale, în plan normal.

Angrenajul obţinut din două roţi echivalente este un angrenaj echivalent, cilindric cu dantură dreaptă, deplasările de profil fiind identice cu cele din plan normal ale roţilor reale, definite prin coeficienţii $x_{n1,2}$.

Relaţiile, de verificare şi dimensionare, stabilite pentru angrenajul cilindric cu dantură dreaptă (v. subcap. 1.5), aplicate angrenajului echivalent, conduc la determinarea relaţiilor de calcul pentru angrenajul cilindric cu dantură înclinată. Pentru aceasta, este necesar să se stabilească relaţii de legătură între diverşi parametri ai angrenajului real şi cei ai angrenajului echivalent, parametrilor acestuia atribuindu-se indicii n (de la planul normal al roţilor angrenajului real). Angrenajul echivalent fiind un angrenaj cu dantură dreaptă, se păstrează relaţiile de calcul stabilite pentru angrenajul cu dantură dreaptă, cu ataşarea indicelui n .

Elementele roţilor echivalente şi angrenajului echivalent vor fi prezentate în continuare.

- Diametrele cercurilor de divizare

Razele de curbura ale flancului dintelui înclinat sunt diferite în planul frontal (caracteristic roții reale, în ceea ce privește elementele geometrice) și în planul normal (v. fig.1.23). Relația (1.27) stabilește legătura dintre cele două raze de curbura. Pentru a stabili și legătura dintre diametrele de divizare ale roții reale (în plan frontal) și a roții echivalente (în plan normal), se apelează la fig.1.26.

Din fig.1.26, a, rezultă raza de curbura a profilului dintelui roții reale, raportată la cercul de divizare din planul frontal

$$\rho_t = \frac{d}{2} \sin \alpha_t, \quad (1.31)$$

iar din fig. 1.26, b, raza de curbura a profilului dintelui roții echivalente (identică cu cea a profilului dintelui roții reale, din planul normal), raportată la cercul de divizare d_n al acesteia

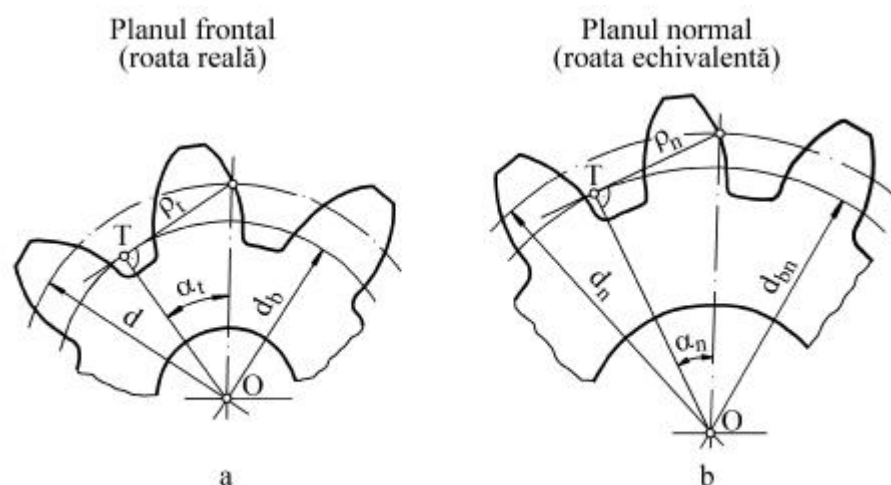


Fig. 1.26

$$r_n = \frac{d_n}{2} \sin \alpha_n. \quad (1.32)$$

Înlocuind relațiile (1.31) și (1.32) în relația (1.27) și cunoscând $\sin \alpha_t = \sin \alpha_n / \cos \beta_b$, se obțin, pentru cele două roți ale angrenajului echivalent, diametrele

$$d_{n1,2} = \frac{d_{1,2}}{\cos^2 \beta_b}. \quad (1.33)$$

- Numerele de dinți

Diametrul de divizare al unei roți echivalente se obține ca produs între modulul normal m_n și numărul de dinți z_n ai acesteia, iar diametrul de divizare al roții reale este definit de produsul dintre modulul frontal $m_t = m_n / \cos \beta$ și numărul de dinți z . Astfel, din relația (1.33), se obține

$$m_n z_{n1,2} = \frac{m_n z_{1,2}}{\cos \beta \cos^2 \beta_b}, \text{ respectiv } z_{n1,2} = \frac{z_{1,2}}{\cos \beta \cos^2 \beta_b}. \quad (1.34)$$

- Diametrele cercurilor de rostogolire

Păstrând relațiile de legătură între diametrele cercurilor caracteristice ale roților cu dantură dreaptă și apelând la relația (1.33), se obține

$$d_{wn1,2} = d_{n1,2} \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{wn}} = \frac{d_{1,2}}{\cos^2 b_b} \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{wn}} = d_{w1,2} \frac{\cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_t} \frac{1}{\cos^2 b_b} \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{wn}}, \quad (1.35)$$

unde $d_{w1,2}$ sunt diametrele de rostogolire ale roților reale, cu dantură înclinată și α_t , α_{wt} , α_n , α_{wn} – unghiurile de angrenare a angrenajului real în plan frontal, respectiv normal, la nivelul cecurilor de divizare, respectiv rostogolire (indicele w).

- Distanța dintre axe (fig.1.27)

$$a_{wn} = \frac{1}{2}(d_{wn1} + d_{wn2}) = \frac{1}{2}(d_{w1} + d_{w2}) \frac{\cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_t} \frac{1}{\cos^2 b_b} \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{wn}} = a_w \frac{\cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_t} \frac{1}{\cos^2 b_b} \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{wn}}, \quad (1.36)$$

a_w fiind distanța dintre axe a angrenajului real.

- Raportul de angrenare

Apelând la relația (1.34), se obține

$$u_n = \frac{z_{n2}}{z_{n1}} = \frac{\frac{\cos^2 b_b \cos b}{z_2}}{\frac{\cos^2 b_b \cos b}{z_1}} = u, \quad (1.37)$$

deci rapoartele de angrenare a angrenajului echivalent și a celui real sunt egale.

- Momentul de torsiune la arborele de intrare al pinionului angrenajului echivalent

Se determină având în vedere că angrenajul echivalent și cel real sunt încărcate cu aceeași forță normală F_n (iar momentele de torsiune se determină ca produs între componenta tangențială a forței normale și raza cercului de divizare, corespunzătoare fiecărui angrenaj), făcând raportul momentelor de torsiune la pinionul angrenajului echivalent, respectiv la pinionul angrenajului real

$$\frac{T_{n1}}{T_1} = \frac{F_{tn1} \frac{d_{n1}}{2}}{F_{t1} \frac{d_1}{2}}. \quad (1.38)$$

Având în vedere că (v. și rel (1.33))

$$d_{n1} = \frac{d_1}{\cos^2 b_b}$$

și apelând la fig.1.28, se obține

$$F_n = \frac{F_{tn1}}{\cos \alpha_n} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_n \cos b}, \text{ respectiv}$$

$$F_{tn1} = \frac{F_{t1}}{\cos b}.$$

Din relația (1.38), rezultă

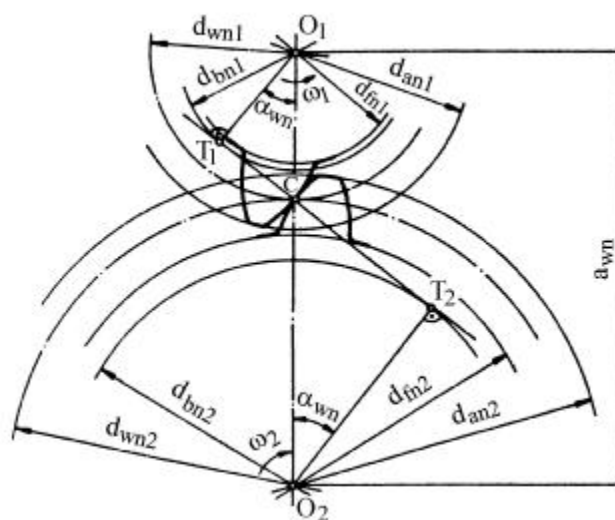


Fig.1.27

$$T_{n1} = \frac{T_1}{\cos \beta \cos^2 \alpha_b} \quad (1.39)$$

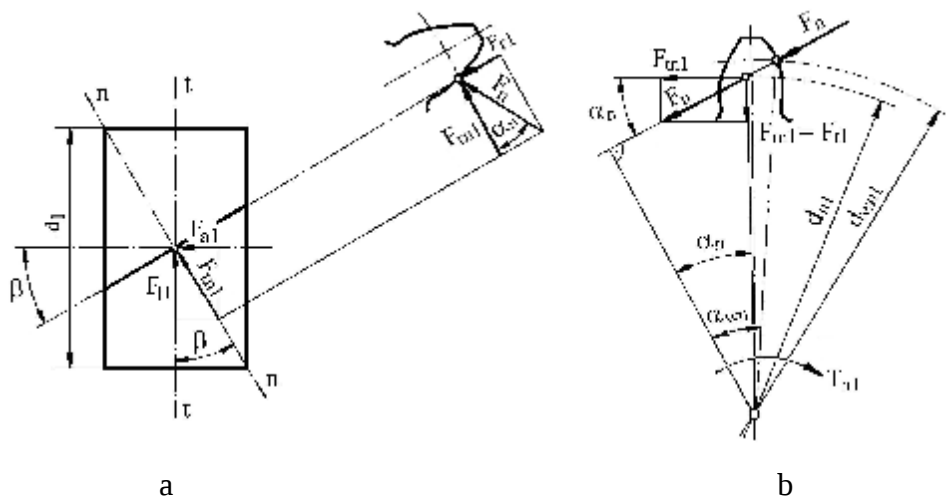


Fig.1.28

Precizare. În relațiile de calcul de rezistență stabilite pentru angrenajul cu dantură dreaptă sunt factori care se aleg în funcție de numerele de dinți ai roților acestor angrenaje și de deplasările specifice de profil. De aceea, în tabelul 1.3 sunt prezentate atât elementele geometrice caracteristice angrenajului real, cu dantură înclinată, cât și elemente geometrice ale roților și angrenajului echivalent, funcție de care se aleg acești factori (de exemplu $z_{n1,2}$, $x_{n1,2}$ ș.a.).

Tabelul 1.3

Elemente geometrice ale angrenajelor cilindrice cu dantură înclinată (v. fig.1.13)

Nr. crt.	Denumirea elementului geometric	Simbol și unitatea de măsură	Relații de calcul. Recomandări
0	1	2	3
1	DATE INIȚIALE		
1.1	Numerele de dinți ai roților angrenajului	$z_1; z_2$	Stabilite la dimensionarea angrenajului
1.2	Modulul normal	m_n , mm	Stabilit la dimensionarea angrenajului
1.3	Unghiul de înclinare al danturii pe cilindrul de divizare	β , grade	Ales la calculul de rezistență al angrenajului
1.4	Distanța dintre axe reală	a_w , mm	Impusă sau rezultată în urma calculului de rezistență []
1.5	Elementele profilului de referință	h_{an}^* c_n^*	$h_{an}^* = 1$ (coeficientul capului de referință al dintelui) $c_n^* = 0,25$ (coeficientul jocului de referință la piciorul dintelui)

Tabelul 1.3 (continuare)

0	1	2	3
		ρ_{fn}^* α_n , grade	$\rho_{fn}^* = 0,38$ (coeficientul razei de racordare de referință la piciorul dintelui) $\alpha_n = 20^0$ (unghiul de presiune de divizare)
2	ELEMENTE GEOMETRICE ALE ROȚILOR ȘI ANGRENAJULUI		
2.1	Distanța dintre axe de referință	a , mm	$a = \frac{m_n}{2 \cos b} (z_2 + z_1)$
2.2	Unghiul de presiune de referință, în plan frontal	α_t , grade	$a_t = \arctg \frac{tga_n}{\cos b}$
2.3	Unghiul real de angrenare, în plan frontal	α_{wt} , grade	$a_{wt} = \arccos \left(\frac{a}{a_w} \cos a_t \right)$
2.4	Numerele de dinți ai roților echivalente (cilindrice cu dantură dreaptă)	z_{n1}, z_{n2}	$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos \beta \cos^2 \beta_b} \approx \frac{z_1}{\cos \beta^3}$ $z_{n2} = \frac{z_2}{\cos \beta \cos^2 \beta_b} \approx \frac{z_2}{\cos \beta^3}$
2.5	Suma coeficienților deplasărilor de profil	x_{ns}	$x_{ns} = x_{n2} + x_{n1} = \frac{\text{inv} \alpha_{wt} - \text{inv} \alpha_t}{2tg \alpha_t} (z_2 + z_1)$
2.6	Coeficienții deplasărilor de profil normale	x_{n1}, x_{n2}	Se aleg x_{n1} și x_{n2} , astfel ca $x_{n2} + x_{n1} = x_{ns}$, după forma principală de deteriorare a angrenajului, din contururile de blocare sau după recomandări ISO, în funcție de numerele de dinți ai roților echivalente
2.7	Coeficienții minimi ai deplasărilor de profil	x_{n1min} x_{n2min}	$x_{n1min} = \frac{14 - z_{n1}}{17}; x_{n2min} = \frac{14 - z_{n2}}{17}$ Trebuie ca: $x_{n1} \geq x_{n1min}; x_{n2} \geq x_{n2min}$
2.8	Diametrele cercurilor de divizare	$d_1; d_2$, mm	$d_1 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1; d_2 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2$
2.9	Diametrele cercurilor de bază	$d_{b1}; d_{b2}$, mm	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t; d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t$
2.10	Diametrele cercurilor de rostogolire	$d_{w1}; d_{w2}$, mm	$d_{w1} = d_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}}; d_{w2} = d_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}}$
2.11	Diametrele cercurilor de picior	$d_{f1}; d_{f2}$, mm	$d_{f1} = m_n \left[\frac{z_1}{\cos b} - 2(h_{an}^* + c_n^* - x_{n1}) \right]$ $d_{f2} = m_n \left[\frac{z_2}{\cos b} - 2(h_{an}^* + c_n^* - x_{n2}) \right]$

Tabelul 1.3 (continuare)

0	1	2	3
2.12	Diametrele cercurilor de cap	$d_{a1}; d_{a2},$ mm	$d_{a1} = 2a_w - m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2h_{an}^* + 2x_{n2} \right)$ $d_{a2} = 2a_w - m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2h_{an}^* + 2x_{n1} \right)$
2.13	Arcul dintelui pe cercul de divizare, în plan normal și frontal	$s_{n1}; s_{n2},$ $s_{t1}; s_{t2},$ mm	$s_{n1} = (0,5\pi + 2x_{n1} \operatorname{tg} \alpha_n) m_n$ $s_{n2} = (0,5\pi + 2x_{n2} \operatorname{tg} \alpha_n) m_n$ $s_{t1} = \frac{s_{n1}}{\cos \beta}; s_{t2} = \frac{s_{n2}}{\cos \beta}$
2.14	Unghiul de presiune al profilului pe cercurile de cap, în plan frontal	$\alpha_{at1}; \alpha_{at2},$ grade	$\alpha_{at1} = \arccos \left(\frac{d_1}{d_{a1}} \cos \alpha_t \right)$ $\alpha_{at2} = \arccos \left(\frac{d_2}{d_{a2}} \cos \alpha_t \right)$
2.15	Unghiul de înclinare a danturii pe cilindrii de cap	$\beta_{a1}; \beta_{a2},$ grade	$\beta_{a1} = \operatorname{arctg} \left(\frac{d_{a1}}{d_1} \operatorname{tg} \beta \right)$ $\beta_{a2} = \operatorname{arctg} \left(\frac{d_{a2}}{d_2} \operatorname{tg} \beta \right)$
2.16	Arcul dintelui pe cercurile de cap, în plan frontal și normal	$s_{at1}; s_{at2},$ $s_{an1}; s_{an2},$ mm	$s_{at1} = d_{a1} \left(\frac{s_{t1}}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{at1} \right)$ $s_{at2} = d_{a2} \left(\frac{s_{t2}}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{at2} \right)$ $s_{an1} = s_{at1} \cos \beta_{a1}; s_{an2} = s_{at2} \cos \beta_{a2}$ Trebuie ca $s_{an1,2} \geq s_{an1 \min}$ []
2.17	Gradul de acoperire al angrenajului în plan frontal, gradul de acoperire suplimentar, respectiv total	ϵ_α ϵ_β ϵ_γ	$\epsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - 2a_w \sin \alpha_{wt}}{2\pi m_n \cos \alpha_t} \cos \beta$ $\epsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$ $\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta$ Trebuie ca $\epsilon_\gamma > \epsilon_{\alpha \min}$
3	ELEMENTE DE CONTROL, ABATERI LIMITĂ ȘI TOLERANȚE	În conformitate cu recomandările din literatura de specialitate	

1.7. CALCULUL DE REZISTENȚĂ AL ANGRENAJELOR CILINDRICE CU DANTURĂ ÎNCLINATĂ

1.7.1. Calculul la solicitarea de contact

Calculul la solicitarea de contact a angrenajelor cilindrice cu dantură înclinată se efectuează apelându-se la angrenajul echivalent cu dantură dreaptă, care răspunde tuturor ipotezelor și schemelor de calcul adoptate la angrenajul cilindric cu dantură dreaptă. Astfel, relația tensiunii maxime de contact stabilită pentru angrenajele cu dantură dreaptă, în polul angrenării (v. rel (1.13)), va fi aplicată angrenajului echivalent, anumiți termeni având indicii n , și prin înlocuirea acestora cu cei ai angrenajului real se obține relația de determinare a tensiunii de contact pentru angrenajul real.

Relația (1.13), scrisă pentru angrenajul echivalent, este

$$s_H = \frac{Z_E Z_e Z_{Hn}}{a_{wn}} \sqrt{\frac{T_{n1}}{2b_{nH}} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u_n \pm 1)^3}{u_n} \frac{\cos a_n}{\cos a_{wn}}} \leq s_{HP}, \quad (1.40)$$

în care $Z_{Hn} = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha_n \operatorname{tg} \alpha_{wn}}}$ și înlocuind termenii a_{wn} (1.36), u_n (1.37), b_{nH} (1.30), T_{n1} (1.39), se obține, având în vedere relațiile $\operatorname{tg} \alpha_{wn} = \operatorname{tg} \alpha_{wt} \cos \beta$ și $\cos \alpha_n \cos \beta = \cos \alpha_t \cos \beta$, relația de calcul pentru angrenajul cilindric cu dinți înclinați

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H Z_\beta}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u+1)^3}{u} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}}} \leq \sigma_{HP}, \quad (1.41)$$

în care Z_β reprezintă factorul înclinării dintelui pentru solicitarea de contact ($Z_b = \sqrt{\cos \beta}$), iar

Z_H – factorul zonei de contact ($Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta}{\cos^2 \alpha_t \operatorname{tg} \alpha_{wt}}}$).

Pentru dimensionare, ca și la angrenajele cilindrice cu dantură dreaptă, se înlocuiește $b = \Psi_a a_w$, $b = \min(b_1, b_2) = b_2$, rezultând

$$a_w = (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{2 \Psi_a u \sigma_{HP}^2} (Z_E Z_\epsilon Z_H Z_\beta)^2 \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \right)^2}. \quad (1.42)$$

1.7.2. Calculul la solicitarea de încovoiere

Calculul dinților roților dințate cu dantură înclinată la solicitarea de încovoiere se efectuează considerând că dintele aparține roții echivalente, caracterizată prin numărul de dinți z_n , modulul m_n și coeficientul deplasării de profil x_n .

Relația (1.24), scrisă pentru angrenajul echivalent, este

$$s_{F1,2} = \frac{T_{n1} z_{n1} (u_n \pm 1)^2}{2b_{nF1,2} a_{wn}^2} \frac{\cos^2 a_n}{\cos^2 a_{wn}} K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa} Y_e Y_{Sa1,2} Y_{Fa1,2} \leq s_{FP1,2}. \quad (1.43)$$

Înlocuind termenii a_{wn} (1.36), T_{n1} (1.39), u_n (1.37), z_{n1} (1.34) și b_{nF} (1.29), se obține relația de calcul a tensiunii de încovoiere a dintelui înclinat al pinionului, respectiv al roții

$$s_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (u \pm 1)^2}{2b_{1,2} a_w^2 \cos b \cos^2 a_{wt}} K_A K_V K_{Fb} K_{Fa} Y_e Y_b Y_{Sa1,2} Y_{Fa1,2} \leq s_{FP1,2}, \quad (1.44)$$

relație folosită pentru calcule de verificare a unor angrenaje existente, în care Y_β este factorul înclinării dinților pentru solicitarea de încovoiere și ține seama de faptul că distribuția sarcinii pe lungimea liniei de contact este favorabilă solicitării de încovoiere (v. fig.1.25 și comentariul).

Tensiunea de încovoiere a fost stabilită considerând că dintele calculat aparține roții echivalente, situație în care factorii $Y_{Sa1,2}$ și $Y_{Fa1,2}$ se vor alege în funcție de $z_{n1,2}$, respectiv $x_{n1,2}$.

De regulă, se calculează tensiunea σ_{F1} , cu relația (1.44), tensiunea σ_{F2} determinându-se cu relația

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{b_1 Y_{Sa2} Y_{Fa2}}{b_2 Y_{Sa1} Y_{Fa1}}. \quad (1.45)$$

Pentru dimensionare, în rel. (1.44) se înlocuiește $b = \Psi_a a_w$, $b = \min(b_1, b_2) = b_2$ și se explicitează distanța dintre axe, obținându-se

$$a_w = \sqrt[3]{\frac{T_1 z_1 (u+1)^2 \cos^2 \alpha_t}{2\Psi_a \cos \beta \cos^2 \alpha_{wt}} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_e Y_\beta \frac{Y_{Sa} Y_{Fa}}{\sigma_{FP}}}, \quad (1.46)$$

unde $\frac{Y_{Sa} Y_{Fa}}{\sigma_{FP}} = \max\left(\frac{Y_{Sa1} Y_{Fa1}}{\sigma_{FP1}}, \frac{Y_{Sa2} Y_{Fa2}}{\sigma_{FP2}}\right).$

1.8. FORȚE ÎN ANGRENAJELE CILINDRICE CU DINȚI DREPTI ȘI ÎNCLINAȚI

Angrenajele transmit sarcina prin contactul direct dintre dinții roților, între care apar forțe de interacțiune, normale la profilele dinților, egale și de sens contrar. Forțele normale F_n se consideră aplicate în polul angrenării C , la mijlocul lățimii roții, pe cilindrii de rostogolire.

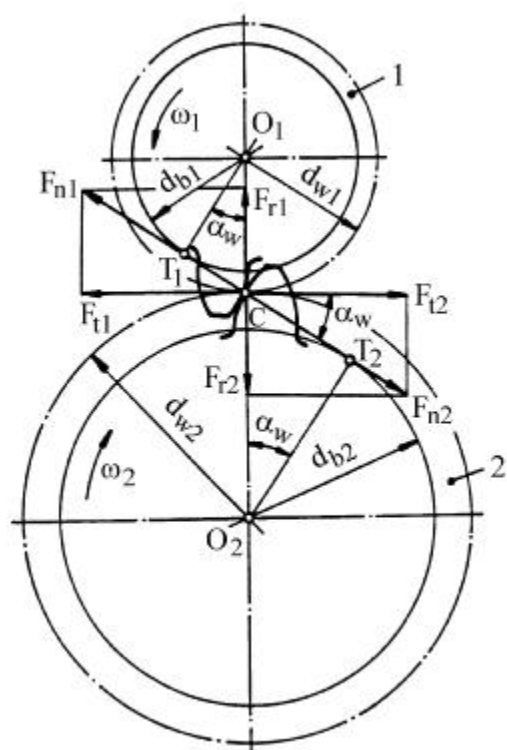


Fig.1.29

Pentru calculul arborilor și a lagărelor care susțin roțile dințate, este necesară cunoașterea acestor forțe și în majoritatea cazurilor a componentelor acestora: tangențială F_t , tangentă la cercul de rostogolire; radială F_r , perpendiculară pe axa roții; axială F_a , paralelă cu axa roții (apare numai la angrenajele cilindrice cu dantură înclinată, la angrenajele conice și la cele melcate).

Componenta tangențială, pentru toate tipurile de roți, se determină cu relația

$$F_t = \frac{2T}{d_w}, \quad (1.47)$$

în care T reprezintă momentul de torsiune la arborele roții considerate, iar d_w – diametrul cercului de rostogolire al roții respective. Componentele radiale și

axiale se determină pentru fiecare tip de angrenaj în parte.

1.8.1. Forțe în angrenajul cilindric cu dinți drepți

În acest caz, forța de interacțiune normală F_n , orientată după direcția liniei de angrenare T_1T_2 (fig.1.29), se descompune în două componente: o componentă tangențială F_t , determinată cu relația (1.47), și o componentă radială F_r , determinată cu relația

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w; \quad (1.48)$$

forța normală se determină cu relația

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_w}. \quad (1.49)$$

Între forțele care acționează asupra celor două roți ale angrenajului, există relațiile $|F_{t2}| = |F_{t1}|$, $|F_{r2}| = |F_{r1}|$, $|F_{n2}| = |F_{n1}|$, calculându-se numai forțele care acționează asupra pinionului (F_{t1} , F_{r1} și F_{n1}).

Sensul forțelor tangențiale se stabilește în funcție de rolul roții (conducătoare sau condusă) și de sensul de rotație, astfel (v. fig.1.29):

§ la pinion, F_{t1} fiind forță rezistentă se opune mișcării și are sens invers sensului de rotație;

§ la roata condusă, F_{t2} este forță motoare și are același sens cu sensul de rotație.

Sensul forțelor radiale este dinspre polul angrenării spre centrul fiecărei roți (v. fig. 1.29).

1.8.2. Forțe în angrenajul cilindric cu dinți înclinați

Forța de interacțiune dintre dinți F_n , normală la profilele dinților în contact și cuprinsă în planul angrenării, se descompune – într-un plan normal pe direcția dintelui, definită pe cilindrul de rostogolire – într-o componentă radială F_r și o componentă F_{tn} ,

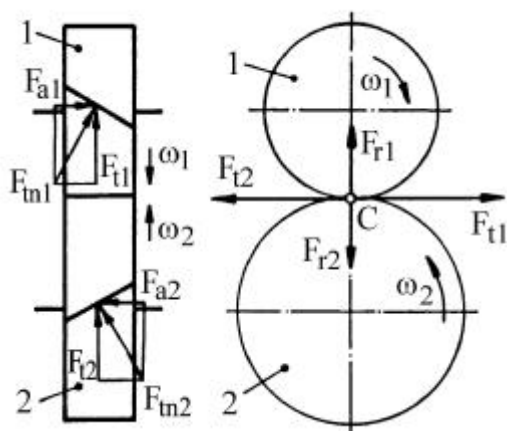


Fig.1.31

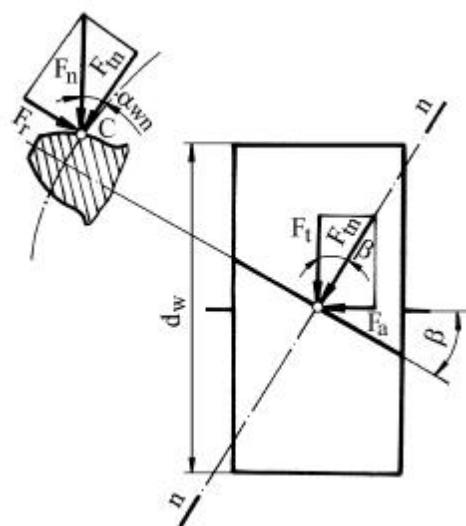


Fig.1.30

tangență la cilindrul de rostogolire și normală pe direcția dintelui (fig.1.30).

Într-un plan tangent la cilindrul de rostogolire, forța F_{tn} se descompune într-o componentă tangențială F_t și o componentă axială F_a (v. fig.1.30).

Cunoscând relația de determinare a forței tangențiale F_t , relația (1.47), din fig.1.30 se stabilesc relațiile pentru determinarea celorlalte forțe:

$$F_r = F_{tn} \operatorname{tg} \alpha_{wn} = \frac{F_t}{\cos b} \operatorname{tg} \alpha_{wn}, \quad (1.50)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} b, \quad (1.51)$$

$$F_n = \frac{F_{tn}}{\cos a_{wn}} = \frac{F_t}{\cos b \cos a_{wn}}. \quad (1.52)$$

Între aceste forțe există relațiile: $|F_{t2}| = |F_{t1}|$; $|F_{r2}| = |F_{r1}|$; $|F_{a2}| = |F_{a1}|$; $|F_{n2}| = |F_{n1}|$.

Sensul forțelor tangențiale și radiale se stabilește la fel ca în cazul angrenajelor cilindrice cu dinți drepți.

Sensul forțelor axiale depinde de sensul de rotație, de sensul înclinării dinților și de rolul roții în cadrul angrenajului (conducătoare sau condusă). Modul de stabilire a sensului forțelor axiale este prezentat în fig.1.31 și are în vedere faptul că forța axială F_a provine din descompunerea forței F_{tn}

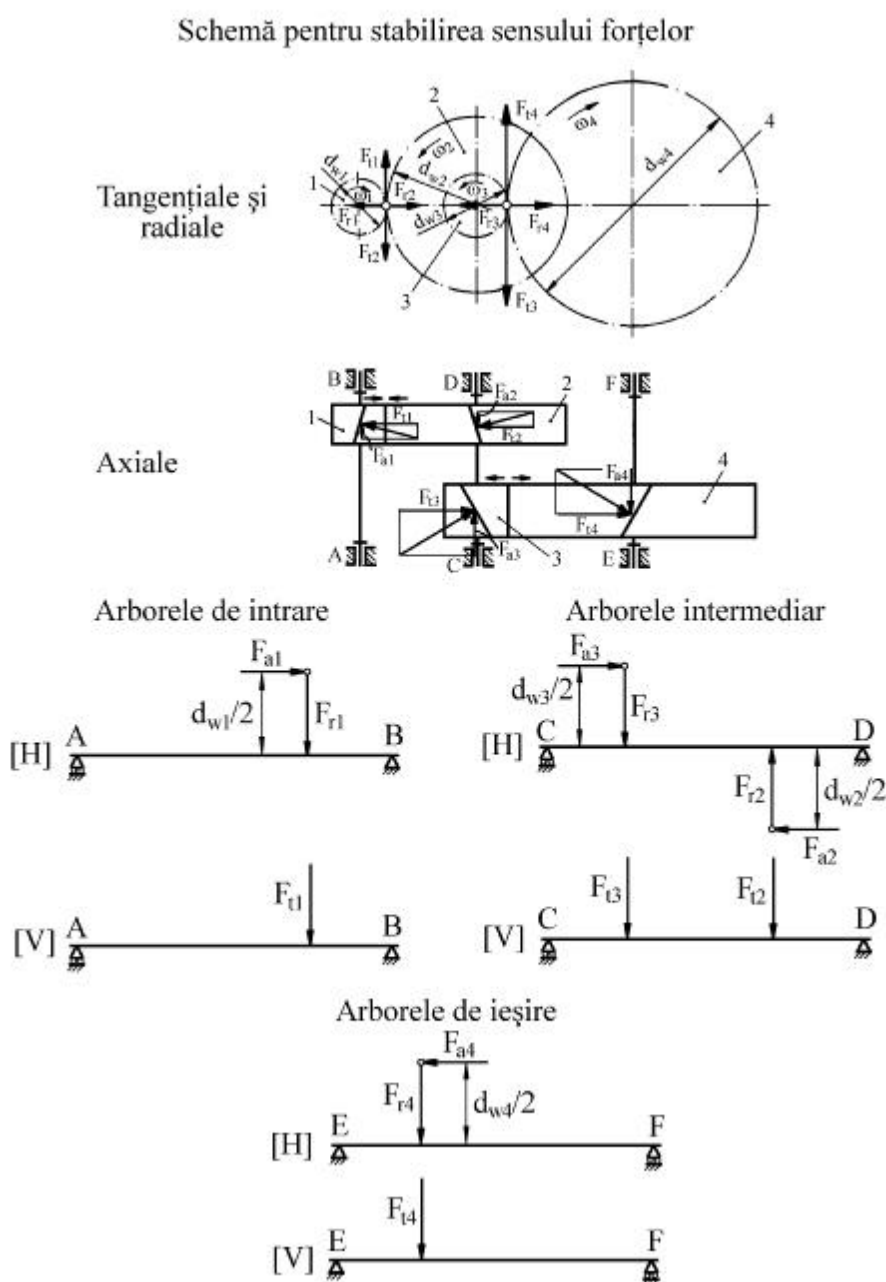


Fig.1.32

(v. fig.1.30), perpendiculară pe direcția dintelui și, deci, dacă se cunoaște sensul forței tangențiale F_t , rezultă sensul forței axiale F_a (de aceeași parte a dintelui).

Exemple de determinarea a sensurilor forțelor din reductoare cilindrice cu două trepte, cu dinți înclinați în ambele trepte, sunt prezentate în fig.1.32 – pentru reductorul cilindric obișnuit și în fig.1.33 – pentru reductorul cilindric coaxial.

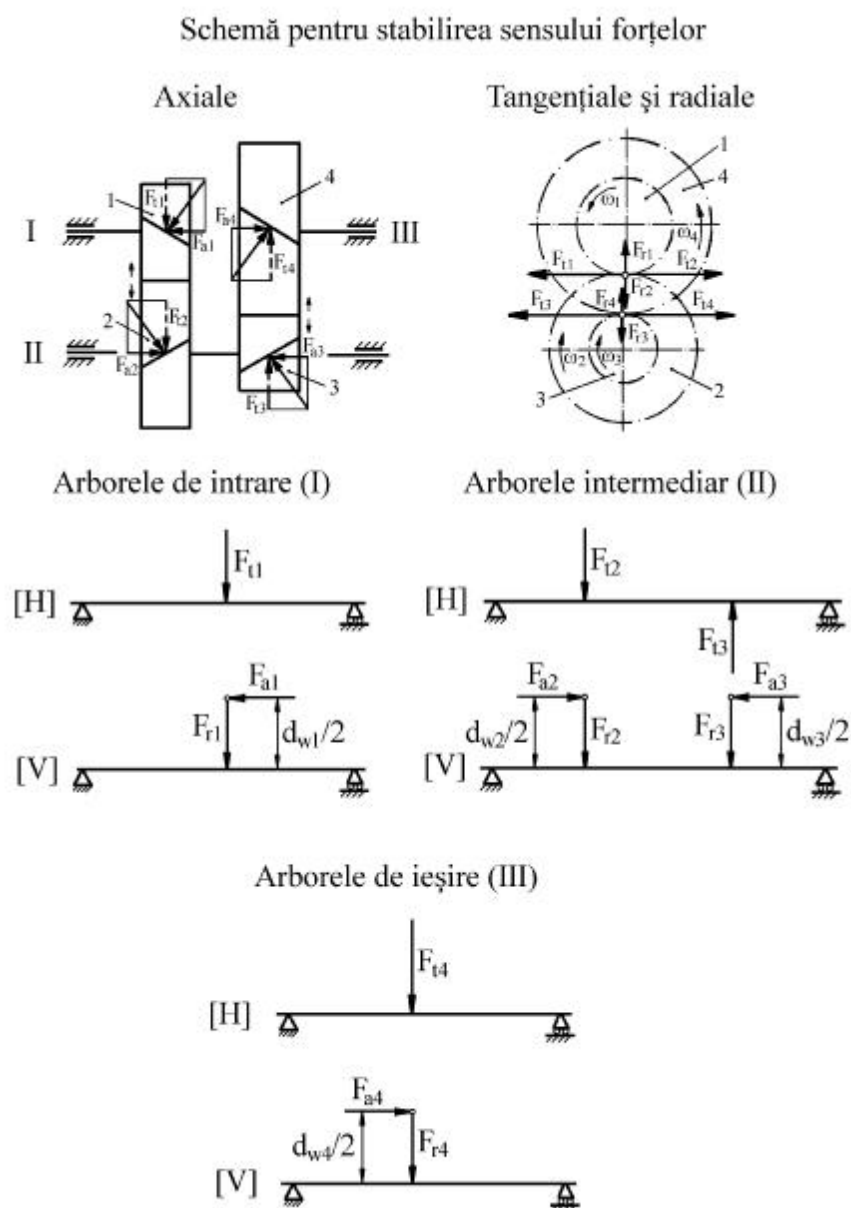


Fig. 1.33

1.9. ANGRENAJE CILINDRICE CU DANTURĂ ÎN V ȘI BIFURCATE

Dantura înclinată introduce, datorită forței axiale, solicitarea suplimentară a lagărelor, motiv pentru care unghiul de înclinare al danturii se limitează la $16^{\circ} \dots 20^{\circ}$, mărimea forței axiale fiind dependentă de valoarea acestui unghi. Pentru înlăturarea acestui dezavantaj, în construcția reductoarelor se folosesc angrenaje cu dantură în V.

Roțile cilindrice cu dantură în V pot fi considerate ca provenind din alăturarea a două roți cilindrice cu dantură înclinată – identice, dar cu sensuri de înclinare a dinților diferite. La o astfel de roată (fig.1.34, a), forțele axiale sunt egale, dar de sensuri contrare, astfel că rezultanta lor este nulă. Datorită acestui fapt, la roțile cu dantură în V se aleg unghiuri de înclinare ale dinților mai mari ($\beta = 25^{\circ} \dots 40^{\circ}$), ceea ce conduce la mărirea lungimii dintelui, la aceeași lățime a roții.

Roțile cu dantură în V se folosesc în cazul unor sarcini foarte mari, pentru reducerea gabaritului angrenajului.

Constructiv, roțile cu dantură în V se execută în două variante: din două coroane dințate – asamblate prin presare pe un butuc comun (fig.1.34, a) – sau dintr-o bucată – danturarea executându-se prin mortezare, dacă între cele două coroane există o degajare a (fig.1.34, b), respective cu o freză deget, dacă degajarea a lipsește.

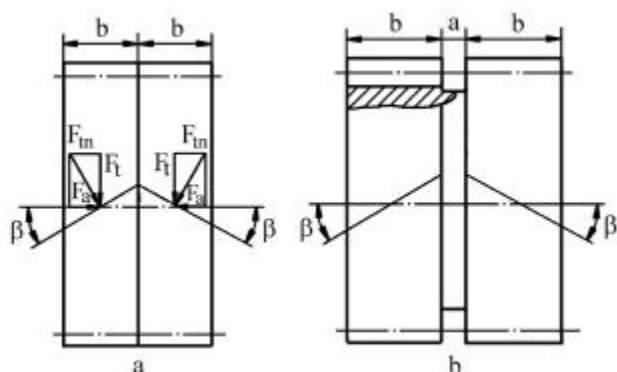


Fig.1.34

egalizarea încărcării celor două ramuri, o soluție frecvent utilizată este aceea a fixării axiale a unuia din arbori prin intermediul danturii în V și nu a lagărelor; arborele respectiv se poate deplasa axial (arborele II – fig.1.35), până la încărcarea egală a celor două ramuri.

În cazul reductoarelor cu două trepte, la care una din trepte este bifurcată, iar cealaltă are dantură înclinată, cele două ramuri ale bifurcării pot fi încărcate în mod egal sau neegal, în funcție de arborele care este fixat axial prin intermediul danturii în V. Astfel, în cazul unui reductor bifurcat în treapta a II-a și cu dantură înclinată în treapta I, există două posibilități constructive de montaj, prezentate în fig.1.36 și analizate în continuare.

- Arborele intermediar II este fixat axial prin intermediul danturii în V, iar arborele de ieșire III este fixat prin intermediul lagărelor (fig.1.36, a). În această situație, forța axială care apare

Angrenajele treptelor bifurcate, din construcția reductoarelor, pot fi considerate tot ca niște angrenaje cu dantură în V, având distanța a dintre roți mult mai mare și unghiuri de înclinare mari ale dinților ($\beta = 25^{\circ} \dots 40^{\circ}$).

Datorită imprecuziilor de execuție și montaj, cele două ramuri ale unui angrenaj cu dantură în V sau bifurcat nu se încarcă în mod egal în timpul funcționării. Pentru a se asigura

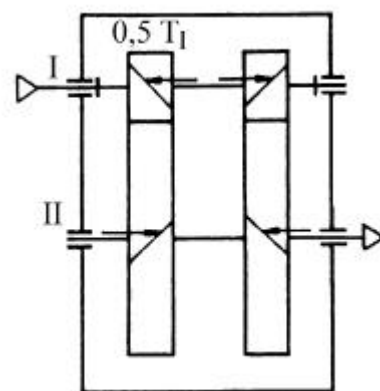


Fig.1.35

la roata condusă a treptei nebifurcate (această forță este preluată de un lagăr al arborelui III), îndreptată spre ramura din stânga a treptei bifurcate, face ca această ramură să se încarce mai mult. Pentru ca această încărcare suplimentară să fie cât mai mică, se impune ca unghiul de înclinare al danturii treptei nebifurcate să aibă valori relativ mici ($8^0 \dots 10^0$). Calculul de rezistență se efectuează pentru ramura mai încărcată, adoptându-se ca moment de calcul o valoare mai mare decât jumătate ($0,55 \dots 0,6$) din valoarea momentului de torsiune la arborele pinionului angrenajului treptei bifurcate (arborele II – fig.1.36, a).

- Arborele de ieșire III este fixat axial prin intermediul danturii în V, iar arborele intermediar II este fixat axial prin intermediul lagărelor (fig.1.36, b). În această situație, rezultanta forțelor axiale de pe arborele intermediar II, egală cu forța axială a roții conduse a treptei nebifurcate, este preluată de un lagăr al acestui arbore. Arborele III, fiind fixat axial prin intermediul danturii, permite egalizarea încărcării celor două ramuri ale treptei bifurcate (v. și fig.1.35). Calculul de rezistență al treptei bifurcate se efectuează pentru o ramură a acestui angrenaj, adoptându-se ca moment de calcul jumătate ($0,5$) din valoarea momentului de torsiune la arborele pinionului angrenajului treptei bifurcate (arborele II – fig.1.36, b). Unghiul de înclinare al danturii treptei nebifurcate se poate alege până la $16^0 \dots 20^0$.

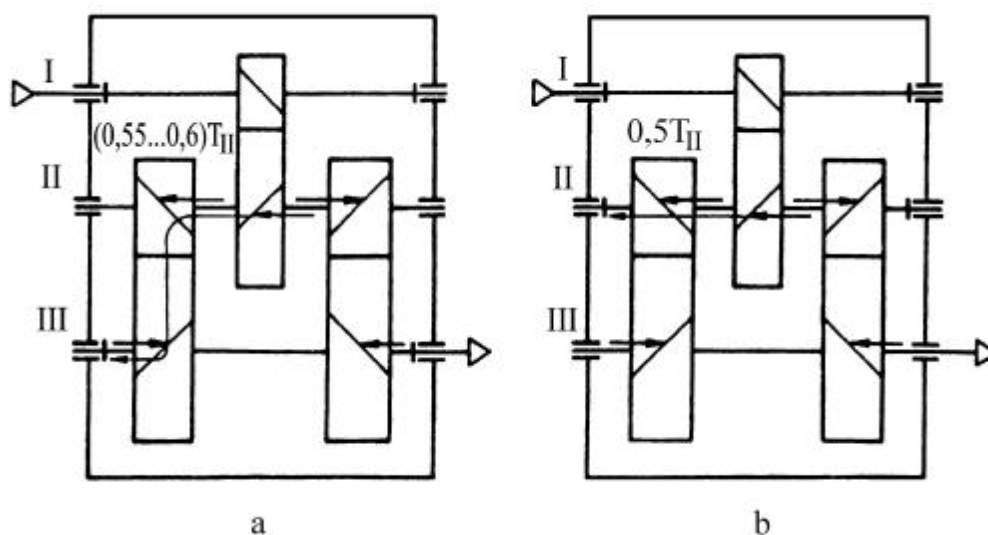


Fig.1.36

În toate situațiile, calculul de rezistență al angrenajelor cu dantură în V sau bifurcate se efectuează pentru o jumătate de roată, de lățime b (v. fig.1.34).

1.10. ANGRENAJE CONICE

Angrenajele conice se utilizează în cazul în care axele arborilor între care se transmite mișcarea de rotație sunt concurente. Tehnologia de execuție a acestor angrenaje este mai pretentioasă, sunt mai sensibile la abaterile de execuție și/sau montaj și introduc forțe axiale mari, care complică, într-o oarecare măsură, construcția reazemelor arborilor de susținere a roților. De regulă, pinionul conic (roata conducătoare) se montează în consolă, fapt ce conduce la creșterea

deformațiilor elastice ale arborelui care-l susține, influențând negativ angrenarea. De aceea, arborele de intrare trebuie supradimensionat nu din condiții de rezistență ci din condiții de rigiditate.

Constructiv este necesar să se creeze posibilități de “reglare” a angrenajului conic, pentru ca vârfurile conurilor celor două roți să se suprapună și contactul dinților să aibe loc în zona centrală a flancurilor dinților.

Roțile conice, funcție de poziția dintelui (față de generatoarea conului) și forma acestuia, se pot executa cu dantură dreaptă, înclinată sau curbă, definind angrenaje conice cu dantură dreaptă, înclinată sau curbă. Utilizarea unuia sau altuia dintre aceste angrenaje este legată de condițiile cinematice și dinamice impuse transmisiei, zgomotul și tehnologia de execuție.

Angrenajele conice cu dantură dreaptă, cu roți relativ simplu de realizat tehnologic, se folosesc doar la viteze periferice reduse ($v < 3$ m/s), când abaterile de pas și cele ale profilelor dinților nu produc, încă, solicitări dinamice mari și zgomot. Aceste angrenaje sunt, însă, sensibile la montaje mai puțin precise și la deformații, sub sarcină, ale arborilor de susținere.

Angrenajele conice cu dantură înclinată au roți ce se execută pe aceleași mașini ca și roțile cu dantură dreaptă, dar cu o productivitate mult redusă. Chiar dacă vitezele de funcționare acceptate sunt de până la 12 m/s, se folosesc relativ rar și anume atunci când roțile angrenajului au un gabarit mare, fapt pentru care nu pot fi realizate cu dantură curbă, datorită posibilităților limitate de prelucrare ale mașinilor (specializate) de prelucrat danturi curbe.

Angrenajele conice cu dantură curbă, cu roți executate pe mașini specializate, pentru diverse forme (curbe) ale dinților, mașini cu o mare productivitate. Se folosesc la viteze periferice mari, până la 40 m/s, au o funcționare silențioasă, grad mare de acoperire, durabilitate ridicată și permit realizarea unor rapoarte mai mari de angrenare, comparativ cu celelalte tipuri de angrenaje conice.

1.10.1. Particularități geometrice ale angrenajelor conice

Suprafețele de rostogolire ale roților angrenajului conic sunt conuri tangente după o generatoare comună, punctul O de concurență al axelor roților definind și punctul comun al vârfurilor celor două conuri de rostogolire.

Conurile de rostogolire sunt definite prin generatoarea acestora și unghiul pe care generatoarea unui con îl face cu axa roții, numit *unghiul conului de rostogolire* și notat $\delta_{1,2}$ (fig.1.37, a).

Unghiul Σ dintre axele roților angrenajului conic este suma unghiurilor conurilor de rostogolire a celor două roți și este definit prin relația

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2. \quad (1.53)$$

Unghiul Σ poate avea diferite

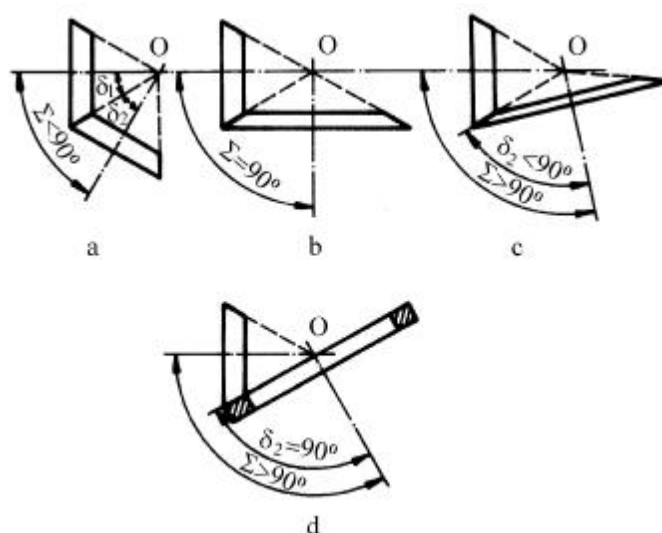


Fig.1.37

valori (v. fig.1.37), de la $\Sigma < 90^\circ$ la $\Sigma > 90^\circ$. Diversele valori ale unghiului Σ dintre axele roților rezultă din faptul că o aceeași roată dințată conică, având unghiul conului de rostogolire δ_1 , poate angrena cu roți dințate conice având unghiuri δ_2 , ale conurilor de rostogolire, de valori diferite.

Cel mai frecvent utilizat, în construcția transmisiilor, este angrenajul cu unghiul dintre axe $\Sigma = 90^\circ$ (v. fig.1.37, a), numit angrenaj conic ortogonal.

Pentru $\delta_2 = 90^\circ$, se obține o situație particulară, roata 2 devenind roată plană, iar angrenajul format din roata 1 și această roata 2 devine angrenaj conic cu roată plană (fig.1.37, e). Acest angrenaj prezintă interes teoretic, fiind folosit pentru definirea geometriei roților conice și, respectiv, a angrenajului conic. Pentru aceasta se definește *roata plană de referință*, omoloagă *cremalierii de referință* a roților cilindrice, ca fiind limita spre care tinde o roată conică când unghiul conului de rostogolire este de 90° .

Angrenajul cilindric poate fi interpretat ca un angrenaj conic a cărui axe se intersectează la infinit. Prin deplasarea acestui punct la o distanță finită, angrenajul cilindric devine angrenaj conic (fig.1.38), deci parametrii angrenajului cilindric se transformă în parametri ai angrenajului conic. Diversele puncte ale roților care angrenează se vor transfera, din planele frontale ale roților cilindrice, pe sfere concentrice cu centrul în vârful comun O al conurilor de rostogolire. În acest fel, apar următoarele modificări:

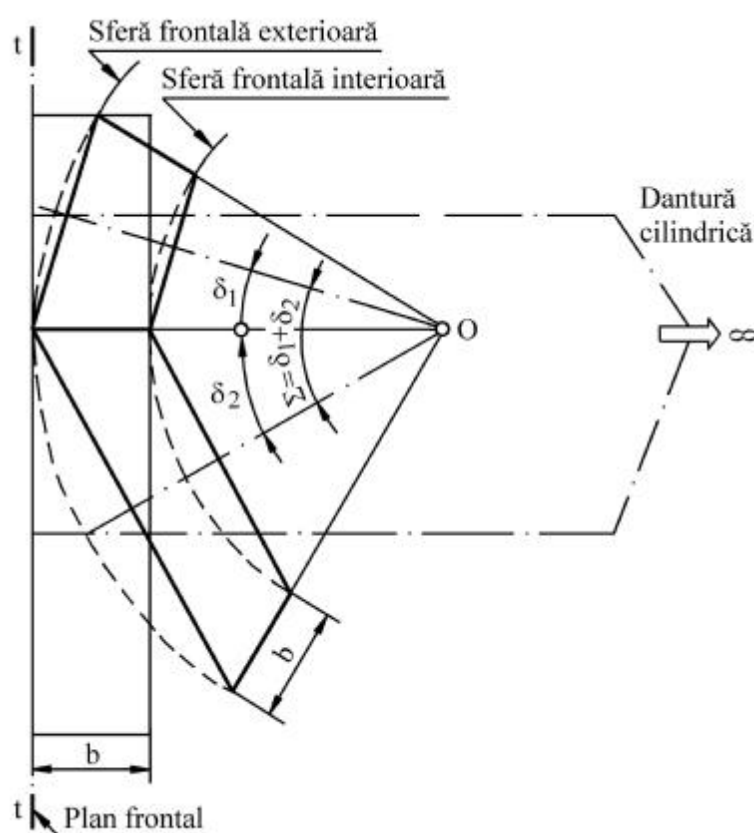


Fig.1.38

- cercurile din planul frontal $t - t$ (v. fig.1.38), caracteristice angrenajului cilindric, devin cercuri pe sferă, iar cilindrii devin conuri;
- evolventa plană (din planul $t - t$) devine evolventă sferică;
- dreapta de angrenare devine cerc diametral de angrenare, iar segmentul de angrenare devine arc de angrenare;
- cremaliera de referință devine roată plană de referință.

Deoarece dreapta de angrenare, specifică angrenajului cilindric, devine la angrenajul conic cerc (diametral) de angrenare, iar profilul dinților roților conice este în evolventă sferică, flancurile dinților roții plane nu mai sunt plane (drepte) ci curbe (v. fig.1.39, a). Acest lucru are mare importanță pentru prelucrarea danturilor conice,

care, la majoritatea procedeelor de danturare, se bazează pe angrenarea roții semifabricat cu o roată plană generatoare (imaginară), descrisă de tăişurile sculelor de danturat. Prelucrarea acestor tăişuri după forme diferite de forma plană (dreaptă), chiar dacă conduce la realizarea profilurilor

evolventice ale dinților roților conice, este foarte costisitoare. Din acest motiv, flancurile dinților roții plane se consideră (plane) drepte, simplificându-se mult tehnologia de fabricație. În această situație, însă, angrenajul evolventic se transformă într-un angrenaj apropiat acestuia, cercul diametral de angrenare transformându-se într-o octoidă sferică (fig.1.39, b). Angrenajul astfel obținut reprezintă o aproximare a angrenajului evolventic și este numit *angrenaj octoidal*.

Deoarece angrenajele deplasate reprezintă o particularitate specifică numai angrenajelor evolventice, iar angrenajele conice realizate nu sunt riguros evolventice, aceste angrenaje se realizează numai ca angrenaje zero (nedeplasate) sau zero – deplasate. De aceea conurile de divizare și cele de

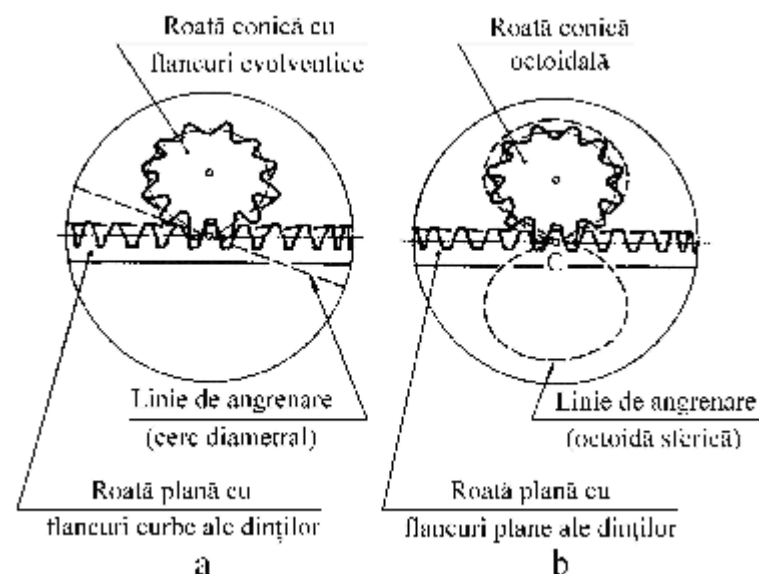


Fig.1.39

rostogolire se suprapun la orice roată dințată conică ($\delta_w = \delta$), mai puțin la cele cu dantură paloidă.

1.10.2. Tipuri de danturi conice

Intersecția suprafeței de rostogolire cu flancul dintelui definește linia flancului. În cazul roții plane de referință, suprafața de rostogolire este un plan de referință sau de divizare, intersecția acestuia cu flancul dintelui definind linia flancului. După forma liniei flancului pe planul de referință al roții plane, se deosebesc următoarele tipuri de danturi conice:

- dantura dreaptă (fig.1.40, a), la care linia flancului este o dreaptă concurentă în punctul O cu axa roții plane;
- dantura înclinată (fig.1.40, b), la care linia flancului este o dreaptă înclinată, tangentă la un cerc de rază r a roții plane;
- dantura curbă (fig.1.40, c, d, e, f), la care linia flancului poate fi un arc de cerc, o epicycloidă alungită sau o evolventă.

■ Dantura în arc de cerc are liniile flancurilor dispuse pe cercuri de rază $d_c/2$, ale capului portcuțite de danturare, cu centrele situate echidistant pe cercul de rază $d_c/2$, care definește excentricitatea capului portcuțite (fig.1.40, c). Un caz particular îl constituie dantura zero (fig.1.40, d), la care unghiul de înclinare de divizare median al danturii are valoarea $\beta_m = 0$ și care se caracterizează prin forțe axiale mai mici.

■ Dantura eloidă are liniile flancurilor dispuse după epicycloide alungite, descrise – în timpul rostogolirii fără alunecare a unui cerc cu centrul în O_c și rază r_t peste cercul cu centrul în O și raza r_b , denumit cerc de bază al roții plane – de un punct P al unei drepte solidarizate cu cercul de rază r_t (fig.1.40, e).

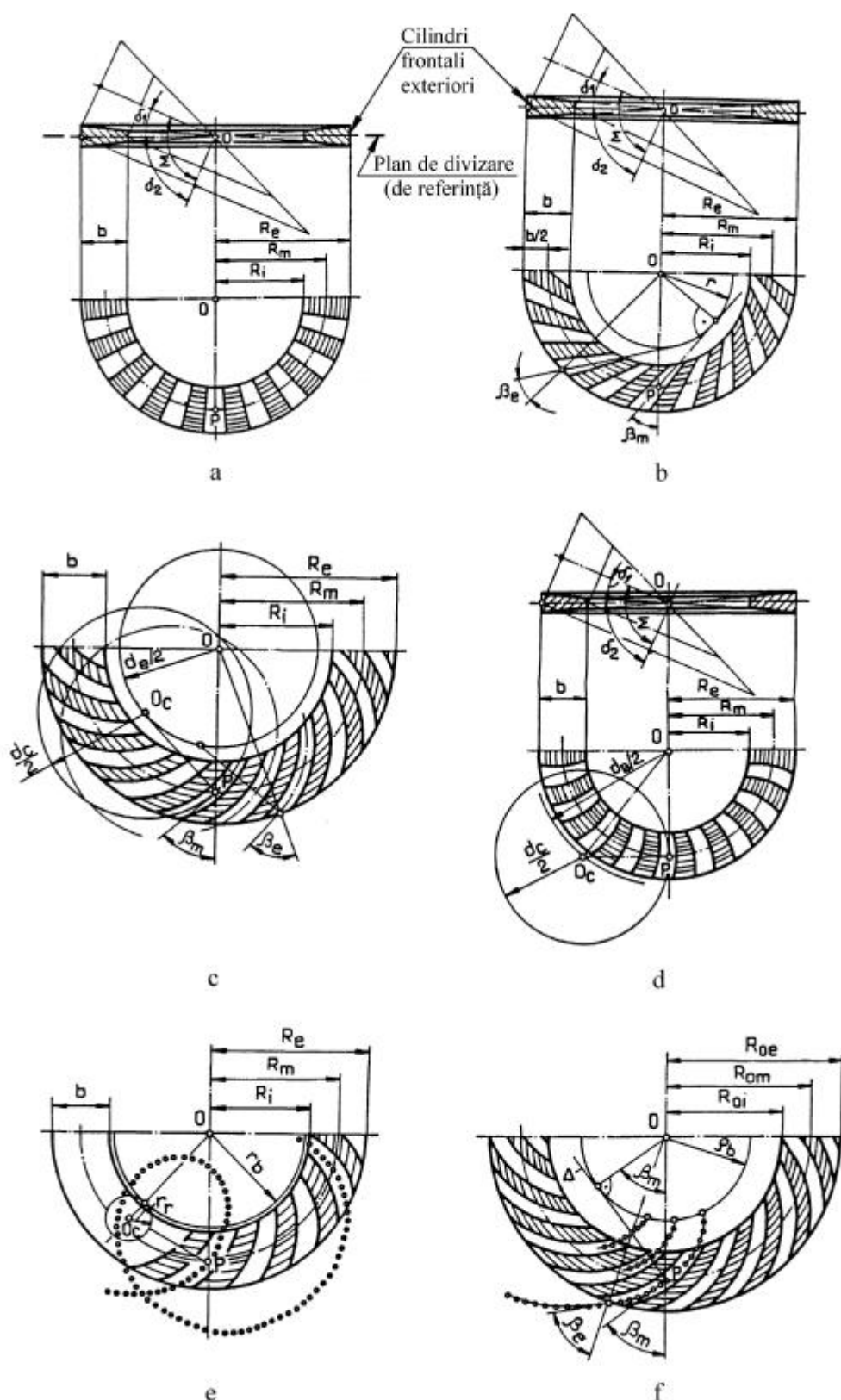


Fig. 1.40

■ Dantura paloidă are liniile flancurilor dispuse după evolvente alungite sau scurtate, descrise de puncte echidistante, situate în planul dreptei Δ , care se rostogolește fără alunecare pe cercul de bază al roții plane, de rază ρ_b (fig.1.40, f).

La angrenajele conice cu dantură înclinată sau curbă, unghiul de înclinare al dintelui este variabil pe lungimea acestuia, în calculul geometric și de rezistență utilizându-se următoarele unghiuri de înclinare de divizare ale danturii: exterior β_e , median β_m (folosit la calculul de rezistență) și interior β_i . De asemenea, linia flancului dintelui fiind dependentă de procedeul de danturare, angrenajele conice cu dantură curbă se realizează numai ca perechi de roți și în urma distrugerii uneia din roți se înlocuiește întregul angrenaj.

1.10.3. Angrenajul cilindric înlocuitor (virtual)

Calculul de rezistență al angrenajelor conice, la contact și la încovoiere, se efectuează acceptând aceleași ipoteze de calcul ca și la calculul angrenajelor cilindrice cu dantură dreaptă (v. cap. 1.5). Este, deci, necesar să se efectueze o trecere de la angrenajul conic la un angrenaj cilindric imaginar, numit *angrenaj virtual*, și să se găsească relații de echivalență între cele două angrenaje – real și virtual.

Geometria angrenajului cilindric a fost studiată într-o secțiune plană frontală (v. fig.1.24, b – planul $t-t$), iar cea a angrenajului conic poate fi efectuată într-o secțiune sferică frontală (angrenaj sferic frontal – fig.1.38), cu centrul în punctul de intersecție a axelor roților angrenajului. Studiul geometriei roților conice pe o asemenea suprafață sferică este însă complicat, fapt ce justifică aproximarea suprafeței sferice frontale printr-o suprafață plană (frontală). Sfera nefiind desfășurabilă în plan, zonele sferice care conțin profilele dinților (fig.1.41) se aproximează prin trunchiuri de con, tangente la sferă după cercurile de divizare (aproximația *Tredgold*).

Conurile din care fac parte aceste trunchiuri de con sunt numite *conuri frontale*. Conul frontal cu vârful în O_1 este atașat roții conice 1 (cu unghiul conului δ_1), iar cel cu vârful în O_2 , roții conice 2 (cu unghiul conului δ_2), conform fig.1.41, a. Prin aproximarea Tredgold, profilul dinților de pe sferă se proiectează pe suprafața trunchiurilor de con. Desfășurarea în plan a conurilor frontale exterioare, prezentată în fig.1.41, a, conduce la obținerea unui angrenaj cilindric înlocuitor (virtual) angrenajului conic real (v. fig.1.41, b). Trecerea de la angrenajul conic real la angrenajul cilindric înlocuitor este prezentată în fig.1.41 c și d. Pentru că există o infinitate de sfere concentrice, cu centrul în O (v. fig.1.41, a), este necesar să se precizeze cărei sfere i se atașează conurile frontale, pentru a se stabili în ce zonă s-a realizat angrenajul cilindric înlocuitor. Conurile frontale utilizate sunt exterior, median și interior, ale căror elemente caracteristice se vor nota cu indicii e , m , i , iar pentru angrenajul virtual indicele caracteristic va fi v (a_{ev} , d_{ev1} , d_{ev2} – fig.1.41, d).

Prin aproximarea făcută, roata plană este mărginită la exterior de o suprafață cilindrică, numită cilindru frontal exterior (v. fig.1.40, a și b). Prin desfășurarea în plan a acestui cilindru, care conține profilele dinților roții plane, se obține o *cremalieră plană înlocuitoare* (fig.1.41, b). După cum s-a precizat anterior (v. fig. 1.39), profilul cremalierii înlocuitoare este aproximat de la o curbă (segment de sinusoidă) la un segment de dreaptă, deci angrenajul cilindric înlocuitor este un angrenaj cu dantură evolventică și, deci, concluziile rezultate din studiul angrenajului cilindric se aplică și la acest angrenaj.

Elementele geometrice ale danturii conice se stabilesc apelându-se la conul frontal exterior și la cremaliera plană înlocuitoare corespunzătoare acestuia. Pentru angrenajul conic cu dantură dreaptă, modulul standardizat m_e este cel corespunzător conului frontal exterior.

Calculul de rezistență se efectuează în secțiunea mediană, folosind, pentru aceasta, angrenajul înlocuitor median (indice *mv*).

Deoarece la roțile conice, în marea majoritate a cazurilor (mai puțin cele cu dinți de înălțime constantă), razele cercurilor caracteristice, grosimea dintelui și modulul sunt variabile în lungul generatoarei conului, este necesar să se precizeze poziția, pe lățimea roții, unde se stabilesc aceste elemente, cele uzuale fiind la exterior, în secțiunea mediană, și, eventual, în cea interioară.

Pentru dantura conică dreaptă, se obține un angrenaj cilindric înlocuitor cu dantură dreaptă, iar pentru cele cu dantură înclinată și curbă, se obțin angrenaje cilindrice înlocuitoare cu dantură înclinată – unghiul de înclinare fiind definit de poziția pe lungimea dintelui unde se aplică conurile frontale.

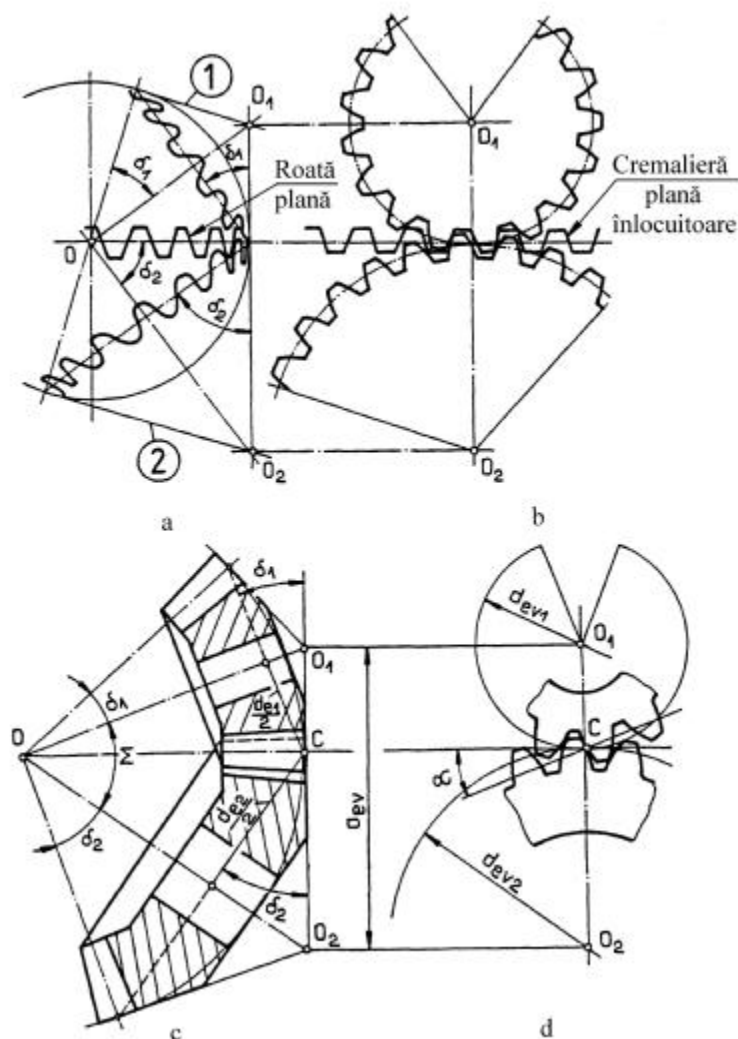


Fig.1.41

1.10.3.1 Angrenajul înlocuitor pentru angrenajul conic cu dantură dreaptă

La aceste angrenaje, elementele geometrice se determină pe conul frontal exterior, deoarece la nivelul acestuia modulul (exterior) este standardizat. Pentru stabilirea legăturilor între elementele angrenajului înlocuitor și cel conic real, se vor urmări figurile 1.41, c și d.

■ **Diametrele cercurilor de divizare** ale roților angrenajului înlocuitor, corespunzătoare conurilor frontale exterioare, sunt:

$$d_{ev1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1}; d_{ev2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2}, \quad (1.54)$$

$d_{e1,2}$ fiind diametrele cercurilor de divizare ale roților reale cu dantură conică, la exterior.

■ **Numerele de dinți** ai roților angrenajului înlocuitor se determină plecând de la faptul că modulul m_e este același la angrenajul conic real și cel cilindric înlocuitor. Se pot scrie relațiile:

$$d_{ev1} = m_e z_{v1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1} = \frac{m_e z_1}{\cos \delta_1}; d_{ev2} = m_e z_{v2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2} = \frac{m_e z_2}{\cos \delta_2}, \quad (1.55)$$

din care rezultă

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \text{ respectiv } z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}, \quad (1.56)$$

unde z_1, z_2 sunt numerele de dinți ai roților angrenajului conic și z_{v1}, z_{v2} – numerele de dinți ai roților angrenajului cilindric înlocuitor.

■ *Distanța dintre axe* angrenajului înlocuitor, care este un angrenaj zero (sau zero deplasat), după cum a fost prezentat anterior, se determină cu relația

$$a_{ev} = \frac{1}{2}(d_{ev1} + d_{ev2}) = \frac{m_e}{2}(z_{v1} + z_{v2}). \quad (1.57)$$

■ *Raportul de angrenare* a angrenajului înlocuitor se determină cu relația cunoscută (v. și rel. (1.56))

$$u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2}, \quad (1.58)$$

în care u este raportul de angrenare al angrenajului conic. În cazul angrenajului conic ortogonal ($\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ – v. fig.1.37, a)

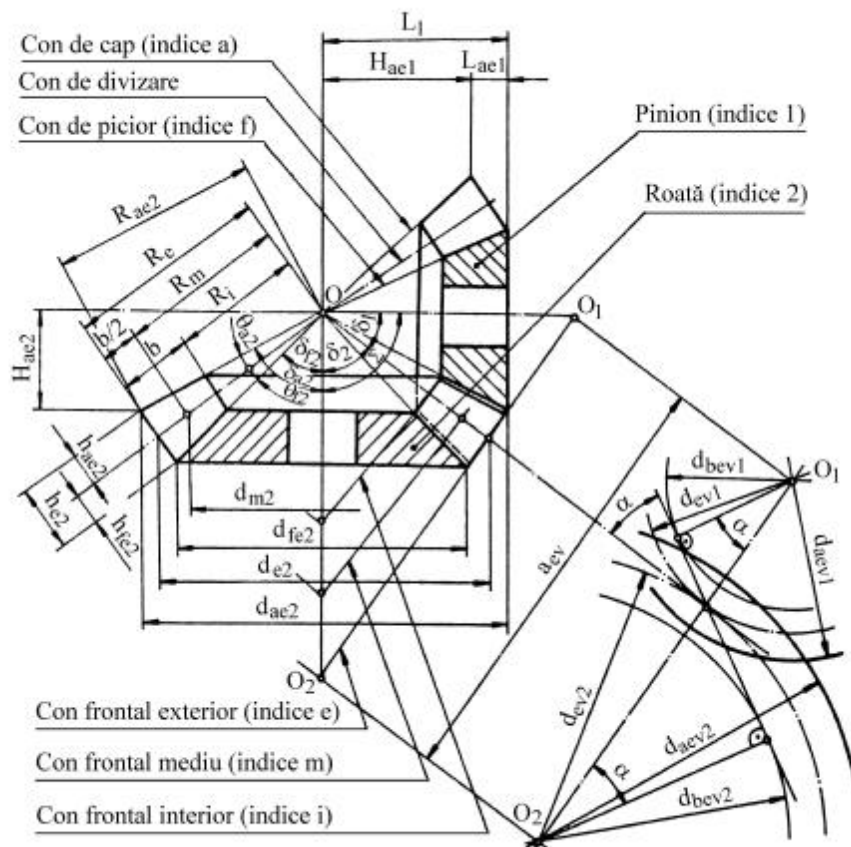


Fig.1.42

$$\tan \delta_2 = \frac{d_2}{d_1} = u \quad (1.59)$$

$$\text{și } \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \operatorname{tg} \delta_2 = u,$$

deci, din relația (1.58), se obține

$$u_v = u^2. \quad (1.60)$$

Numărul minim de dinți ai pinionului angrenajului înlocuitor, la care nu apare interferență și nu se efectuează deplasare de profil, conform geometriei angrenajelor cilindrice, este

$$z_{v1 \min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}, \quad (1.61)$$

unde h_a^* reprezintă coeficientul capului de referință al dintelui. Având în vedere relația (1.56), numărul minim de dinți ai pinionului conic este

$$z_{1 \min} = z_{v1 \min} \cos \delta_1. \quad (1.62)$$

Elementele geometrice ale angrenajului conic cu dantură dreaptă, prezentat în fig.1.42, și a angrenajului înlocuitor sunt prezentate în tabelul 1.4.

Tabelul 1.4

Elemente geometrice ale angrenajelor conice, ortogonale, cu dantură dreaptă (v. fig.1.42)

Nr. crt.	Denumirea elementului geometric	Simbol și unitatea de măsură	Relații de calcul. Recomandări
0	1	2	3
1	DATE INIȚIALE		
1.1	Unghiul dintre axe	Σ , grade	$\Sigma = 90^\circ$
1.2	Numerele de dinți ai roților	$z_1; z_2$	
1.3	Raportul de angrenare	u	$u = z_2/z_1 \geq 1$
1.4	Modulul (exterior)	m_e , mm	Se obține în urma calculului de dimensionare al roților angrenajului (valoare standardizată)
1.5	Elementele profilului de referință	α , grade h_a^* c^*	Unghiul de presiune normal de divizare $\alpha = 20^\circ$; coeficientul capului de referință $h_a^* = 1$; coeficientul jocului de referință la picior $c^* = 0,25$
1.6	Coeficienții deplasărilor radiale de profil	$x_1; x_2$	$x_1; x_2 = -x_1$
1.7	Coeficienții deplasărilor tangențiale de profil	$x_{\tau 1}; x_{\tau 2}$	$x_{\tau 1}; x_{\tau 2} = -x_{\tau 1}$
1.8	Tipul jocului la picior	-	Descrescător sau constant
1.9	Lățimea danturii	b , mm	Se obține în urma calculului de dimensionare al roților angrenajului

Tabelul 1.4 (continuare)

0	1	2	3
2	ELEMENTE GEOMETRICE ALE ROȚILOR ANGRENAJULUI		
2.1	Unghiurile conurilor de divizare (rostogolire)	$d_{1,2}$, grade	$\delta_1 = \arctg \frac{z_1}{z_2}$; $\delta_2 = \arctg \frac{z_2}{z_1}$
2.2	Diametrele cercurilor de divizare (la exterior)	$d_{e1,2}$, mm	$d_{e1} = m_e z_1$; $d_{e2} = m_e z_2$
2.3	Lungimea exterioară a generatoarei conului de divizare (rostogolire)	R_e , mm	$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1}$
2.4	Lungimea mediană a generatoarei conului de divizare (rostogolire)	R_m , mm	$R_m = R_e - \frac{b}{2}$
2.5	Înălțimea capului de divizare al dintelui	$h_{ae1,2}$, mm	$h_{ae1} = m_e (h_a^* + x_1)$; $h_{ae2} = m_e (h_a^* - x_1)$
2.6	Înălțimea piciorului de divizare al dintelui	$h_{fe1,2}$, mm	$h_{fe1} = m_e (h_a^* + c^* - x_1)$ $h_{fe2} = m_e (h_a^* + c^* + x_1)$
2.7	Înălțimea dintelui	$h_{e1,2}$, mm	$h_{e1,2} = m_e (2h_a^* + c^*)$
2.8	Diametrele cercurilor de cap (la exterior)	$d_{ae1,2}$, mm	$d_{ae1} = d_{e1} + 2h_{ae1} \cos \delta_1$ $d_{ae2} = d_{e2} + 2h_{ae2} \cos \delta_2$
2.9	Diametrele cercurilor de picior (la exterior)	$d_{fe1,2}$, mm	$d_{fe1} = d_{e1} - 2h_{fe1} \cos \delta_1$ $d_{fe2} = d_{e2} - 2h_{fe2} \cos \delta_2$
2.10	Unghiul capului dintelui, la cele două roți	$\theta_{a1,2}$, grade	• Pentru joc la picior descrescător $\theta_{a1} = \arctg \frac{h_{ae1}}{R_e}$; $\theta_{a2} = \arctg \frac{h_{ae2}}{R_e}$ • Pentru joc la picior constant $\theta_{a1} = \theta_{f1}$; $\theta_{a2} = \theta_{f2}$
2.11	Unghiul piciorului dintelui, la cele două roți	$\theta_{f1,2}$, grade	$\theta_{f1} = \arctg \frac{h_{fe1}}{R_e}$; $\theta_{f2} = \arctg \frac{h_{fe2}}{R_e}$
2.12	Unghiurile conurilor de cap	$\delta_{a1,2}$, grade	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}$; $\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$
2.13	Unghiurile conurilor de picior	$\delta_{f1,2}$, grade	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}$; $\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}$
2.14	Lungimile exterioare ale generatoarelor conurilor de cap	$R_{ae1,2}$, mm	$R_{ae1} = \frac{R_e}{\cos \theta_{a1}}$; $R_{ae2} = \frac{R_e}{\cos \theta_{a2}}$ sau $R_{ae1} = \sqrt{R_e^2 + h_{ae1}^2}$; $R_{ae2} = \sqrt{R_e^2 + h_{ae2}^2}$

Tabelul 1.4 (continuare)

0	1	2	3
2.15	Înălțimile exterioare ale conurilor de cap	$H_{ae1,2}$, mm	$H_{ae1} = R_{ae1} \cos \delta_{a1}$; $H_{ae2} = R_{ae2} \cos \delta_{a2}$ sau $H_{ae1} = \sqrt{R_{ae1}^2 - \left(\frac{d_{ae1}}{2}\right)^2}$ $H_{ae2} = \sqrt{R_{ae2}^2 - \left(\frac{d_{ae2}}{2}\right)^2}$
2.16	Distanța de cap	$L_{ae1,2}$, mm	Se stabilește constructiv
2.17	Distanța de așezare (montaj)	$L_{1,2}$, mm	$L_1 = H_{ae1} + L_{ae1}$; $L_2 = H_{ae2} + L_{ae2}$
3	ELEMENTELE GEOMETRICE ALE ANGRENĂJULUI ÎNLOCUITOR (VIRTUAL)		
3.1	Diametrele cercurilor de divizare ale roților înlocuitoare (exterioare)	$d_{ev1,2}$, mm	$d_{ev1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1}$; $d_{ev2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2}$
3.2	Diametrele cercurilor de cap ale roților înlocuitoare (exterioare)	$d_{aev1,2}$, mm	$d_{aev1} = d_{ev1} + 2h_{ae1}$; $d_{aev2} = d_{ev2} + 2h_{ae2}$
3.3	Numerele de dinți ai roților înlocuitoare	z_{v1} ; z_{v2}	$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$; $z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$
3.4	Diametrele cercurilor de bază ale roților înlocuitoare (exterioare)	$d_{bev1,2}$, mm	$d_{bev1} = d_{ev1} \cos \alpha$; $d_{bev2} = d_{ev2} \cos \alpha$
3.5	Distanța între axe a angrenajului înlocuitor (exterior)	a_{ev} , mm	$a_{ev} = \frac{d_{ev1} + d_{ev2}}{2}$
3.6	Gradul de acoperire al angrenajului înlocuitor	ε_α	$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{aev1}^2 - d_{bev1}^2} + \sqrt{d_{aev2}^2 - d_{bev2}^2} - 2a_{ev} \sin \alpha}{2\pi m_e \cos \alpha}$
4	ELEMENTE DE CONTROL, ABATERI LIMITĂ ȘI TOLERANȚE		În conformitate cu indicațiile din literatura de specialitate

1.10.3.2. Angrenajul înlocuitor pentru angrenajele conice cu dantură înclinată și curbă

Pentru angrenajele conice cu dantură curbă, modulul danturii este dependent de procedeul de danturare, nefiind standardizat. Deci elementele geometrice ale roților acestor angrenaje se stabilesc pentru fiecare tip de dantură în parte.

În cazul angrenajelor conice cu dantură înclinată sau curbă, angrenajul înlocuitor este un angrenaj cilindric cu dantură înclinată.

Pentru calculul de rezistență, interesează doar secțiunea mediană a danturii, fapt pentru care angrenajul cilindric înlocuitor va avea dinți înclinați, la nivelul cilindrului de divizare, cu β_m (fig.1.43). Roțile angrenajului înlocuitor îndeplinesc următoarele condiții:

- unghiul de înclinare al danturii roților înlocuitoare este egal cu unghiul de înclinare de divizare median β_m al danturii conice;
- razele cercurilor de divizare $d_{mv1,2}/2$ sunt egale cu lungimile generatoarelor conurilor frontale mediane ale roților conice;
- modulul normal al roților înlocuitoare este egal cu modulul normal median (m_n) al roților conice;
- înălțimea dinților roților înlocuitoare este egală cu înălțimea în secțiunea mediană a dinților roților conice;
- forțele tangențiale, care încarcă dinții angrenajului înlocuitor, sunt egale cu cele din angrenajul conic (real), determinate la nivelul diametrului de divizare median ($F_{t1,2} = 2T_{1,2}/d_{m1,2}$).

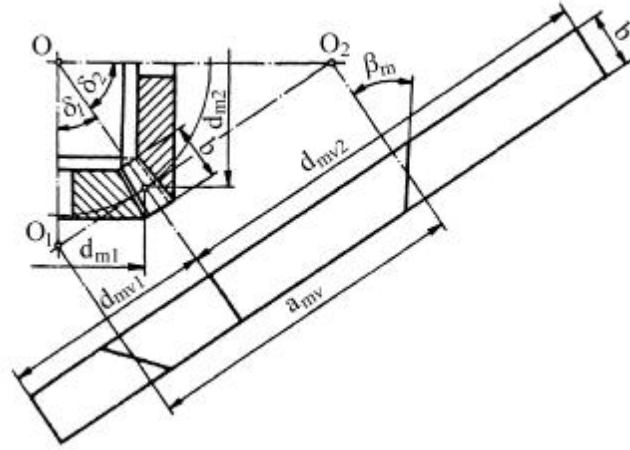


Fig.1.43

Relațiile de legătură între elementele geometrice ale angrenajului înlocuitor și ale celui real se stabilesc urmărind principiile folosite la angrenajele conice cu dantură dreaptă.

■ Diametrele cercurilor de divizare ale roților angrenajului înlocuitor (v. și rel. (1.54)) sunt date de relațiile:

$$d_{mv1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1} = \frac{m_m z_1}{\cos \delta_1}; \quad d_{mv2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2} = \frac{m_m z_2}{\cos \delta_2}. \quad (1.63)$$

■ Distanța dintre axele roților angrenajului înlocuitor este

$$a_{mv} = \frac{1}{2}(d_{mv1} + d_{mv2}) = \frac{m_m}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \delta_1} + \frac{z_2}{\cos \delta_2} \right). \quad (1.64)$$

■ Numărul de dinți ai roților angrenajului înlocuitor, având în vedere că acesta este un angrenaj cu dantură înclinată, apelându-se la relațiile (1.56) și (1.34), se determină cu relațiile:

$$z_{mv1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1 \cos^2 \beta_{bm} \cos \beta_m}; \quad z_{mv2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2 \cos^2 \beta_{bm} \cos \beta_m}, \quad (1.65)$$

în care β_{bm} și β_m reprezintă unghiurile de înclinare mediane ale danturii, corespunzătoare cercului de bază, respectiv cercului de divizare (rostogolire).

■ Raportul de angrenare, pentru un angrenaj ortogonal, va fi (v. și rel. (1.58) și (1.59))

$$u_v = \frac{z_{mv2}}{z_{mv1}} = u^2. \quad (1.66)$$

1.10.4. Elementele geometrice ale roții plane de referință

Profilul dintelui roții plane de referință (fig.1.44), asociată unui angrenaj conic cu dantură dreaptă, se definește pe desfășurata în plan a cilindrului frontal exterior al acestei roți (fig.1.44, b), care constituie cremaliera de referință și conține profilul de referință al dintelui.

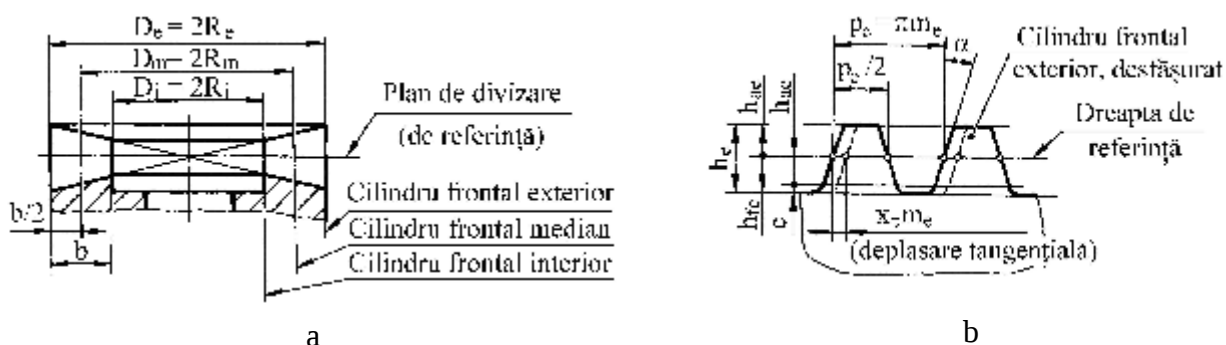


Fig.1.44

Elementele geometrice ale roții plane de referință, pentru dantura dreaptă, sunt:

D_e (R_e) – diametrul (raza) cilindrului frontal exterior al roții plane de referință;

D_m (R_m) – diametrul (raza) cilindrului frontal median al roții plane de referință;

D_i (R_i) – diametrul (raza) cilindrului frontal interior al roții plane de referință;

p_e – pasul (la exterior);

m_e – modulul exterior ($m_e = p_e/\pi$);

h_{ae} – înălțimea capului de referință al dintelui;

h_{fe} – înălțimea piciorului de referință al dintelui;

h_e – înălțimea de referință a dintelui ($h_e = h_{ae} + h_{fe}$);

c – jocul de referință la picior ($c = h_{fe} - h_{ae}$);

h_a^* – coeficientul capului de referință al dintelui ($h_a^* = h_{ae}/m_e$);

c^* – coeficientul jocului de referință la piciorul dintelui ($c^* = c/m_e$);

α – unghiul de presiune normal de divizare;

z_0 – numărul de dinți ai roții plane de referință.

Pentru roata plană de referință a unui angrenaj conic cu dantură dreaptă, sunt standardizați următorii parametri: modulul m_e , coeficienții h_a^* și c^* și unghiul de presiune α , definiți pe cremaliera de referință.

Spre deosebire de angrenajele cilindrice, la angrenajele conice se folosesc și deplasări tangențiale de profil. Utilizarea deplasărilor tangențiale asigură egalizarea rezistenței la încovoiere a dinților celor două roți. Deplasarea tangențială (v. fig.1.44, b) reprezintă dimensiunea cu care crește (scade) plinul și, respectiv, scade (crește) golul cremalierii, pe o dreaptă oarecare, paralelă cu dreapta de referință. Ca urmare, deplasarea tangențială reprezintă dimensiunea cu care se îngroașă dintele unei roți și, respectiv, se subțiază dintele celeilalte roți. Pentru calculul elementelor geometrice ale unei roți dințate conice, aceste deplasări se stabilesc în secțiune frontală. Ținând seama că angrenajele conice sunt angrenaje zero sau zero-deplasate, rezultă că pentru coeficienții de deplasări tangențiale de profil este respectată, întotdeauna, relația

$$x_{r2} = -x_{r1}. \quad (1.67)$$

În cazul roții plane cu dantură înclinată sau curbă (v. fig.1.40, b ... f), elementele geometrice se stabilesc atât în plan frontal (p_{te} , m_{te} , h_{at}^* , c_t^* , α_t) cât și în plan normal (p_{ne} , m_{ne} , h_{an}^* , c_n^* , α_n). Pentru roțile conice cu dantură curbă, acești parametri nu pot fi standardizați, întrucât depind de procedeul tehnologic de danturare. Valorile acestor parametri sunt date de firmele producătoare de mașini de danturat.

Angrenajele conice pot fi executate cu joc la picior variabil (fig.1.45, a) sau constant (fig.1.45, b).

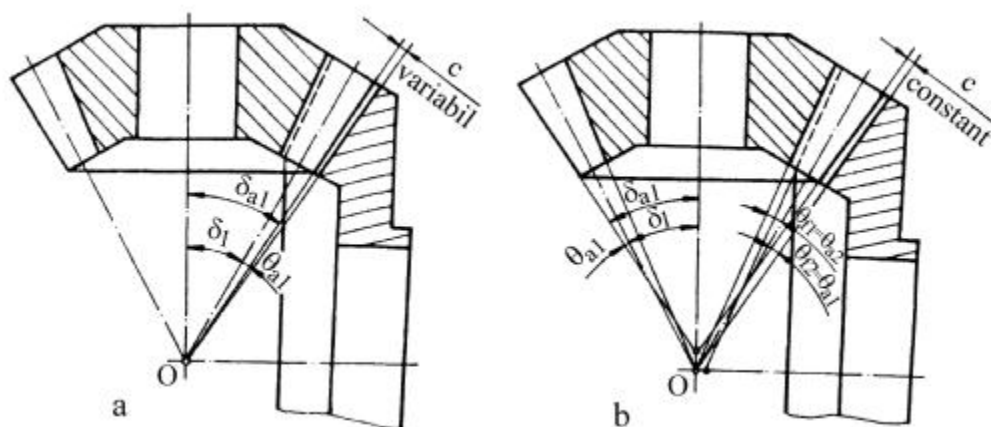


Fig.1.45

1.10.5. Calculul de rezistență al angrenajelor conice

Calculul de rezistență al angrenajelor conice se efectuează apelându-se la angrenajul înlocuitor (virtual), care pentru dantura conică dreaptă este un angrenaj cilindric cu dantură dreaptă, iar pentru dantura înclinată și curbă este un angrenaj cilindric cu dantură înclinată. Pentru aceste angrenaje cilindrice au fost stabilite relații de verificare și dimensionare în subcap. 1.5 (dantura dreaptă), respectiv subcap. 1.7 (dantură înclinată). Dacă aceste relații sunt aplicate angrenajului înlocuitor (virtual), folosind și relațiile de legătură stabilite între aceste angrenaje și angrenajele conice – subcap. 1.10.3.1 pentru dantura dreaptă și subcap. 1.10.3.2 pentru dantura înclinată și curbă – se obțin relațiile de verificare și dimensionare pentru angrenajele conice, relații în care apar doar factori se definesc aceste angrenaje.

1.10.5.1 Angrenaje conice cu dantură dreaptă

Roțile angrenajului înlocuitor (fig.1.41, d), corespunzător angrenajului conic cu dantură dreaptă, sunt roți cilindrice cu dantură dreaptă, care îndeplinesc următoarele condiții:

- razele cercurilor de divizare ale roților înlocuitoare sunt egale cu lungimile generatoarelor conurilor frontale mediane ale roților;
- modulul roților înlocuitoare este egal cu modulul mediu al roților conice;
- înălțimea dinților roților înlocuitoare este egală cu înălțimea medie a dinților roții conice;
- forța tangențială din angrenajul înlocuitor este egală cu cea din angrenajul real, calculată la nivelul diametrului de divizare mediu.

Deoarece elementele geometrice sunt definite pe conul frontal exterior, unde și modulul m_e este standardizat, iar calculul de rezistență se efectuează la nivelul conului frontal median, se impune, pentru acest angrenaj, stabilirea unor relații de legătură între modulul mediu m_m și cel exterior m_e (standardizat), respectiv între modulul mediu m_m și lungimea generatoarei conului de rostogolire (divizare) exterior R_e .

■ Relația de legătură între modulele exterior m_e și cel median m_m se obține plecând de la asemănarea triunghiurilor din fig.1.46. Astfel

$$\frac{d_{e1}}{d_{m1}} = \frac{R_e}{R_e - 0,5b},$$

iar exprimând diametrele de divizare prin produsul dintre modul și numărul de dinți, se obține

$$m_m = m_e \frac{R_e - 0,5b}{R_e}, \quad (1.68)$$

respectiv

$$m_m = m_e (1 - 0,5\Psi_R), \quad (1.69)$$

dacă se notează $\Psi_R = b/R_e$ – coeficientul de lățime pentru roțile conice.

■ Relația de legătură între lungimea generatoarei R_e și modulul mediu m_m se stabilește apelând tot la fig.1.46

$$d_{m1} = 2(R_e - 0,5b) \sin \delta_1 = 2R_e (1 - 0,5\Psi_R) \cos \delta_2, \quad (1.70)$$

în care, pentru $\cos \delta_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \delta_2}}$ și știind că, pentru $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, $\tan \delta_2 = u$, se obține

$$d_{m1} = 2R_e (1 - 0,5\Psi_R) \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}}, \quad (1.71)$$

respectiv

$$m_m = \frac{2R_e (1 - 0,5\Psi_R)}{z_1 \sqrt{1 + u^2}}. \quad (1.72)$$

Calculul la solicitarea de contact

În calculul la solicitarea de contact, se pornește de la relația tensiunii maxime de contact dintre dinții roților angrenajului cilindric cu dantură dreaptă (1.13), aplicată angrenajului înlocuitor

$$\sigma_{HC} = \frac{Z_E Z_{Ev} Z_{Hv} Z_K}{a_{mv}} \sqrt{\frac{T_{v1}}{2b_{eH}} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u_v + 1)^3}{u_v} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}} \leq \sigma_{HP}. \quad (1.73)$$

În relația (1.73), factorii Z_E , Z_{Ev} , Z_{Hv} , K_A , K_V , $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$ au aceleași semnificații ca și în cazul angrenajelor cilindrice cu dantură dreaptă, dar se referă la angrenajul înlocuitor (indice v); factorul Z_K ține seama de variația durității pe lățimea danturii și este specific roților dințate conice – pentru dantură cu bombarea profilului pe înălțimea dintelui $Z_K = 0,85$, iar pentru celelalte tipuri de danturi $Z_K = 1$; b_{eH} reprezintă lățimea danturii solicitate efectiv la contact – pentru toate tipurile de danturi conice $b_{eH} = 0,85b$; a_{mv} , T_{v1} și u_v reprezintă distanța dintre axe, momentul de torsiune aplicat pinionului și, respectiv, raportul de angrenare, pentru angrenajul înlocuitor.

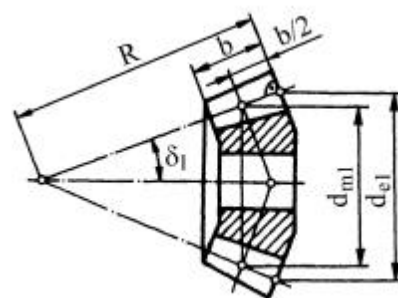


Fig.1.46

Întrucât angrenajele conice sunt angrenaje zero sau zero-deplasate, $\alpha_w = \alpha$, iar factorul zonei de contact devine

$$Z_{HV} = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \tan \alpha_w}} = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha}}. \quad (1.74)$$

• Distanța dintre axele angrenajului înlocuitor, corespunzător conurilor frontale mediane, este definită prin relația

$$a_{mv} = \frac{1}{2}(d_{mv1} + d_{mv2}). \quad (1.75)$$

Având în vedere relațiile de legătură între diametrele de divizare ale roților angrenajului înlocuitor și a celui real, în secțiune mediană

$$d_{mv1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1}; \quad d_{mv2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2} \quad (1.76)$$

și relația dintre diametrele de divizare mediane ale roților conice și lungimea generatoarei R_e , dată de relația (1.71), și de relația

$$d_{m2} = 2R_e(1 - 0,5\Psi_R)\cos \delta_1 = 2R_e(1 - 0,5\Psi_R)\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}, \quad (\cos \delta_1 = 1/\sqrt{1+\tan^2 \delta_1} = \frac{u}{\sqrt{1+u^2}}),$$

pentru angrenajul ortogonal ($\Sigma = 90^\circ$) se obține

$$a_{mv} = (R_e - 0,5b)\frac{1+u^2}{u} = R_e(1 - 0,5\Psi_R)\frac{1+u^2}{u}. \quad (1.77)$$

• Momentul de torsiune la axa pinionului angrenajului virtual se obține din raportul

$$\frac{T_{v1}}{T_1} = \frac{F_t d_{mv1}}{F_t d_{m1}} = \frac{1}{\cos \delta_1}, \quad (1.78)$$

în care F_t reprezintă forța tangențială din angrenajul conic, calculată la diametrul de divizare mediu.

Ținând seama de relația $\cos \delta_1 = \frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$, caracteristică angrenajului conic ortogonal, rezultă

$$T_{v1} = T_1 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u}. \quad (1.79)$$

• Raportul de angrenare al angrenajului înlocuitor, pentru un angrenaj conic ortogonal, este $u_v = u^2$ (v. rel. (1.60)).

Întrucât la angrenajul conic cu dantură dreaptă $Z_{ev} = 1$ și $K_{H\alpha} = 1$ (gradul de acoperire fiind mic) și $\alpha_w = \alpha$ (angrenaj zero-deplasat), prin înlocuirea relațiilor (1.77), (1.79) și (1.60) în relația (1.73), se obține expresia tensiunii de contact

$$\sigma_H = Z_E Z_{HV} Z_K \sqrt{\frac{T_1}{2b_{eH} (R_e - 0,5b)^2} \frac{(1+u^2)^{3/2}}{u}} K_A K_V K_{H\beta} \leq \sigma_{HP}. \quad (1.80)$$

Relația (1.80) servește pentru calculul de verificare la solicitarea de contact a angrenajelor conice cu dantură dreaptă.

Pentru dimensionare, în relația (1.80) se înlocuiește $b_{eH} = 0,8b$, unde $b = \Psi_R R_e$ și făcând aproximarea $(R_e - 0,5b)^2 = R_e^2(1 - 0,5\Psi_R)^2 \approx R_e^2(1 - \Psi_R)$, rezultă expresia lungimii exterioare a generatoarei conului de divizare

$$R_e = \sqrt{1+u^2} \sqrt[3]{\frac{1}{1,7} \frac{T_1 K_A K_V K_{H\beta}}{\Psi_R (1-\Psi_R) u \sigma_{HP}^2} (Z_E Z_{Hv} Z_K)^2} \quad (1.81)$$

Calculul la solicitarea de încovoiere

În cadrul acestui calcul, dintele solicitat la încovoiere se consideră că aparține uneia din roțile angrenajului înlocuitor, având modulul m_m și numărul de dinți z_v .

Tensiunea maximă de încovoiere apare la piciorul dintelui și se calculează pe baza aceluiași ipoteze ca și în cazul angrenajelor cilindrice cu dantură dreaptă.

Pornind de la expresia tensiunii maxime de încovoiere (1.24), stabilită pentru cazul angrenajului cilindric cu dantură dreaptă, în care factorii Y_ε și $K_{F\alpha}$ se consideră egali cu unitatea (gradul de acoperire fiind mic), iar m se înlocuiește prin m_m , se obține relația

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_{v1} z_{v1} (u_v + 1)^2}{2b_{eF} a_{mv}} K_A K_V K_{F\beta} Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \leq \sigma_{FP1,2}, \quad (1.82)$$

în care factorii au aceleași semnificații ca și la angrenajele cilindrice; factorul de formă Y_{Fa} se stabilește – pentru fiecare roată a angrenajului înlocuitor – în funcție de numărul de dinți ai roții înlocuitoare z_v și de coeficientul deplasării radiale de profil x .

Ținând seama de faptul că angrenajele conice sunt angrenaje zero-deplasate ($\alpha_w = \alpha$) și utilizând relațiile (1.77), (1.79), (1.56) și (1.60), relația (1.82) devine

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 u \sqrt{1+u^2}}{2b_{eF} (R_e - 0,5b)^2 \cos \delta_1} K_A K_V K_{F\beta} Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \leq \sigma_{FP1,2}. \quad (1.83)$$

Înlocuind $\cos \delta_1 = \frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$, relația (1.83) devine

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (1+u^2)}{2b_{eF} (R_e - 0,5b)^2} K_A K_V K_{F\beta} Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \leq \sigma_{FP1,2} \quad (1.84)$$

și servește pentru calculul de verificare la solicitarea de încovoiere.

Din relația (1.84), rezultă că între tensiunile de încovoiere – pentru pinion și roată – există relația

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}. \quad (1.85)$$

Pentru dimensionare, din relația (1.84), pe baza înlocuirilor

$$b_{eF} = 0,85b, \quad b = \Psi_R R_e, \quad (R_e - 0,5b)^2 = R_e^2 (1 - 0,5\Psi_R)^2 \approx R_e^2 (1 - \Psi_R),$$

se determină lungimea generatoarei exterioare a conului de divizare

$$R_e = \sqrt[3]{\frac{T_1 z_1 (1+u^2)}{1,7\Psi_R (1-\Psi_R)} K_A K_V K_{F\beta} \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}}}, \quad (1.86)$$

în care s-a considerat

$$\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}} = \max \left(\frac{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}{\sigma_{FP1}}, \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{\sigma_{FP2}} \right).$$

1.10.5.2. Angrenaje conice cu dantură înclinată sau curbă

Roțile angrenajului înlocuitor angrenajelor conice cu dantură înclinată sau curbă sunt roți cilindrice cu dantură înclinată (v. fig.1.43), unghiul de înclinare al dinților roților acestui angrenaj β_m fiind identic cu cel al roților reale, la nivelul median al dintelui roților conice. Condițiile impuse roților angrenajului înlocuitor sunt identice cu cele impuse danturii drepte (v. subcap. 1.10.5.1). Se precizează, însă, că elementele geometrice ale roților reale se stabilesc funcție de procedeul de prelucrare, nefiind standardizat modulul în nici o secțiune caracteristică angrenajului real.

Calculul la solicitarea de contact

În calculul la solicitarea de contact, se pornește de la relația tensiunii maxime de contact dintre dinții roților angrenajului cilindric cu dantură înclinată (1.41), aplicată angrenajului înlocuitor

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_{ev} Z_\beta Z_{Hv} Z_K}{a_{mv}} \sqrt{\frac{T_{v1}}{2b_{eH}} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u_v + 1)^3}{u_v} \frac{\cos \alpha_{tm}}{\cos \alpha_{wtm}}} \leq \sigma_{HP}. \quad (1.87)$$

Semnificația factorilor Z_E , Z_{ev} , Z_β , Z_{Hv} , K_A , K_V , $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$, din relația (1.87), este aceeași ca și în cazul angrenajelor cilindrice, dar se referă la angrenajul înlocuitor (indice v): factorul Z_K ține seama de variația durității pe lățimea danturii și este specific danturii conice – pentru dantura cu bombarea profilului pe înălțimea dintelui $Z_K = 0,85$, iar pentru celelalte tipuri de danturi $Z_K = 1$; b_{eH} reprezintă lățimea danturii solicitate efectiv la contact – pentru toate tipurile de danturi conice $b_{eH} = 0,85b$; a_{mv} , T_{v1} și u_v reprezintă distanța dintre axe, momentul de torsiune aplicat pinionului și, respectiv, raportul de angrenare, pentru angrenajul înlocuitor.

Agrenajele conice fiind angrenaje zero sau zero-deplasate, $\alpha_{tm} = \alpha_{wtm}$, factorul zonei de contact fiind dat de relația

$$Z_{Hv} = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_{bm}}{\cos^2 \alpha_{tm} \tan \alpha_{wtm}}} = \sqrt{\frac{4 \cos \beta_{bm}}{\sin 2\alpha_{tm}}}, \quad (1.88)$$

$$\alpha_{tm} = \arctg \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} \text{ și } \beta_{bm} = \arccos \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{tm}}.$$

Prin înlocuirea relațiilor (1.77), (1.79) și (1.60) în relația (1.87) și având în vedere că $\alpha_{tm} = \alpha_{wtm}$, se obține relația finală a tensiunii de contact

$$\sigma_H = Z_E Z_{ev} Z_\beta Z_{Hv} Z_K \sqrt{\frac{T_1}{2b_{eH} (R_e - 0,5b)^2} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(1+u^2)^{3/2}}{u}} \leq \sigma_{HP}. \quad (1.89)$$

Relația (1.89) servește pentru calculul de verificare la solicitarea de contact a angrenajelor conice cu dantură curbă sau înclinată.

La dantura conică curbă, dacă gradul de acoperire suplimentar $\varepsilon_{v\beta}$ al angrenajului este $\varepsilon_{v\beta} \geq 1$, tensiunea la solicitarea de contact se calculează numai în polul angrenării; dacă $\varepsilon_{v\beta} < 1$, este necesar a se calcula și tensiunile de contact în punctele de angrenare unipară B și D , utilizând relațiile (1.16) și (1.17).

Pentru calculul gradului de acoperire suplimentar, se utilizează relația

$$\varepsilon_{v\beta} = \frac{b \sin \beta_m}{\pi m_{mn}} \frac{b_{eH}}{b}, \quad (1.90)$$

în care m_{mn} este modulul normal median al danturii.

Pentru dimensionare, în relația (1.89) se fac înlocuirile $b_{eH} = 0,8b$, $b = \Psi_R R_e$ și aproximarea $(R_e - 0,5b)^2 = R_e^2(1 - 0,5\Psi_R)^2 \approx R_e^2(1 - \Psi_R)$, rezultând expresia lungimii exterioare a generatoarei conului de divizare

$$R_e = \sqrt{1+u^2}^3 \sqrt{\frac{T_1}{1,7\Psi_R(1-\Psi_R)u\sigma_{HP}^2} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} (Z_E Z_{ev} Z_\beta Z_{Hv} Z_K)^2} . \quad (1.91)$$

Pentru dimensionarea angrenajelor conice cu dantură curbă, se recomandă determinarea lungimii mediane a generatoarei conului de divizare. Pentru aceasta, în relația (1.89) se efectuează înlocuirile

$$b_{eH} = 0,85b; b = \Psi_{Rm} R_m; (R_e - 0,5b)^2 = R_m^2, \quad (1.92)$$

unde Ψ_{Rm} reprezintă coeficientul de lățime median al danturii. Lungimea mediană a generatoarei conului de divizare se determină, astfel, cu relația

$$R_m = \sqrt{1+u^2}^3 \sqrt{\frac{T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{1,7\Psi_{Rm} u \sigma_{HP}^2} (Z_E Z_{ev} Z_\beta Z_{Hv} Z_K)^2} . \quad (1.93)$$

Calculul la solicitarea de încovoiere

Calculul la solicitarea de încovoiere se bazează pe expresia tensiunii de încovoiere (1.43) – stabilită la calculul angrenajelor cilindrice cu dantură înclinată – aplicată angrenajului cilindric înlocuitor, corespunzător conurilor frontale mediane

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_{v1} z_{v1} (u_v + 1)^2}{2b_{eF} a_{mv}^2 \cos\beta_m} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{ev} Y_\beta Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \frac{\cos^2 \alpha_{tm}}{\cos^2 \alpha_{wtm}} \leq \sigma_{FP1,2}, \quad (1.94)$$

în care: Y_{ev} reprezintă factorul gradului de acoperire pentru solicitarea de încovoiere; Y_β - factorul înclinării dinților pentru solicitarea de încovoiere; Y_{Fa} – factorul de formă al dintelui, pentru roțile echivalente cilindrice cu dantură dreaptă; Y_{Sa} – factorul de corecție a tensiunii de încovoiere la piciorul dintelui, pentru roțile echivalente cilindrice cu dantură dreaptă; b_{eF} – lățimea danturii solicitată efectiv la încovoiere (la piciorul dintelui) – deoarece $b_1 > b_2$, pentru toate tipurile de danturi curbe se consideră $b_{eF} = 0,85b$.

Factorii K_A , K_V , $K_{F\beta}$ și $K_{F\alpha}$ au aceleași semnificații cu cele specificate în cadrul calculului angrenajelor cilindrice cu dantură dreaptă.

Factorul de formă al dintelui Y_{Fa} se determină pentru roata cilindrică cu dantură dreaptă, echivalentă roții cilindrice cu dantură înclinată, a angrenajului cilindric înlocuitor. Acest factor se determină în funcție de coeficientul deplasării radiale normale de profil x_n și de numărul de dinți ai roții echivalente z_{nmv} , calculat cu relația (1.65).

Știind că angrenajele conice sunt angrenaje zero-deplasate ($\alpha_{tm} = \alpha_{wtm}$) și utilizând relațiile (1.77), (1.79), (1.56) și (1.58), relația (1.94) devine

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 u \sqrt{1+u^2}}{2b_{eF} (R_e - 0,5b)^2 \cos\delta_1 \cos\beta_m} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{ev} Y_\beta Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \leq \sigma_{FP1,2} . \quad (1.95)$$

Ținând seama de relația $\cos\delta_1 = \frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$, caracteristică angrenajelor conice ortogonale, și

înlocuind $b_{eF} = 0,85b$, relația (1.95) poate fi scrisă sub forma

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (1+u^2)}{1,7b(R_e - 0,5b)^2 \cos \beta_m} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{\epsilon\beta} Y_{\beta} Y_{Fa1,2} Y_{Sa1,2} \leq \sigma_{FP1,2} \quad (1.96)$$

și servește pentru calculul de verificare la solicitarea de încovoiere.

Din (1.96), rezultă că între tensiunile corespunzătoare dinților roții și pinionului, în acest caz, există corelația

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}. \quad (1.97)$$

Pentru dimensionare, considerând $b = \Psi_R R_e$ și făcând aproximarea $(R_e - 0,5b)^2 = R_e^2 (1 - 0,5\Psi_R)^2 \approx R_e^2 (1 - \Psi_R)$, din relația (1.96) se obține lungimea exterioară a generatoarei conului de divizare

$$R_e = \sqrt[3]{\frac{T_1 z_1 (1+u^2)}{1,7\Psi_R (1-\Psi_R)} \cos \beta_w K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{\epsilon\beta} Y_{\beta} \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}}}. \quad (1.98)$$

Pentru dimensionarea angrenajelor conice cu dantură curbă, utilizând relațiile $b_2 = \Psi_{Rm} R_m$ și $(R_e - 0,5b)^2 = R_m^2$, din relația (1.96) se obține expresia lungimii mediane a generatoarei conului de divizare

$$R_m = \sqrt[3]{\frac{T_1 z_1 (1+u^2)}{1,7\Psi_{Rm} \cos \beta_m} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{\epsilon\beta} Y_{\beta} \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}}}. \quad (1.99)$$

În relațiile (1.98) și (1.99), se consideră

$$\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}} = \max \left(\frac{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}{\sigma_{FP1}}, \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{\sigma_{FP2}} \right). \quad (1.100)$$

1.10.6. Forțe în angrenajele conice

Ca și la angrenajele cilindrice, la angrenajele conice, în timpul transmiterii mișcării, deci și a sarcinii, între dinții roții conducătoare și cei ai roții conduse sunt generate forțe normale la suprafețele flancurilor dinților în contact, egale și de sens contrar.

La angrenajele conice, forța normală F_n , de interacțiune dintre dinți, nu va fi folosită ca atare ci prin componentele ei plasate după trei direcții, corespunzătoare axelor unui sistem de coordonate ales cu originea în polul angrenării, situat la mijlocul lățimii roții (în secțiune mediană). Cele trei componente ale forței normale sunt: forța tangențială F_t , tangentă la cercul de divizare din secțiunea mediană; forța radială F_r , perpendiculară pe axa roții și forța

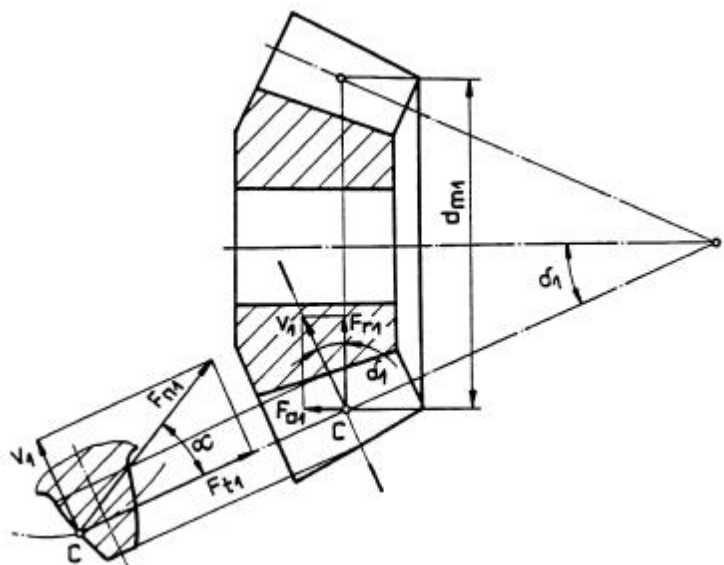


Fig.1.47

axială F_a , paralelă cu axa roții.

Pentru toate tipurile de angrenaje conice, forța tangențială se determină cu relația

$$F_{t1,2} = \frac{2T_{1,2}}{d_{m1,2}}, \quad (1.101)$$

în care: $T_{1,2}$ reprezintă momentele de torsiune la arborele roții 1, respectiv 2; $d_{m1,2}$ – diametrele de divizare mediane ale roților. Relația este valabilă doar în condiția neglijării pierderilor, deci pentru $\eta = 1$.

Valorile forțelor radiale și a celor axiale depind de tipul angrenajului conic – cu dantură dreaptă, înclinată sau curbă.

1.10.6.1. Angrenaje conice cu dinți dreapți

La angrenajele conice cu dinți dreapți, forța normală la pinion F_{n1} se descompune într-o componentă tangențială F_{t1} , stabilită cu relația (1.101), și o componentă V_1 perpendiculară pe generatoarea conului (fig.1.47)

$$V_1 = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha. \quad (1.102)$$

La rândul său, componenta V_1 se descompune într-o componentă radială

$$F_{r1} = V_1 \cos d_1 = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha \cos d_1 \quad (1.103)$$

și o componentă axială

$$F_{a1} = V_1 \sin d_1 = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha \sin d_1, \quad (1.104)$$

d_1 reprezentând unghiul conului de divizare al pinionului.

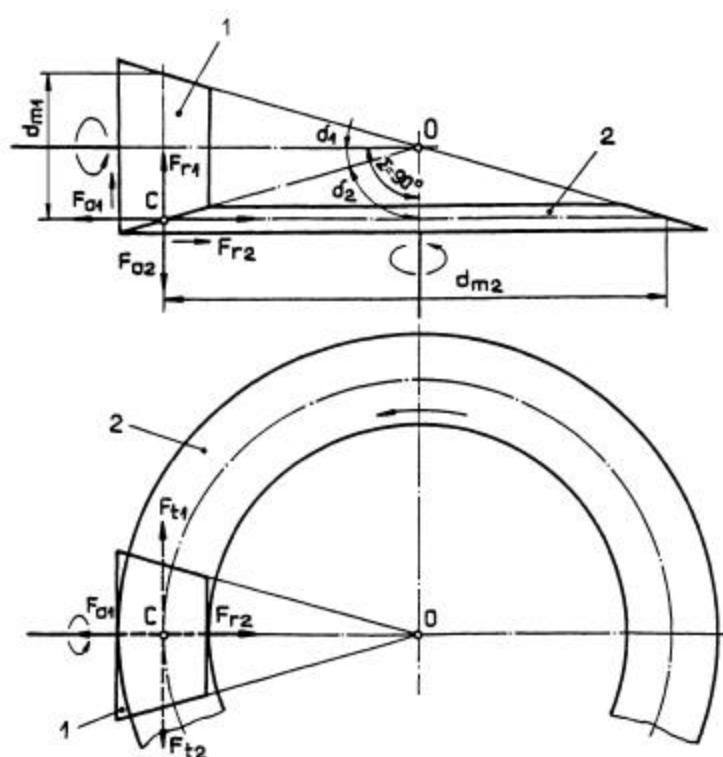


Fig.1.48

Între forțele ce acționează asupra dinților pinionului și cele care acționează asupra dinților roții există relațiile (fig.1.48): $|F_{t2}| = |F_{t1}|$; $|F_{r2}| = |F_{a1}|$; $|F_{a2}| = |F_{r1}|$.

Sensurile forțelor, importante pentru schema de încărcare a arborilor și calculul acestora, se stabilesc asemănător cu cele de la angrenajele cilindrice (v. subcap. 1.8). Astfel, sensul forțelor tangențiale din angrenajul conic se stabilește în funcție de rolul roții în angrenaj (conducătoare sau condusă) și de sensul de rotație. La pinion (roata conducătoare), forța F_{t1} este forță rezistentă, deci are sensul invers sensului de rotație, iar la roată F_{t2} este forță motoare, deci are sensul în sensul mișcării. Forțele

radiale F_{r1} și F_{r2} au sensul de la polul angrenării spre centrul (axa) roții. Forțele axiale au direcția paralelă cu axa roții și sensul de la vârfurile conurilor de divizare spre bazele acestora.

1.10.6.2. Angrenaje conice cu dinți curbi

Componenta tangențială a forței normale $F_{t1,2}$, pentru toate tipurile de angrenaje conice, se determină cu relația (1.101), la nivelul diametrelor de divizare mediane ale roților. Mărimile și sensurile forțelor axiale și radiale, la danturile curbe, depind atât de sensul de rotație al pinionului cât și de sensul înclinării dinților. De aceea, la aceste angrenaje sunt posibile două situații de funcționare (cazuri de funcționare).

Cazul 1 (fig.1.49, a), în care sensul de rotație al pinionului coincide cu sensul de înclinare a danturii (privind din vârful conului de divizare – rostogolire). În fig.1.49, a se prezintă sensurile de rotație și sensurile de înclinare ale dinților, pentru pinion (sens de rotație definit prin ω_1) și pentru roată (sens de rotație definit prin ω_2).

Din fig.1.49, b, rezultă că forța normală F_{n1} se descompune în componenta Q_1 situată în planul tangent la conul de divizare (rostogolire), care se determină cu relația

$$Q_1 = \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} \quad (1.105)$$

și componenta V_1 , normală la generatoarea conului de divizare, dată de relația

$$V_1 = Q_1 \operatorname{tg} \alpha_n = \frac{F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_m}. \quad (1.106)$$

La rândul său, componenta Q_1 se descompune, într-un plan tangent la conul de divizare, în forța tangențială F_{t1} și într-o forță U_1 , de-a lungul generatoarei conului de divizare și îndreptată spre baza conului, determinată cu relația

$$U_1 = Q_1 \sin \beta_m = F_{t1} \operatorname{tg} \beta_m. \quad (1.107)$$

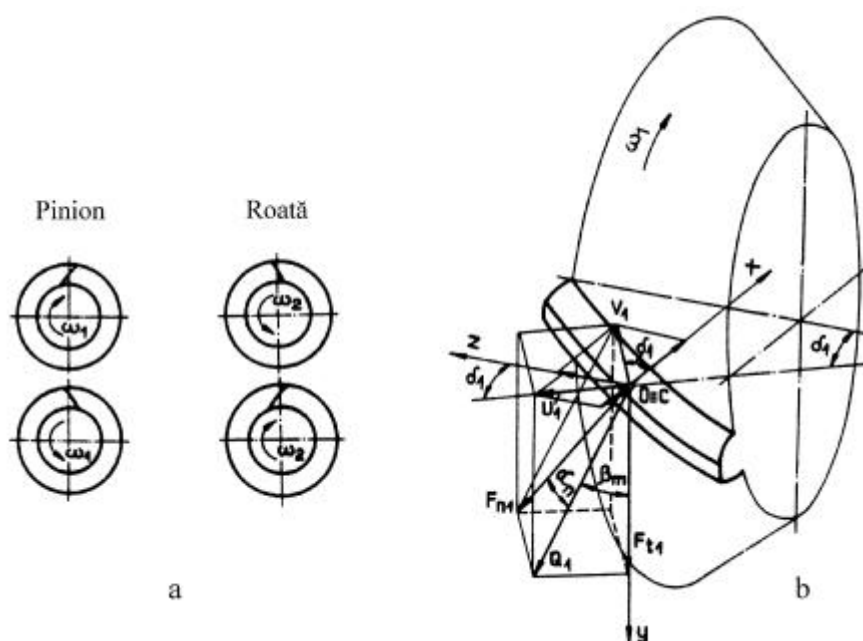


Fig.1.49

Forțele radială și axială, F_{r1} și F_{a1} , se determină ca sumă a proiecțiilor componentelor V_1 și U_1 pe axele de coordonate Ox și Oy (v. fig.1.49, b). Se obține:

$$F_{r1} = V_1 \cos \delta_1 - U_1 \sin \delta_1 = \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (tg \alpha_n \cos \delta_1 - \sin \beta_m \sin \delta_1); \quad (1.108)$$

$$F_{a1} = V_1 \sin \delta_1 + U_1 \cos \delta_1 = \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (tg \alpha_n \sin \delta_1 + \sin \beta_m \cos \delta_1). \quad (1.109)$$

Cazul 2 (fig.1.50), în care sensul de rotație al pinionului este invers sensului înclinării danturii.

Urmărind descompunerea forței normale F_{n1} , ca și în cazul 1, se observă că proiecția U_1 a acestei forțe pe generatoarea conului de divizare (rostogolire) este îndreptată spre vârful conului (fig.1.50, b). În această situație, componentele radială F_{r1} și axială F_{a1} vor fi determinate cu relațiile:

$$F_{r1} = V_1 \cos \delta_1 + U_1 \sin \delta_1 = \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (tg \alpha_n \cos \delta_1 + \sin \beta_m \sin \delta_1);$$

$$F_{a1} = V_1 \sin \delta_1 - U_1 \cos \delta_1 = \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (tg \alpha_n \sin \delta_1 - \sin \beta_m \cos \delta_1), \quad (1.110)$$

deci termenul al doilea din relațiile (1.108) și (1.109) își schimbă semnul.

Între forțele care acționează asupra pinionului și cele care acționează asupra roții, cu condiția neglijării pierderilor (se consideră randamentul $\eta = 1$), există relațiile (v. și fig.1.48):

$$|F_{t2}| = |F_{t1}|; |F_{r2}| = |F_{a1}|; |F_{a2}| = |F_{r1}|. \quad (1.111)$$

Observație. Sensul înclinării dinților, coroborat cu sensul de rotație a roții, influențează decisiv valorile forțelor radiale și axiale. Din rațiuni constructive, se recomandă ca sensul de înclinare al dintelui să fie corelat cu sensul de rotație, astfel încât forța axială F_{a1} să fie îndreptată spre baza conului de divizare. Se preferă, deci, situația de funcționare prezentată în fig.1.49.

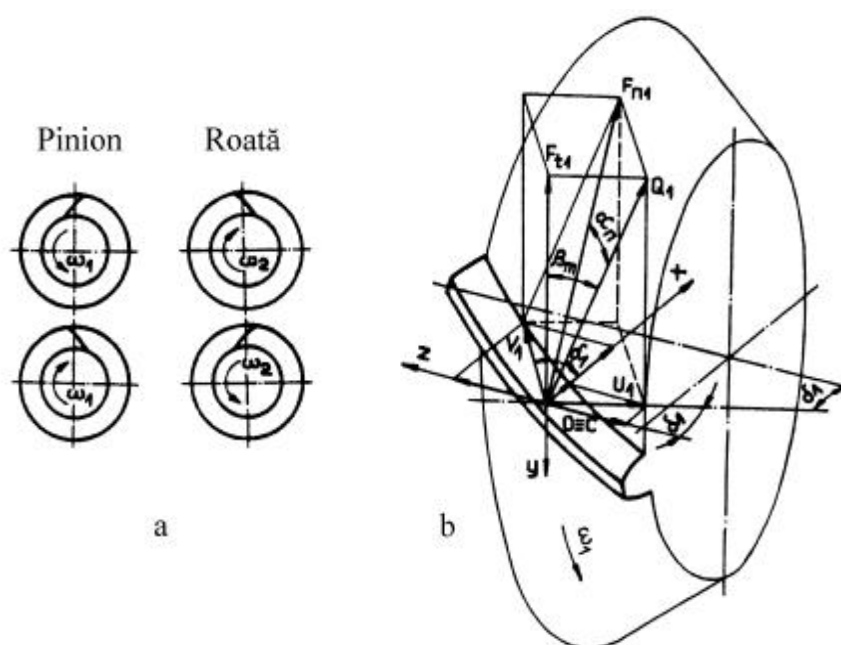


Fig.1.50

În fig.1.51 se prezintă modul de determinare a sensului tuturor forțelor pentru un reductor conico-cilindric.

Schemă pentru stabilirea sensului forțelor

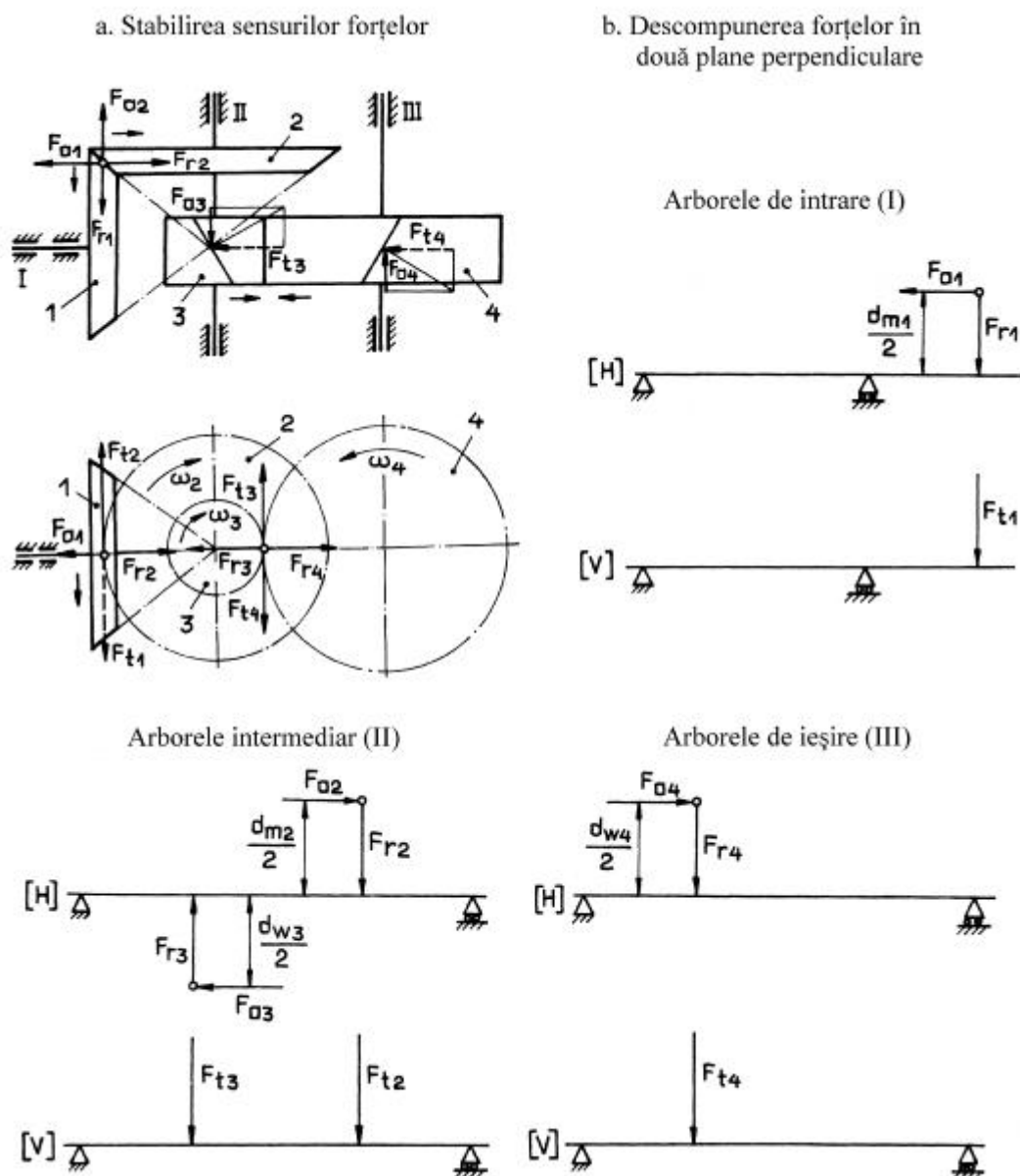


Fig.1.51

1.10.7. Procedee de danturare

1.10.7.1. Angrenaje conice cu dantură dreaptă și înclinată

Procedeul de danturare a roților acestor angrenaje este cel prin mortezare. S-a arătat în subcap. 1.10.1 că trecerea geometriei din plan (caracteristică angrenajelor cilindrice) pe sferă conduce la apariția unor particularități geometrice ale angrenajelor conice. Astfel, cremaliera de referință devine roată plană de referință, la care linia flancului dintelui este o dreaptă concurentă în punctul O

cu axa roții plane (v. fig. 1.40, a), dar cu suprafața flancurilor dinților curbe, deoarece dreapta de angrenare din plan devine cerc (diametral) de angrenare. Roata plană generatoare (de generare) reprezintă negativul roții plane de referință, deci și dinții acesteia vor avea flancurile curbe. Pentru simplificarea tehnologiei de fabricație a roților dințate conice, flancurile dinților roților plane se realizează plane (drepte) (fig. 1.52), chiar dacă, în urma prelucrării roților, nu se vor obține profile evolventice ci doar aproximări ale acestora (roți conice octoidale – v. fig. 1.39).

Așa se explică faptul că cuțitele de danturat au muchii de așchiere (tășuri) rectilinii. În timpul generării danturii (mișcarea de așchiere pentru cele două cuțite C_1 și C_2 este prezentată în fig. 1.52), muchiile de așchiere descriu flancurile rectilinii ale dinților roții plane generatoare. Profilul dintelui roții semifabricat rezultă în urma angrenării acesteia cu roata plană generatoare (imaginară).

Roțile conice cu dantură înclinată, la care linia flancului este o dreaptă înclinată, tangentă la un cerc de rază r a roții plane (v. fig. 1.40, b), se execută în mod asemănător, pe aceleași mașini de danturat, însă cu productivitate mult micșorată, fapt pentru care, de regulă, această dantură se evită (fiind acceptată doar la roți de dimensiuni mari), fiind preferate danturile conice curbe, care se execută pe mașini specializate de mare productivitate. Muchiile de așchiere descriu, și în acest caz, liniile flancurilor rectilinii (înclinate) ale roții plane generatoare.

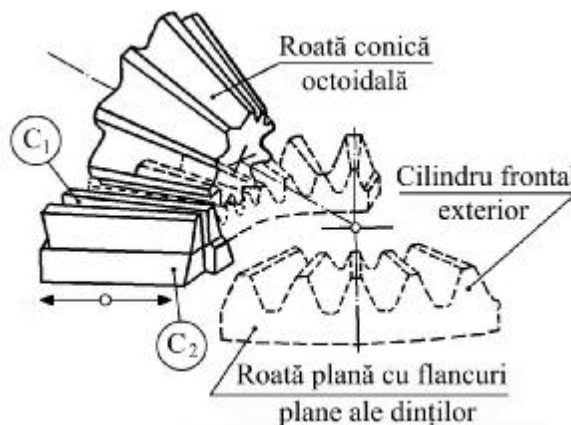


Fig.1.52

1.10.7.2 Angrenaje conice cu dantură curbă

Roți conice cu dantură în arc de cerc. La dantura conică în arc de cerc, cunoscută sub denumirea de dantură GLEASON, linia flancului dintelui este un arc de cerc (v. roata plană de referință din fig.1.40, c). Dantura *Gleason* se execută cu un cap port-cuțite la care cuțitele de

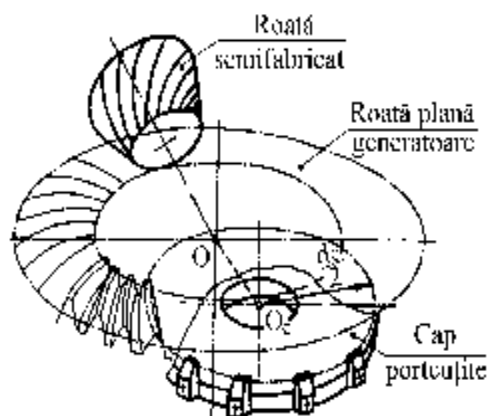


Fig.1.53

danturat au muchii de așchiere (tășurile) rectilinii și sunt dispuse circular. În timpul generării danturii, prin mișcările capului port-cuțite, muchiile de așchiere descriu flancurile circulare ale dintelui roții plane generatoare (fig.1.53). Pentru a prelucra, pe rând, golurile dintre dinți, centrul O_c al capului port-cuțite, având cuțitele dispuse pe un cerc mediu de diametru d_c , se deplasează pe un cerc de diametru d_e (v. fig.1.40, c).

Procedeele de prelucrare a danturilor în arc de cerc sunt diverse: unilateral; bilateral dublu; bilateral simplu sau FORMATE; UNITOOL.

Principalele faze ce caracterizează danturarea, la majoritatea acestor procedee, sunt: înaintarea piesei pentru aşchiere; frezarea cu rostogolire scurtă; retragerea piesei; rostogolirea piesei în sens invers şi divizarea necesară prelucrării unui gol dintre dinţi; revenirea piesei în poziţie de strângere, după frezarea tuturor golurilor. În timpul rostogolirii – în ambele sensuri – roata semifabricat se roteşte în jurul axei proprii, iar capul port-cuţite în jurul axei roţii plane. În acest fel, flancurile rectilinii ale cuţitelor generează – prin înfăşurare – profilul evolventic al flancurilor dinţilor roţii semifabricat.

Există diverse variante de execuţie a danturilor conice în arc de cerc, cu dinţi de înălţime descrescătoare sau dinţi cu înălţime constantă.

În angrenare, contactul între flancurile dinţilor roţilor este, teoretic, punctiform, iar practic o zonă de contact. Poziţia acesteia este definită de bombarea pe lungime a dinţilor, care se obţin utilizând, pentru prelucrarea flancurilor concave şi a celor convexe ale dinţilor, capete port-cuţite cu raze diferite.

Se precizează faptul că majoritatea maşinilor de danturat prelucrează dinţi cu înălţimea variabilă.

Prin alegerea convenabilă a diametrului de dispunere a centrului capului port-cuţite, se poate obţine o dantură în arc de cerc la care unghiul $\beta_m = 0$, numită dantură zerol (v. fig.140, d) şi care se caracterizează prin forţe axiale mai mici.

Roţi conice cu dantură eloidă. La dantura eloidă, linia flancului dintelui roţii plane este o epicicloidă alungită (v. fig.1.40, e), iar înălţimea dinţilor este constantă. Roţile angrenajului conic cu dantură eloidă pot fi executate prin următoarele procedee: *Oerlikon-Spiromatic*; *Klingelnberg* – pentru dantură ciclopaloidă; *Fiat-Mammano*.

Procedeul *Oerlikon-Spiromatic* este cel mai frecvent utilizat şi se caracterizează prin utilizarea unor capete port-cuţite la care cuţitele sunt fixate în grupe, pe spirale diferite. În timpul danturării, capul port-cuţite se rostogoleşte, fără alunecare, cu cercul fictiv de rulare, pe un cerc de bază al roţii plane (fig.1.54, a). Fiecare grupă de cuţite, alcătuită din două sau mai multe cuţite, descrie – la

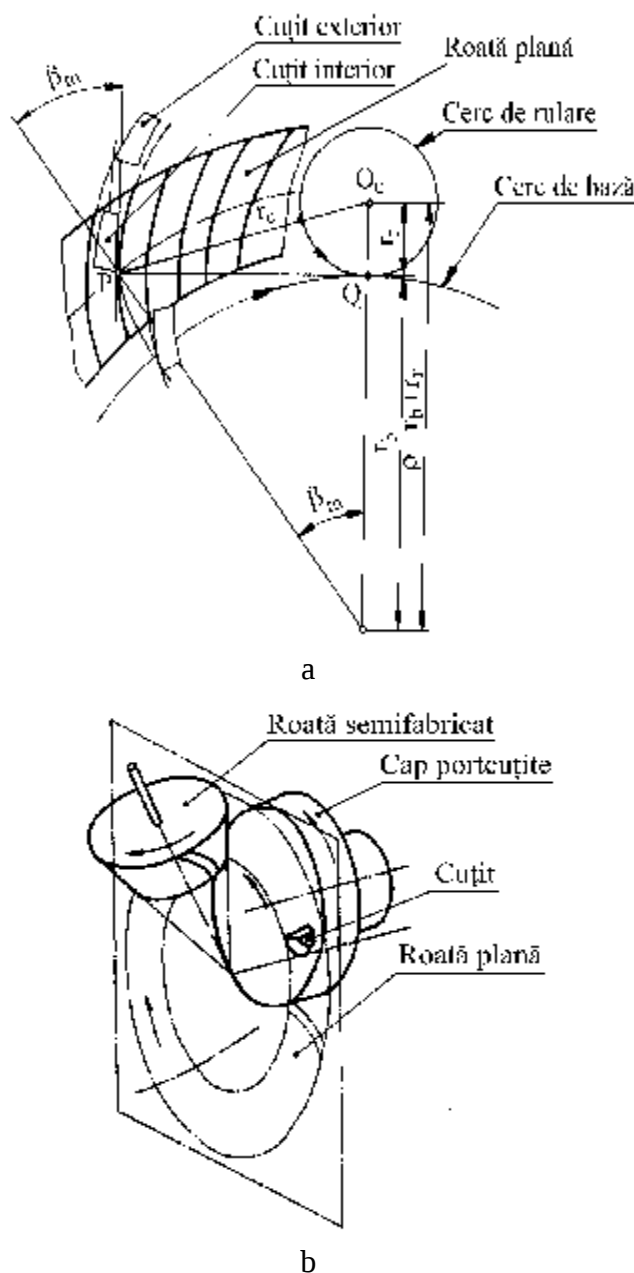


Fig.1.54

fiecare rotație – un alt gol dintre dinții roții plane. Grupe succesive de cuțite descriu goluri succesive ale roții plane.

Mișcările cuțitelor sunt sugestiv prezentate în fig.1.40, e și fig.1.54, unde sunt prezentate grupe de cuțite pentru realizarea flancurilor concave și convexe ale dinților.

În timpul danturării, capul port-cuțite și roata semifabricat au mișcări de rotație uniformă. Tăișurile rectilinii ale cuțitelor materializează, în timpul danturării, flancurile dinților roții plane generatoare (virtuale), care angrenează cu roata semifabricat. Avansul necesar danturării se obține prin mișcarea de rotație înceată a axei capului port-cuțite în jurul axei roții plane generatoare (fig.1.54, b).

Pentru danturare, pot fi utilizate mai multe tipuri de scule normalizate, care se deosebesc prin numărul de cuțite utilizate în grupele ce generează golurile dintre dinți. Se folosesc grupe de câte trei cuțite (tip *TC*), care se recomandă pentru executarea danturilor conice eloide cu contact local pronunțat (cu pată de contact mică) și grupe de câte două cuțite (tip *NC*), pentru execuția danturilor conice eloide cu localizare redusă a contactului (cu pată de contact mărită). Se precizează faptul că la danturarea roților unui angrenaj se folosește același cap port-cuțite pentru execuția pinionului și a roții conice.

Roți conice cu dantură paloidă. Dantura paloidă se execută pe mașini de danturat *Klingelnberg*, cu freze melc conice (fig.1.55), printr-un procedeu de danturare asemănător prelucrării cu freze melc cilindrice a roților dințate cilindrice. La dantura paloidă, linia flancului dintelui roții plane este o evolventă alungită sau scurtată, în funcție de sensurile de înclinare ale dinților sculei și roții prelucrate. Arcele evolventice ale flancurilor dinților roții plane fiind descrise de puncte echidistante situate în planul dreptei Δ (v. fig.1.40, f), dreaptă care se rostogolește fără alunecare pe cercul de bază având raza ρ_b , pasul normal și modulul normal – ale danturii paloide – sunt constante de-a lungul dinților, iar înălțimea dinților este, de asemenea, constantă.

Din fig.1.55, a, în care este prezentată poziția frezei față de roata plană, rezultă că o roată poate fi danturată pe toată lățimea numai dacă lungimea frezei $L_S = \overline{BE}$ este mai mare decât lățimea de prelucrat $\overline{CD}$. Generatoarea $\overline{AE}$ a frezei este tangentă la cercul de rază $(\rho_b - m_n)$, din planul de rostogolire al roții plane, iar vârful conului său de divizare A se află pe acest cerc; ρ_b reprezintă raza cercului de bază al evolventelor roții plane (v. fig.1.40, f).

Pentru a fi asigurată danturarea pe toată lățimea roților, dantura paloidă se execută cu lățimi mai mici, comparativ cu alte tipuri de danturi conice. Firma *Klingelnberg* recomandă, în funcție de intensitatea solicitărilor angrenajului, ca lățimea roților să aibă valoarea $b = R_{oe}/3 \dots R_{oe}/5$. Ca urmare, și coeficienții de lățime Ψ_R și Ψ_{Rm} vor avea valori mai mici, comparativ cu alte tipuri de danturi conice.

La aceste danturi se pot realiza deplasări variabile de profil de-a lungul dinților, pentru aceasta fiind necesar ca vârfurile conurilor generatoare ale roților angrenajului să nu coincidă cu vârful comun al conurilor de rostogolire. Se realizează un unghi mic al conului generator al pinionului și se efectuează deplasări de profil pozitive, variabile liniar, cu valori maxime la interiorul danturii. În acest fel, pe lângă îmbunătățirea condițiilor de angrenare, se elimină pericolul subțierii. La roată, mărirea unghiului conului generator determină deplasări de profil negative, compensatoare.

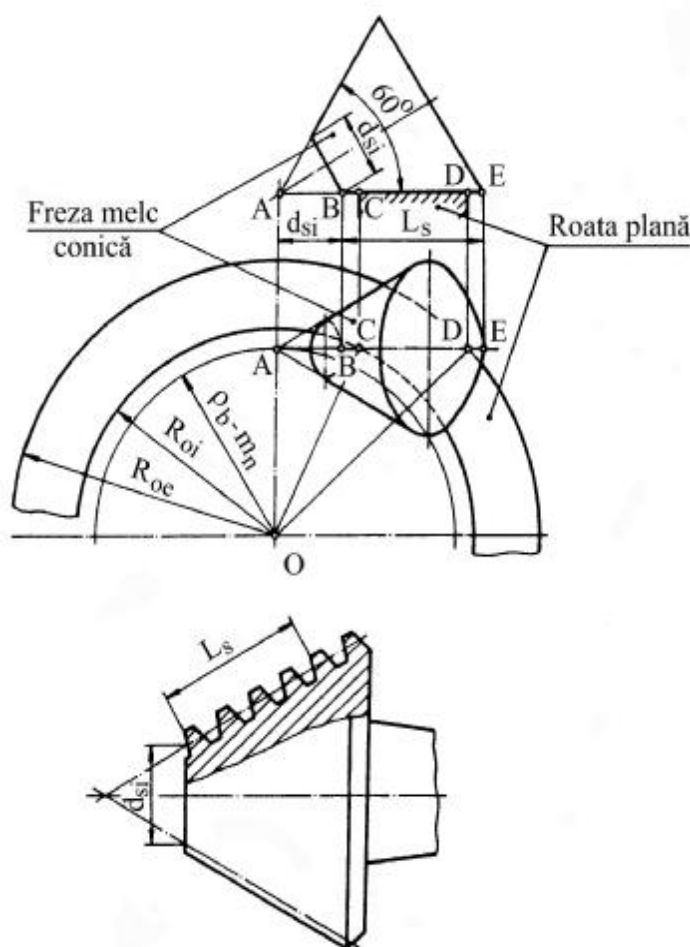


Fig.1.55

Precizări privind elementele geometrice ale angrenajelor conice ortogonale cu dantură curbă. La angrenajele conice cu dantură curbă, se recomandă ca numărul de dinți ai pinionului să fie $z_1 = 10 \dots 26$, pentru materiale cu duritatea mai mică de 350 HB și $z_1 = 6 \dots 17$, pentru materiale cu duritatea mai mare de 350 HB. Dacă nu există criterii speciale prin care acest număr de dinți să fie impus, se dă preferință numărului minim de dinți la care nu apare subțaierea. Acest număr de dinți este cu atât mai mic cu cât unghiurile β_m și α_{nm} au valori mai mari.

Documentația tehnică a mașinilor de danturat oferă recomandări pentru alegerea coeficienților deplasărilor de profil, care asigură angrenajelor uzuri reduse pe flancuri și rezistențe aproximativ egale la baza dinților pinionului și roții. Valorile coeficienților deplasărilor de profil țin seama de faptul că angrenajele conice sunt angrenaje zero-deplasate ($x_2 = -x_1$). Deplasările tangențiale

de profil pot fi realizate doar la angrenajele conice cu dantură în arc de cerc.

Unghiul de înclinare de divizare median al danturii poate lua valori între 20° și 45° , uzuală fiind valoarea $\beta_m = 35^\circ$, pentru dantura în arc de cerc și cea eloidă și $\beta_m = 40^\circ$, pentru dantura paloidă. Cu cât acest unghi are o valoare mai mare, gradul de acoperire suplimentar crește.

Principalele elemente geometrice ale roților conice cu dantură curbă au valori condiționate atât de procedeul de danturare cât și de parametrii sculelor normalizate de tăiere a danturii. Ca urmare, modulii acestor danturi nu pot avea valori standardizate.

1.11. ANGRENAJE CU AXE ÎNCRUCIȘATE

Angrenajele cu axe încrucișate reprezintă, de fapt, angrenajele cu cel mai mare grad de generalitate. Prin particularizarea acestora, deci impunând anumite condiții geometrice, se obțin angrenajele uzual folosite, cilindrice cu axe paralele, melcate și conice cu axe concurente sau cu axe încrucișate – hipoide.

Angrenajele cu axe încrucișate se caracterizează prin faptul că axele roților cilindrice cu dinți

înclinați, plasate în două plane paralele, formează un unghi Σ definit prin relația $\Sigma = \beta_1 + \beta_2$, unde β_1 și β_2 sunt unghiurile de înclinare ale dinților 1, respectiv 2.

În situația în care $\beta_1 = -\beta_2$, deci cele două roți dințate au unghiurile de înclinare ale dinților egale în modul, dar opuse ca direcție (una înclinată dreapta, cealaltă stânga), deci $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 0$, se obțin angrenajele cilindrice cu dantură înclinată cu axe paralele.

Atunci când unghiul de înclinare β_1 al dinților unei roți cu dantură înclinată are o valoare mare și $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$, se obține angrenajul melcat (v. subcap. 1.11.3).

Dacă se acceptă premiza că angrenajul conic se obține dintr-un angrenaj cilindric cu axe paralele, la care axele se întâlnesc la infinit, atunci când punctul de intersecție al axelor roților se plasează la o distanță finită (v. subcap.1.10, fig. 1.38), dintr-un angrenaj cilindric cu axe încrucișate se obține un angrenaj conic cu axe încrucișate, cunoscut sub denumirea de angrenaj hipoid.

În fig. 1.56 sunt prezentate angrenajele cu roți cilindrice cu axe paralele (fig. 1.56, a), pentru care $\Sigma = 0$, cele melcate (fig. 1.56,c), pentru care $\Sigma = 90^\circ$ și cazurile particulare ale angrenajului cu axe încrucișate (fig.1.56, b), la care $0 < \Sigma < 90^\circ$. La aceste angrenaje, dacă înclinările dinților celor două roți sunt identice $\Sigma = \beta_1 + \beta_2$, se obține angrenajul din fig. 1.56, b₁, iar dacă sunt diferite $\Sigma = \beta_1 - \beta_2$, se obține angrenajul din fig.1.56, b₂.

1.11.1 Angrenaje cilindrice cu axe încrucișate

Aceste angrenaje sunt realizate din două roți cu dantură înclinată, cu direcția înclinării dinților identică, fapt pentru care se obține unghiul dintre axe $0 < \Sigma < 90^\circ$. Geometria fiecărei roți, în parte, este cea a unei roți cu dantură înclinată, prezentată în subcap. 1.6. Trebuie însă să se precizeze faptul că unghiurile de înclinare ale dinților sunt diferite $\beta_1 \neq \beta_2$, fapt ce conduce la necesitatea stabilirii elementelor geometrice ale fiecărei roți în parte, avându-se în vedere această particularitate. Astfel, pentru un modul normal m_n , același pentru cele două roți, modulele frontale sunt diferite:

$$m_{t1} = \frac{m_n}{\cos b_1}; m_{t2} = \frac{m_n}{\cos b_2}, \quad (1.112)$$

la fel ca și unghiurile de angrenare frontale

$$a_1 = \arctg\left(\frac{\tan a_n}{\cos b_1}\right); a_2 = \arctg\left(\frac{\tan a_n}{\cos b_2}\right). \quad (1.113)$$

În aceste condiții, diametrele de divizare a celor două roți vor fi:

$$d_1 = z_1 m_{t1} = \frac{z_1 m_n}{\cos b_1}, d_2 = z_2 m_{t2} = \frac{z_2 m_n}{\cos b_2}, \quad (1.114)$$

iar distanța dintre axe

$$a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos b_1} + \frac{z_2}{\cos b_2} \right). \quad (1.115)$$

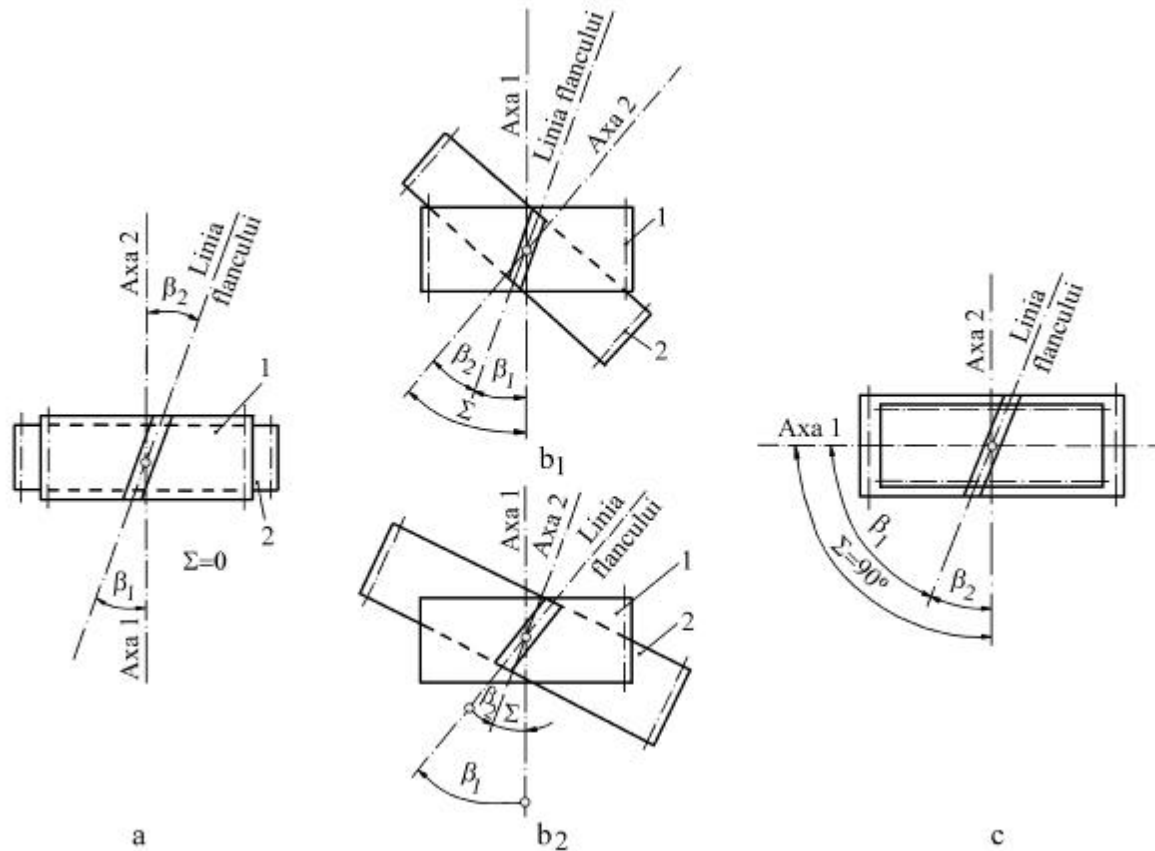


Fig.1.56

Raportul de angrenare al angrenajului, plecând de la relația de definire a acestuia, se va calcula cu relația

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2 \cos \beta_2}{d_1 \cos \beta_1} = \left(\frac{2a}{d_1} - 1 \right) \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}.$$

Și numerele de dinți ai roților echivalente (v. și relația (1.34)) se vor calcula ținând seama de valorile diferite ale unghiurilor de înclinare β_1 și β_2 ale dinților celor două roți ale angrenajului, cu relațiile:

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos \beta_1 \cos^2 \beta_{b1}}, \quad z_{n2} = \frac{z_2}{\cos \beta_2 \cos^2 \beta_{b2}}, \quad (1.116)$$

în care unghiurile β_{b1} și β_{b2} , pentru un unghi de angrenare $\alpha_n = 20^\circ$, standardizat, vor fi stabilite plecând de la relațiile:

$$\sin \beta_{b1} = \sin \beta_1 \cos \alpha_n; \quad \sin \beta_{b2} = \sin \beta_2 \cos \alpha_n. \quad (1.117)$$

Acceptând o angrenare a roților 1 și 2 cu o cremalieră (fig. 1.57, a), și definind linia flancului cremalierii F (fig.1.57, b) la angrenarea acesteia cu roțile 1 și 2, se definesc liniile de contact ale dinților celor două roți cu dinții cremalierii ca fiind B_1 și B_2 (fig.1.57, c). Aceste două linii de contact se intersectează, pentru cele două roți în angrenare, în punctul E (v. fig.1.57, c), care este, de fapt, punctul de contact în care se va stabili tensiunea efectivă de contact.

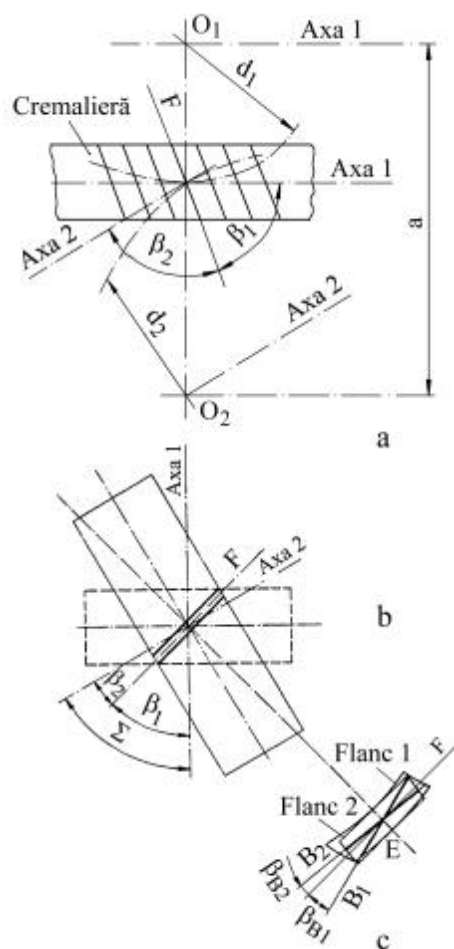


Fig.1.57

Mărimea acestei viteze este foarte importantă în ceea ce privește pierderile prin frecarea de alunecare. Se observă că la angrenajele cu axe paralele, pentru care $\Sigma = 0$, viteza de alunecare este $v_{al} = 0$.

În funcție de raportul de transmitere impus a fi realizat, în tabelul 1.5 sunt date recomandări pentru alegerea numărului de dinți z_1 și z_2 ai roților angrenajului elicoidal. În finalul tabelului, când $z_1 \leq 4$, recomandările sunt atașate angrenajelor melcate.

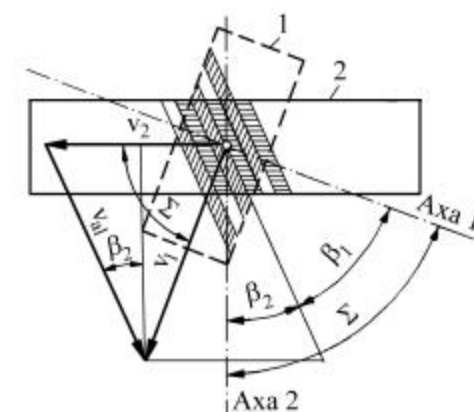


Fig.1.58

Tabelul 1.5

Recomandări pentru alegerea numerelor de dinți ai roților angrenajului elicoidal

$u = z_2/z_1$	1 ... 2	2 ... 3	3 ... 4	4 ... 6	6 ... 10	10 ... 22	22 ... 40	> 40
z_1	20 ... 12	16 ... 10	11 ... 7	8 ... 5	6 ... 3	4 ... 2	2 ... 1	1
z_2	12 ... 28	20 ... 34	21 ... 60, uzual 28 ... 40					i

În situația în care $\Sigma = 0$, deci $\beta_1 = -\beta_2$, liniile B_1 și B_2 coincid și definesc linia de contact (v. subcap. 1.6.1).

Unghiurile de înclinare ale dreptelor B_1 și B_2 , față de linia flancului F al dinților cremalierii, se pot determina cu relațiile:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_{B_1} &= \operatorname{tg} \beta_1 \sin \alpha_n; \\ \operatorname{tg} \beta_{B_2} &= \operatorname{tg} \beta_2 \sin \alpha_n. \end{aligned} \quad (1.118)$$

Se precizează faptul că la deplasări axiale mici ale roților angrenarea nu este influențată negativ, schimbându-se doar poziția, pe flancuri, a punctului de intersecție E a dreptelor B_1 și B_2 .

Deoarece axele roților 1 și 2 ale angrenajului cilindric încrucișat sunt dispuse sub un unghi $\Sigma \neq 0$, vitezele periferice ale celor două roți, în punctul de contact considerat a fi polul angrenării, la jumătatea lățimii roților, au direcții diferite. În această situație, între dinți apare o alunecare, definită prin viteza de alunecare v_{al} (fig.1.58). Relațiile de legătură între viteze sunt

$$v_{al} = \frac{v_1 \sin \Sigma}{\cos \beta_2} = \frac{v_2 \sin \Sigma}{\cos \beta_1}. \quad (1.119)$$

1.11.2 Forțe în angrenajele cilindrice cu axe încrucișate

Dacă sarcina ce încarcă angrenajul este momentul de torsiune la arborele pinionului angrenajului T_1 , forțele ce acționează în punctul de contact, componente ale forței normale F_n , sunt prezentate în fig.1.59 (v. și fig.1.30 – forțe în angrenaje cilindrice cu dantură înclinată).

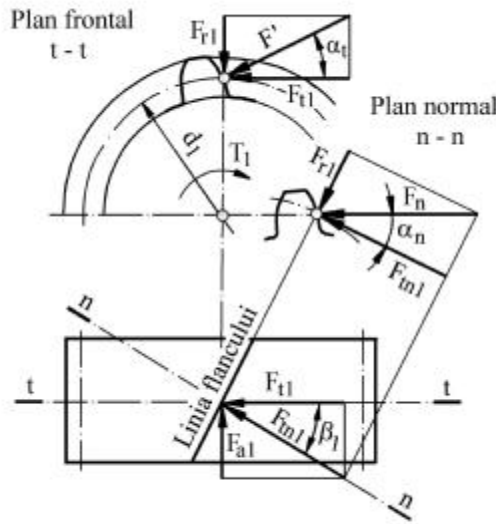


Fig.1.59

angrenajului, având corespondențe în fig. 1.59.

Astfel, apelând la fig.1.59 și fig.1.60, se pot scrie relațiile de legătură pentru forțele atașate pinionului:

$$F_{t1} = \frac{F_n}{\cos \varphi} \cos(\beta_1 - \varphi) = F_n \frac{\cos \alpha_n}{\cos \varphi} \cos(\beta_1 - \varphi); \quad (1.121)$$

$$F_{r1} = F_n \sin \alpha_n = F_{t1} \frac{\sin \alpha_n}{\cos \alpha_n} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_n \frac{\cos \varphi}{\cos(\beta_1 - \varphi)}; \quad (1.122)$$

$$F_{a1} = F_{t1} \frac{\sin(\beta_1 - \varphi)}{\cos \varphi} = F_n \frac{\cos \alpha_n}{\cos \varphi} \sin(\beta_1 - \varphi) = F_{t1} \operatorname{tg}(\beta_1 - \varphi). \quad (1.123)$$

Pentru roata condusă 2, relațiile între componentele forței normale sunt:

$$F_{t2} = F_{t1} \frac{1}{\cos \varphi} \cos(\beta_2 + \varphi) = F_n \frac{\cos \alpha_n}{\cos \varphi} \cos(\beta_2 + \varphi) = F_{t1} \frac{\cos(\beta_2 + \varphi)}{\cos(\beta_1 - \varphi)}; \quad (1.124)$$

$$F_{r2} = F_n \sin \alpha_n = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_n \frac{\cos \varphi}{\cos(\beta_1 - \varphi)}; \quad (1.125)$$

$$F_{a2} = F_{t1} \frac{1}{\cos \varphi} \sin(\beta_2 + \varphi) = F_n \frac{\cos \alpha_n}{\cos \varphi} \sin(\beta_2 + \varphi) = F_{t1} \frac{\sin(\beta_2 + \varphi)}{\cos(\beta_1 - \varphi)}. \quad (1.126)$$

Forța normală F_n , a cărei componente au fost prezentate anterior, se poate determina, în funcție de forțele tangențiale F_{t1} și F_{t2} , stabilite în relațiile (1.121), respectiv (1.124)

$$F_n = F_{t1} \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha_n} \frac{1}{\cos(\beta_1 - \varphi)} = F_{t2} \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha_n} \frac{1}{\cos(\beta_2 + \varphi)}. \quad (1.127)$$

Forța normală F_n intră în relația de stabilire a tensiunii de contact, a cărei valoare trebuie limitată la valori admisibile. Pentru calcule simplificate, când nu se ține seama de frecare, în relațiile (1.121)... (1.127), se consideră $\varphi = 0$.

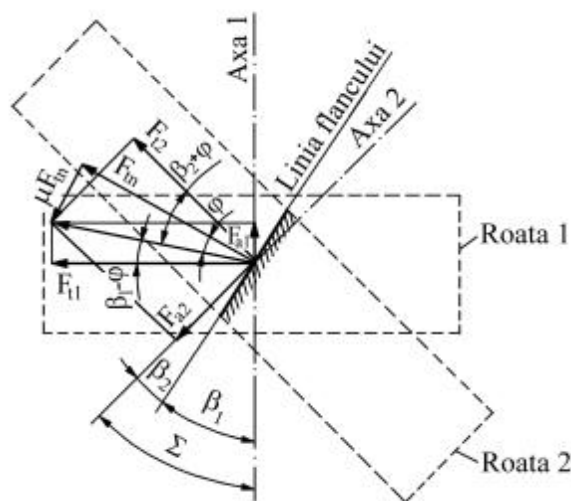


Fig.1.60

1.11.3 Angrenaje melcate

Angrenajele melcate sunt un caz particular al angrenajelor cu axe încrucișate, la care roțile nu mai sunt roți dințate cilindrice clasice (decât roata condusă la angrenajul cilindric încrucișat – fig. 1.61), iar unghiul dintre axele roților angrenajelor $\Sigma = 90^\circ$.

Aceste angrenaje au avantajul realizării unor rapoarte de transmitere mari, chiar într-o singură treaptă $6 < u < 100$, în cazul reductoarelor de turație și până la $u < 1000$, în cazul transmisiilor cinematice, funcționează lin, fără zgomot, realizează autofrânarea – transmiterea se realizează

doar de la roata conducătoare (melc) la roata melcată, în sens invers transmisia se blochează (de aceea se folosesc la mașini de ridicat, completând sau înlocuind acțiunea frânei).

Dintre dezavantajele acestor angrenaje, se pot menționa: randamentul este mai scăzut față de celelalte angrenaje, datorită frecărilor mari ce apar în timpul funcționării; folosirea de materiale antifricțiune (pentru micșorarea frecărilor), deficitare și mai scumpe decât oțelurile folosite la roțile dințate cilindrice și conice; tehnologia de execuție și montaj este mai complicată decât la celelalte tipuri de angrenaje.

1.11.3.1 Particularități geometrice ale angrenajelor melcate

După cum s-a prezentat în subcap. 1.11.1, roțile unui angrenaj cu axe încrucișate sunt roți dințate cu dantură înclinată, sensul înclinării fiind identic, deci $\Sigma \neq 0$. La angrenajele melcate, pentru a se obține un unghi între axe $\Sigma = 90^\circ$, este necesar ca înclinarea dinților unei roți (melcul) să fie foarte mare, iar complementarul să fie atribuit roții melcate.

În funcție de forma melcului și a roții melcate există, practic, următoarele tipuri de angrenaje melcate (fig.1.61):

- **angrenajul cilindric încrucișat** (fig.1.61, a), la care melcul și roata melcată au formă cilindrică; capacitatea portantă a acestui angrenaj este redusă, datorită contactului punctiform dintre dinți;
- **angrenajul melcat cilindric** (fig.1.61, b), la care roata are formă globoidală (cuprinde melcul), iar melcul este cilindric;
- **angrenajul melcat globoidal** (fig.1.61, c), la care atât melcul cât și roata melcată sunt globoidale; aceste angrenaje au cea mai mare capacitate portantă, dar și cele mai mari pierderi prin frecare.

Întrucât angrenajele melcate cilindrice sunt cele mai utilizate, în continuare se va lua în considerare numai acest tip de angrenaj.

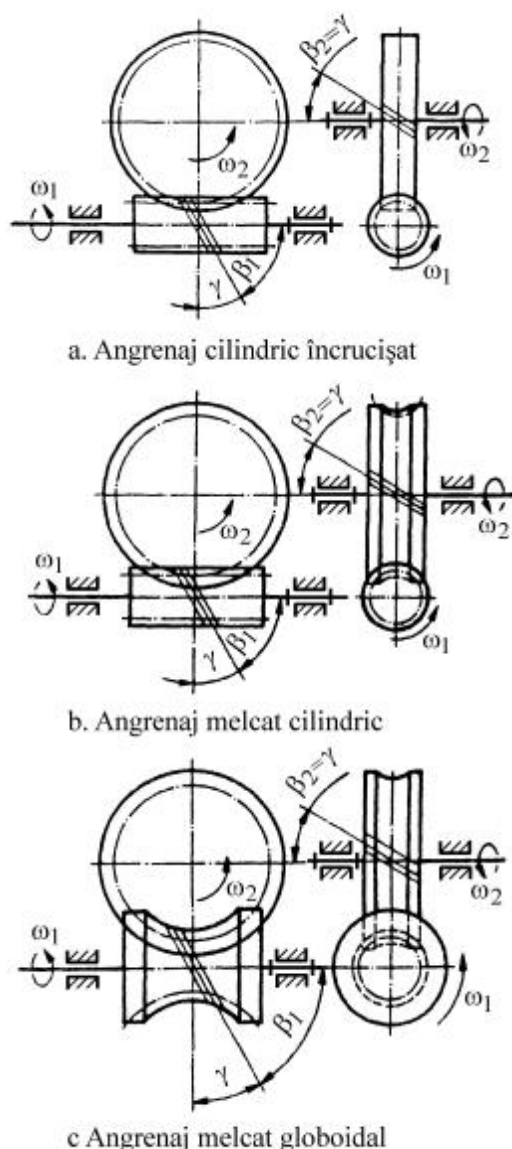


Fig.1.61

Melcul generator are forma și dimensiunile identice cu cele ale melcului de referință, cu excepția diametrului de cap, mărit în scopul obținerii jocului la picior. La danturarea roții melcate, tășurile sculelor de danturat materializează melcul generator. În timpul danturării, roata melcată trebuie adusă în angrenare cu melcul generator în aceleași condiții cinematico-geometrice (raport de angrenare, poziție relativă între axe) ca și cele din angrenajul melcat real. Roata melcată, astfel definită și realizată, este conjugată melcului de referință cu care – fictiv – angrenează fără joc între flancuri.

Datorită formei toroidale a roții melcate, danturile roților angrenajului melcat nu mai pot fi definite de o cremalieră de referință, ca la angrenajele cilindrice, particularitatea principală constând în aceea că melcul este elementul determinant, iar roata melcată este elementul determinat. Aceasta înseamnă că definirea geometriei și realizarea practică a roții melcate se poate efectua, de regulă, numai prin generare directă cu melcul respectiv. Pentru definirea danturilor melcate, standardul introduce noțiunile de: melc de referință, melc de funcționare și melc generator (fig.1.62).

Melcul de referință este melcul fictiv care sevește pentru definirea geometrică a melcului și a roții melcate. Sunt standardizate șase tipuri de melci, dintre care cel mai utilizat este melcul arhimedic, care – în secțiune axială – are flancul dintelui rectiliniu.

Melcul de funcționare este cel care formează, împreună cu roata melcată, angrenajul melcat și care are forma și dimensiunile identice cu cele ale melcului de referință, cu excepția grosimii dintelui, micșorată în scopul obținerii jocului dintre flancuri. Pentru o angrenare corectă, melcul de funcționare trebuie adus în angrenare cu roata melcată la o distanță dintre axe identică cu aceea folosită în timpul danturării roții melcate.

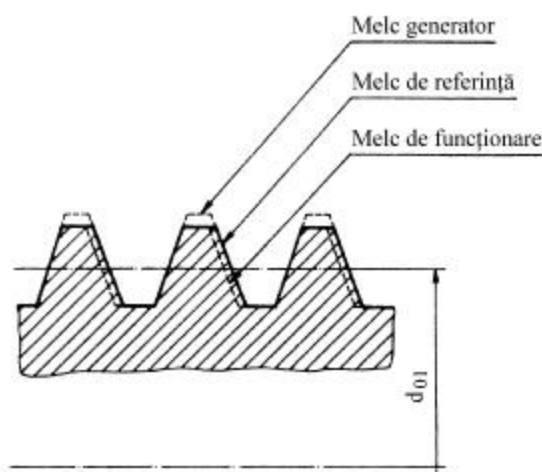


Fig.1.62

Datorită faptului că fiecărei roți melcate îi corespunde un melc de funcționare și un melc generator (materializat prin freza melc), se impun măsuri de raționalizare a mărimilor melcilor de referință. La proiectarea unui angrenaj melcat, se va porni de la frezele melc existente, în caz contrar fiind necesare scule (freze melc) nestandardizate.

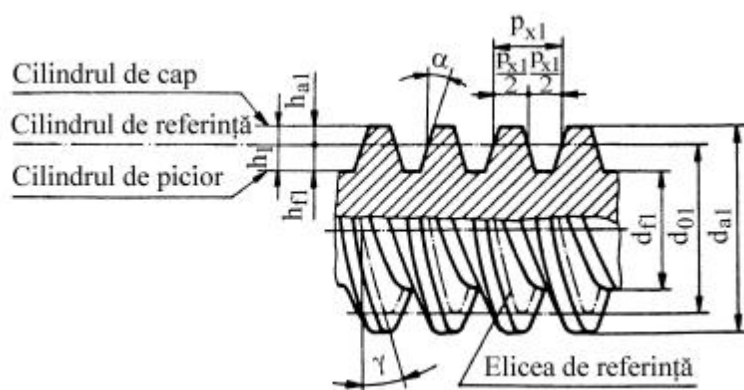


Fig.1.63

Parametrii definitorii ai melcilor de referință standardizați sunt stabiliți pe (sau față de) o suprafață cilindrică, denumită *cilindru de referință* (fig. 1.63); pe acest cilindru, prin convenție, plinurile dinților sunt egale cu golurile dintre dinți.

Având în vedere că atât melcul cât și roata melcată sunt roți dințate cu dantură înclinată, iar angrenajul melcat are axe încrucișate, pe lângă modulul normal m_n și cel frontal m_t ,

apare și modulul axial m_x , între aceștia existând relațiile:

$$m_{x1} = m_{t2}; m_{n1} = m_{n2} = m_n. \quad (1.128)$$

Modulul standardizat este $m_x = m_{x1} = m_{t2}$.

Pentru a stabili legătura între pașii, respectiv modulii danturii în plan normal, frontal și axial, este necesar să se determine unghiul de pantă al elicei de referință a melcului γ . Conform fig.1.64,

$$\gamma = \arctg \frac{p_{x1} z_1}{\pi d_{01}} = \arctg \frac{\pi m_x z_1}{\pi q m_x} = \arctg \frac{z_1}{q}, \quad (1.129)$$

unde: d_{01} este diametrul cilindrului de referință, $d_{01} = q m_x$, q fiind coeficientul diametral al melcului, standardizat, valorile acestuia fiind date în funcție de modulul axial m_x și z_1 – numărul de dinți ai melcului, echivalent numărului de începuturi ale acestuia (v. și tabelul 1.5).

Luând în considerare unghiul de pantă al elicei de referință γ , legătura între pasul axial p_x , pasul normal p_n și pasul frontal p_t , respectiv între modulii m_x , m_n și m_t , devine (v. și fig.1.64):

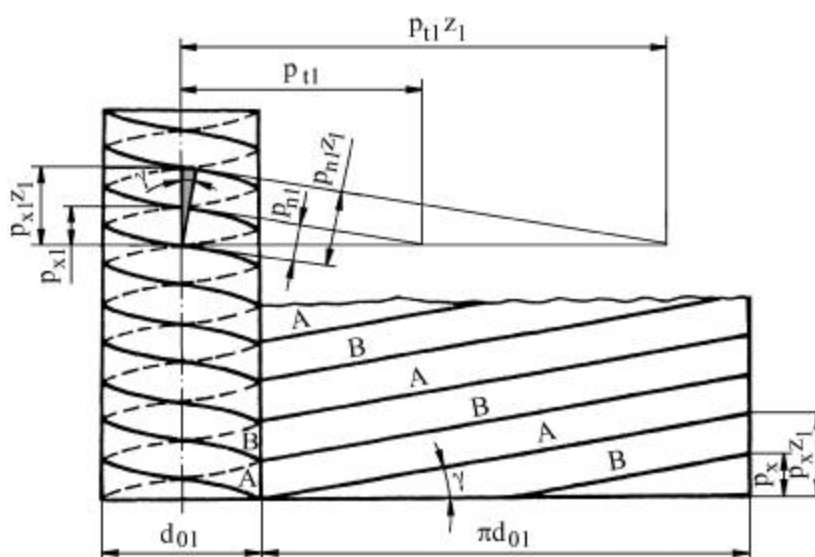


Fig.1.64

$$\begin{aligned} p_{n1} &= p_{x1} \cos g; \quad m_{n1} = m_n = m_x \cos g; \\ p_{t1} &= p_{x1} \operatorname{ctgg}; \quad m_{t1} = m_x \operatorname{ctgg}. \end{aligned} \quad (1.130)$$

La angrenajele melcate, deplasările de profil se efectuează din aceleași considerente ca și la angrenajele cilindrice. Se realizează deplasări de profil numai la roata melcată, melcul păstrându-și și într-un angrenaj melcat deplasat aceleași dimensiuni ca într-un angrenaj nedeplasat (deoarece melcul are forma și dimensiunile identice cu cele ale melcului generator – cu excepția grosimii și a diametrului de cap). Din acest motiv, angrenajele melcate se realizează numai ca angrenaje zero sau deplasate (calculul geometric – în secțiune frontală mediană – al roții melcate se efectuează prin analogie cu calculul geometric al roții dintr-un angrenaj roată-cremalieră).

Cel mai frecvent, deplasările de profil au ca scop obținerea unei distanțe dintre axe impusă; se mai pot realiza deplasări de profil și în scopul îmbunătățirii condițiilor de funcționare. Valorile deplasărilor de profil trebuie astfel alese încât să se evite subțierea sau ascuțirea dinților roții melcate.

1.11.3.2. Particularități geometrice ale roților angrenajului melcat

Melcul, ca roată conducătoare într-un angrenaj melcat, prezintă particularități geometrice față de roțile dințate cu dantură înclinată clasice, prin modul de generare a danturii.

În fig.1.65, se observă că prin mărirea unghiului de înclinare al dintelui unei roți cu dantură înclinată (de la $\beta_1' \rightarrow \beta_1'' \rightarrow \beta_1''' \rightarrow \beta_1^{IV} \rightarrow \beta_{\text{melc}} = \beta_1$), se ajunge la situația în care, pentru un anumit diametru d , dintele să înfășoare cilindrul definit de acest diametru. În acest mod se generează roata

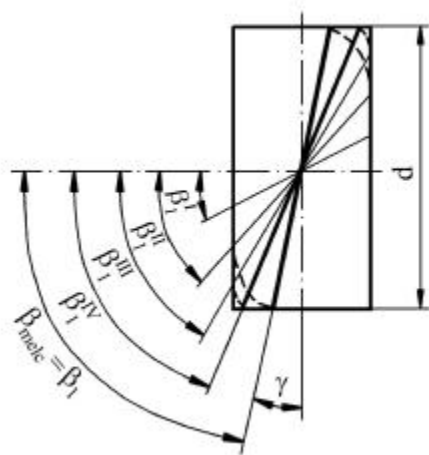


Fig.1.65

conducătoare a angrenajului melcat – *melcul*. Practic, melcul este un filet trapezoidal, cu unghiul de înclinare al spirei γ , având unul sau mai multe începuturi.

Pentru angrenajul melcat, numărul de începuturi ale filetului reprezintă numărul de dinți ai roții conducătoare ($z_1 = 1$, respectiv $z_1 = 2 \dots 5$). În aceste condiții, melcul (ca roată conducătoare) nu va mai putea fi definit geometric ca o roată dințată clasică, deoarece diametrul de divizare nu mai poate fi determinat cu relația $d_1 = m_t z_1$, ci este necesar a se nominaliza o altă relație de calcul pentru acest diametru. Astfel, se apelează la coeficientul diametral

al melcului q , funcție de care, apelându-se și la modul, se poate determina diametrul de referință al melcului (v. și fig.1.63)

$$d_{01} = q m_x, \quad (1.131)$$

m_x fiind modulul axial (specific doar angrenajelor melcate v. și fig.1.64).

Pentru a se obține angrenajul melcat, la care $\Sigma = 90^\circ$, dinții roții melcate vor avea înclinarea $\beta_2 = \gamma$ (v. și fig. 1.65).

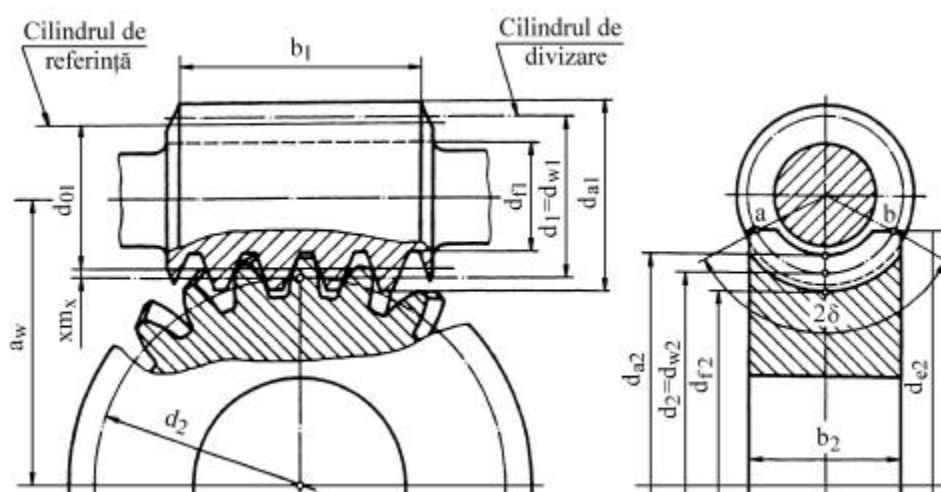


Fig.1.66

Elementele geometrice ale roții melcate se stabilesc într-o secțiune frontală mediană. Dacă se secționează roata melcată cu plane frontale, spre marginea roții se obțin roți dințate la care diametrele de divizare (rostogolire) sunt mai mari decât cele obținute în secțiune mediană. De fapt, acestea sunt roți deplasate pozitiv față de roata din secțiune mediană. Caracteristic acestor roți deplasate pozitiv este faptul că grosimea dintelui pe cercul de cap se micșorează față de roata zero. De aceea este foarte importantă valoarea unghiului 2δ (fig. 1.66), de mărimea căruia depinde grosimea dintelui roții pe cercul de cap, în zona marginală a roții. Deci grosimea dintelui pe cercul de cap S_a (v. tabelul 1.1) scade din secțiunea mediană spre marginile roții. Pentru realizarea unei roți melcate corespunzătoare funcțional, este necesar ca grosimea dintelui să respecte condițiile impuse (v. subcap. 1.4) mării acestui element geometric în zona marginală a roții melcate.

Principalele elemente geometrice ale melcului, roții melcate – corespunzătoare secțiunii frontale mediane – și angrenajului melcat sunt prezentate în fig.1.66, relațiile de calcul și recomandările privind alegerea unora dintre aceste elemente fiind date în tabelul 1.6.

Tabelul 1.6

Elemente geometrice ale roților și angrenajului melcat

Nr. crt.	Denumirea elementului geometric	Simbol și unitatea de măsură	Relații de calcul. Recomandări
0	1	2	3
1	Elementele melcului de referință, în secțiune axială	α , grade h_a^* ; c^*	$\alpha = 20^\circ$; $h_a^* = 1$; $c^* = 0,25$
2	Numărul de începuturi ale melcului și numărul de dinți ai roții melcate	z_1 z_2	z_1 se alege în funcție de raportul de angrenare u (v. și tabelul 1.5) $z_2 = z_1 u$
3	Coeficientul diametral al melcului	q	Se alege din standarde

Tabelul 1.6 (continuare)

0	1	2	3
4	Unghiul de pantă al elicei de referință	γ , grade	$\gamma = \arctg \frac{z_1}{q}$
5	Distanța dintre axe	a_w , mm	Rezultă din calculul de rezistență la solicitarea de contact
6	Modulul axial	m_x , mm	$m_x = 2a_w / (q + z_2)$ Se rotunjește la cea mai apropiată valoare standardizată
7	Coeficientul deplasării de profil al roții melcate	x	$x = \frac{a_w}{m_x} - \frac{q + z_2}{2}$ $x \in (-0,5; 1)$ Dacă nu se încadrează în domeniul recomandat, se modifică z_2 și se recalculează u
8	Diametrul de referință al melcului	d_{01} , mm	$d_{01} = qm_x$
9	Diametrele cercurilor de divizare	$d_1; d_2$, mm	$d_1 = m_x(q + 2x)$ $d_2 = m_x z_2$
10	Diametrele cercurilor de cap	$d_{a1}; d_{a2}$, mm	$d_{a1} = m_x(q + 2h_a^*)$ $d_{a2} = m_x(z_2 + 2h_a^* + 2x)$
11	Diametrele cercurilor de picior	$d_{f1}; d_{f2}$, mm	$d_{f1} = m_x(q - 2h_a^* - 2c^*)$ $d_{f2} = m_x(z_2 - 2h_a^* - 2c^* + 2x)$
12	Diametrul exterior al roții melcate	d_{e2} , mm	Se alege în funcție de numărul de începuturi z_1 ale melcului
13	Lățimea roții melcate	b_2 , mm	$b_2 = 0,75d_{a1}$
14	Lungimea melcului	b_1 , mm	Se alege în funcție de numărul de începuturi z_1 ale melcului și de coeficientul deplasării de profil x
15	Gradul de acoperire al angrenajului	ε_α	$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a2}^2 - d_2^2 \cos^2 \alpha} - d_2 \sin \alpha + \frac{2m_x h_a^*}{\sin \alpha}}{2\pi m_x \cos \alpha}$
16	Elemente de control, abateri și toleranțe tehnologice	-	Conform standardelor

Angrenajele melcate sunt caracterizate și de existența unor alunecări relative mari între dinți, ca urmare a direcției diferite a vitezelor periferice ale melcului v_1 și roții melcate v_2 , în punctul de contact (fig.1.67).

Examinând mișcarea dintre cele două flancuri în contact, valoarea vitezei relative v_{12} se determină cu relația

$$v_{12} = v_1 / \cos \gamma, \quad (1.132)$$

în care viteza periferică a melcului este

$$v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000} \text{ [m/s]}. \quad (1.133)$$

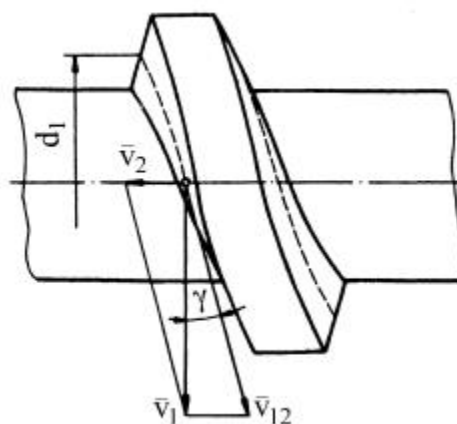


Fig.1.67

1.11.3.3. Calculul de rezistență al angrenajelor melcate cilindrice

Calculul de rezistență al angrenajelor melcate se efectuează prin analogie cu cel al angrenajelor cilindrice cu dantură înclinată, luând în considerare particularitățile geometrico-cinematice ale acestor angrenaje.

Calculul la solicitarea de contact. Valorile tensiunilor maxime de contact dintre dinții melcului și ai roții melcate se calculează pe baza relațiilor lui *Hertz* (1.2), apelând la aceleași ipoteze simplificatoare ca și în cazul angrenajului cilindric cu dantură înclinată și ținând seama de particularitățile acestui angrenaj.

Pentru stabilirea relațiilor de verificare sau de dimensionare a angrenajelor melcate cilindrice la contact, este necesară particularizarea, pentru acest tip de angrenaj, a mărimilor din relația (1.2).

Forța normală corectată F_{nc} , care încarcă dinții angrenajului, se exprimă prin analogie cu cea de la angrenajele cilindrice cu dantură înclinată (v. și relația (1.52), unde $\beta_2 = \gamma$)

$$F_{nc} = \frac{F_{t2}}{\cos \gamma \cos \alpha_n} K_A K_V K_{H\beta} = \frac{F_{t2}}{\cos \gamma_b \cos \alpha_t} K_A K_V K_{H\beta}, \quad (1.134)$$

factorii de corecție având aceleași semnificații cu cele prezentate la calculul angrenajelor cilindrice (factorul $K_{H\alpha}$ se consideră egal cu unitatea).

Curbura redusă $1/\rho$ este determinată numai de mărimea razei de curbură a flancului dintelui

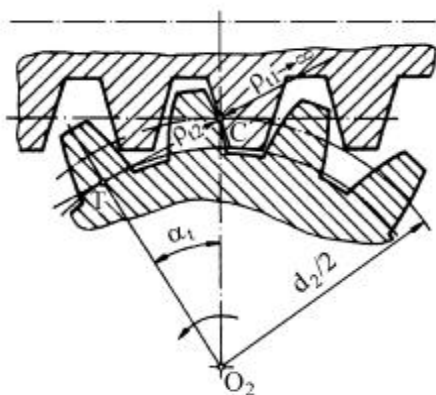


Fig.1.68

roții melcate, flancul dintelui melcului, în secțiune axială – în cazul melcului arhimedic, frecvent utilizat în tehnică – fiind rectiliniu (fig.1.68), are raza de curbură ρ_{t1} infinită. Raza de curbură a flancului dintelui roții melcate, în plan frontal (v. fig.1.68) este

$$\rho_{t2} = \frac{d_2}{2} \sin \alpha_t,$$

iar în plan normal, ținând seama de înclinarea dintelui pe cilindrul de bază cu unghiul γ_b , este (v. și relația 1.27)

$$\rho_{n2} = \frac{\rho_{t2}}{\cos \gamma_b} = \frac{d_2}{2} \sin \alpha_t \frac{1}{\cos \gamma_b},$$

rezultând curbura redusă

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_{n2}} = \frac{2 \cos \gamma_b}{d_2 \sin \alpha_t}. \quad (1.135)$$

Lungimea liniilor de contact l_k , dinte dinții melcului și ai roții melcate, ținând seama că roata melcată are dinți înclinați și că aceasta cuprinde melcul sub un unghi 2δ (v. fig.1.66), se calculează cu relația

$$l_k = \frac{ab}{\cos \gamma_b} 0,75 \epsilon_\alpha, \quad (1.136)$$

în care coeficientul 0,75 ia în considerare efectul impreciziilor de execuție asupra lungimii totale a liniilor de contact dintre dinți. Relația (1.136) poate fi pusă și sub forma

$$l_k = \frac{\pi d_1}{\cos \gamma_b} \frac{2\delta}{360^\circ} 0,75 \epsilon_\alpha,$$

iar pentru valori uzuale ale unghiului la centru sub care melcul este cuprins de roată ($2\delta = 100^\circ$) și ale gradului de acoperire ($\epsilon_\alpha = 1,8 \dots 2,1$), devine

$$l_k \approx 1,2 \frac{d_1}{\cos \gamma_b}. \quad (1.137)$$

Înlocuind relațiile (1.134), (1.135) și (1.137) în relația lui *Hertz* (1.2), rezultă

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_{t2}}{\cos \gamma_b \cos \alpha_t} K_A K_V K_{H\beta} \frac{\cos \gamma_b}{1,2 d_1} \frac{2 \cos \gamma_b}{d_2 \sin \alpha_t}}, \quad (1.138)$$

iar dacă se notează

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \gamma_b}{\sin \alpha_t \cos \alpha_t}} - \text{factorul zonei de contact, rezultă}$$

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{F_{t2}}{1,2 d_1 d_2} K_A K_V K_{H\beta}}. \quad (1.139)$$

Având în vedere că

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}; \quad d_1 = m_x (q + 2x) = \frac{2a_w}{q + z_2 + 2x} (q + 2x); \quad (1.140)$$

$$d_2 = m_x z_2 = \frac{2a_w}{q + z_2 + 2x} z_2,$$

unde x este coeficientul deplasării radiale de profil ($x = x_2$), rezultă relația de verificare a angrenajului melcat la solicitarea de contact

$$\sigma_H = 0,45 Z_E Z_H \sqrt{T_2 \left(\frac{1 + \frac{q + 2x}{z_2}}{a_w} \right)^3 \frac{z_2}{q + 2x} K_A K_V K_{H\beta}} \leq \sigma_{HP2}. \quad (1.141)$$

Prin explicitarea lui a_w din relația de verificare, se obține relația de dimensionare a angrenajului melcat

$$a_w = 0,6 \left(1 + \frac{q + 2x}{z_2} \right) \sqrt{T_2 \left(\frac{Z_E Z_H}{\sigma_{HP2}} \right)^2 \frac{z_2}{q + 2x} K_A K_V K_{H\beta}}, \quad (1.142)$$

care, pentru $x=0$, devine

$$a_w = 0,6 \left(1 + \frac{q}{z_2} \right) \sqrt{T_2 \left(\frac{Z_E Z_H}{\sigma_{HP2}} \right)^2 \frac{z_2}{q} K_A K_V K_{H\beta}}. \quad (1.143)$$

Calculul la solicitarea de încovoiere. Calculul tensiunii maxime de încovoiere se efectuează pentru dintele roții melcate, materialul acestuia având proprietăți mecanice inferioare celui utilizat la realizarea melcului.

Pornind de la relația (1.22), stabilită pentru roțile cilindrice cu dantură dreaptă, și adaptând-o pentru roțile cilindrice cu dantură înclinată, se obține

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{\epsilon} Y_{\beta} Y_{Fa} Y_{Sa} \leq \sigma_{FP}, \quad (1.144)$$

în care: m_n reprezintă modulul normal al danturii (m_n îl înlocuiește pe m în relația (1.22), întrucât calculul se efectuează pentru roțile angrenajului echivalent); Y_{β} - factorul înclinării dinților pentru solicitarea de încovoiere.

Întrucât în cazul angrenajului melcat $b = l_k$, $m_n = m_x \cos \gamma$, iar factorii $K_{F\alpha}$, Y_{ϵ} și Y_{Sa2} se consideră egali cu unitatea, relația (1.144), particularizată pentru dintele roții melcate, devine

$$\sigma_{F2} = \frac{F_{t2}}{l_k m_x \cos \gamma} K_A K_V K_{F\beta} Y_{\beta} Y_{Fa2} \leq \sigma_{FP2}. \quad (1.145)$$

Ținând seama de relațiile (1.137) și (1.140) și considerând $\cos \gamma \approx \cos \gamma_b$, relația (1.145) devine

$$\sigma_{F2} = \frac{1,6 T_2 K_A K_V K_{F\beta} Y_{\beta} Y_{Fa2}}{d_1 d_2 m_x} \leq \sigma_{FP2}. \quad (1.146)$$

1.11.3.4. Calculul termic

Ca rezultat al existenței forțelor de frecare dintre dinții roții melcate și dinții melcului, se dezvoltă – în timpul funcționării angrenajului melcat – o importantă cantitate de căldură, care are ca efect modificarea temperaturii elementelor transmisiei și a lubrifiantului. Modificarea temperaturii lubrifiantului determină modificarea vâscozității acestuia și implicit favorizează apariția gripajului.

Calculul termic al angrenajelor melcate urmărește stabilirea unei relații de determinare a temperaturii maxime de încălzire a lubrifiantului, în timpul funcționării angrenajului în regim staționar, cu scopul limitării acestei temperaturi la valori care să nu determine scăderea capacității de ungere a lubrifiantului.

Cantitatea de căldură care se degajă în unitatea de timp, considerând că pierderile de energie în funcționarea angrenajului melcat se transformă integral în căldură, poate fi calculată cu relația

$$Q_1 = (1 - \eta) P_1 \cdot 10^3 \text{ [W]}, \quad (1.147)$$

în care P_1 [kW] reprezintă puterea transmisă, considerată la arborele melcului, iar η reprezintă randamentul angrenajului melcat ($\eta = 0,65 \dots 0,8$ – pentru $z_1 = 1$; $\eta = 0,83 \dots 0,87$ – pentru $z_1 = 2$

sau 3; $\eta = 0,89 \dots 0,91$ – pentru $z_1 = 4$).

Cantitatea de căldură evacuată, în unitatea de timp, prin suprafața carcusei, se calculează cu relația

$$Q_2 = k_t(t - t_0)S(1 + \Psi), \quad (1.148)$$

în care: k_t reprezintă coeficientul de transmitere a căldurii ($k_t = 8 \dots 10 \text{ W/m}^2 \text{ grad}$ – pentru o circulație slabă a aerului și $k_t = 14 \dots 18 \text{ W/m}^2 \text{ grad}$ – pentru o bună circulație a aerului); $S [\text{m}^2]$ – suprafața liberă de răcire a carcusei transmisiei, în care se include și 50% din suprafața nervurilor; Ψ - coeficient care ține seama de cantitatea de căldură evacuată prin suprafața de sprijin a carcusei ($\Psi < 0,3$); t, t_0 – temperatura uleiului, respectiv a mediului ambiant.

Considerând funcționarea în regim staționar, din ecuația bilanțului termic ($Q_1 = Q_2$), rezultă relația de verificare

$$t = \frac{(1 - \eta)P_1 \cdot 10^3}{k_t(1 + \Psi)S} + t_0 \leq t_{a \max} = 60 \dots 70^\circ \text{C}. \quad (1.149)$$

Pentru transmisiile la care $t > t_{a \max}$, se poate prevedea răcirea angrenajului cu ajutorul unui ventilator – montat pe arborele melcului – caz în care $k_t = 20 \dots 26 \text{ W/m}^2 \text{ grad}$, sau răcirea uleiului cu ajutorul unei serpentine – prin care circulă apă de răcire, cu $v < 1 \text{ m/s}$ – caz în care se va considera $k_t = 93 \dots 210 \text{ W/m}^2 \text{ grad}$.

1.11.3.5. Forțe în angrenajele melcate

Ca și la celelalte tipuri de angrenaje, pentru stabilirea forțelor F_t, F_r, F_a , plasate în două plane perpendiculare – orizontal și vertical – se pleacă de la forța normală de interacțiune dintre dinții melcului și cei ai roții melcate F_n , aplicată în polul angrenării C . Polul C este definit de punctul de intersecție a normalei comune la cele două axe și cilindrul de divizare al melcului (fig. 1.69). Inițial, forța normală se descompune în două componente: F_1' – tangentă la cilindrul de divizare al melcului și normală pe direcția spirei acestuia și F_{r1} – forța radială, normală pe axa de rotație a melcului (v. fig. 1.69, c).

Datorită alunecării mari dintre dintele melcului și cel conjugat al roții melcate, se impune luarea în considerare a forței de frecare μF_n , care acționează de-a lungul dinților și este cuprinsă în același plan cu forța F_1' – plan tangent la cilindrul de divizare al melcului. Rezultanta F_1' , a forțelor F_1' și μF_n , se descompune, în același plan, după două direcții, caracteristice roților dințate, obținându-se forța tangențială F_{t1} și forța axială F_{a1} (v. fig. 1.69).

Forțele tangențiale, care acționează asupra melcului F_{t1} , respectiv asupra roții melcate F_{t2} , se determină cu relațiile:

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1}; F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}, \quad (1.150)$$

în care: $T_2 = T_1 u \eta$, η reprezentând randamentul angrenajului melcat, iar u raportul de angrenare.

Din fig. 1.69, c, rezultă

$$F_{r1} = F_1' \tan \alpha_n = F_1' \cos \varphi' \tan \alpha_n \frac{F_{a1}}{\cos(\varphi' + \gamma)} \cos \varphi' \tan \alpha_n = F_{t2} \frac{\cos \varphi' \tan \alpha_n}{\cos(\varphi' + \gamma)}, \quad (1.151)$$

unde: γ este unghiul elicei spirei melcului ($\gamma = \arctg(z_1/q)$; z_1 – numărul de începuturi ale melcului; q – coeficientul diametral al melcului); φ' – unghiul redus de frecare ($\varphi' = \arctg(\mu/\cos\alpha_n)$; α_n – unghiul de presiune normal de divizare ($\alpha_n = \arctg(\tg\alpha\cos\gamma)$).

Din fig.1.69, a și b, rezultă următoarele relații între forțele care acționează asupra melcului și asupra roții melcate: $|F_{t2}| = |F_{a1}|$; $|F_{a2}| = |F_{t1}|$; $|F_{r2}| = |F_{r1}|$.

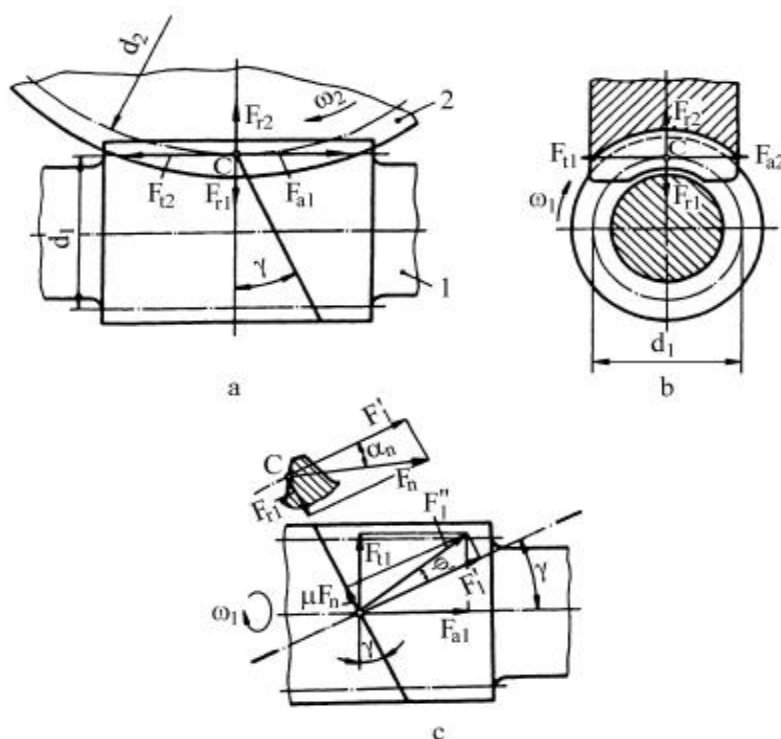


Fig.1.69

Deoarece unghiul de frecare redus are valori mici ($\varphi' < 3^\circ$), uneori se poate neglija influența frecării, rezultând

$$F_{r1} = F_{t2} \frac{\tg\alpha_n}{\cos\gamma} = F_{t2} \tg\alpha. \quad (1.152)$$

Regula semnelor

- Sensul forței tangențiale la melc și sensurile forțelor radiale se determină la fel ca la angrenajele cilindrice.
- Sensul forței tangențiale la roata melcată depinde de sensul de rotație al melcului și de sensul înclinării spirei acestuia; în fig.1.70 sunt prezentate toate situațiile posibile.
- Forțele axiale au totdeauna sens contrar forțelor tangențiale de la roțile conjugate.

1.11.4. Angrenaje hipoide

Angrenajele hipoide sunt angrenaje conice cu axe încrucișate și fac parte din categoria angrenajelor hiperboloidale.

Roțile angrenajelor hipoide sunt roți conice cu dantură înclinată sau curbă (în arc de cerc, eloidă sau paloidă); luate individual, pinionul și roata au elementele geometrice caracteristice acestor danturi (v. subcap. 1.10.2).

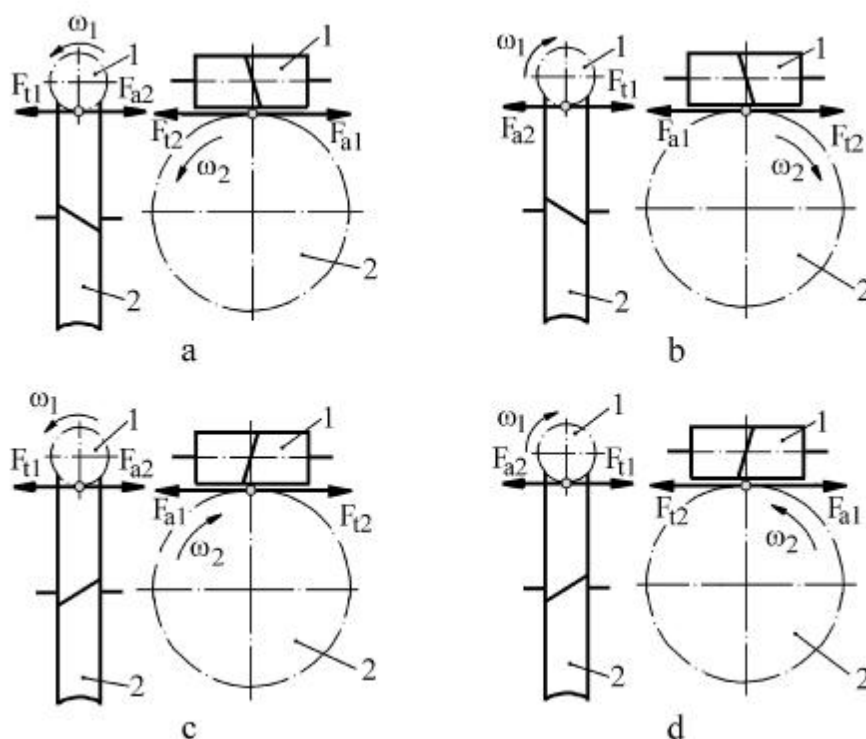


Fig.1.70

În fig.1.71, b este prezentat (schematic) un angrenaj conic cu axe concurente la care vârfurile conurilor roților angrenajului O_1 și O_2 se suprapun, definind centrul comun al vârfurilor conurilor O .

La angrenajele hipoide, axa pinionului conic poate fi plasată sub axa roții (fig.1.71, a) sau deasupra axei roții (fig.1.71, c), definindu-se o distanță a între axele celor două roți. Datorită acestui fapt, între roțile angrenajului conic concurent și cele ale angrenajului hipoid există și asemănări privind geometria, cinematica și rezistența la solicitarea de contact și încovoiere, dar și deosebiri (se definesc astfel particularitățile roților și angrenajului hipoid).

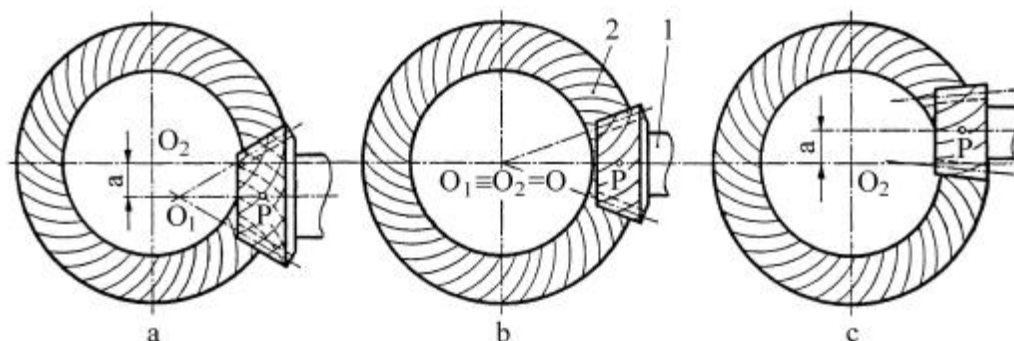


Fig.1.71

1.11.4.1. Particularități geometrice și cinemate ale angrenajelor hipoide

La calculul geometric al angrenajelor hipoide, contactul dintre dinții pinionului și cei ai roții se consideră într-un punct P situat pe cercul de divizare (rostogolire) median al roții. Dacă la

angrenajele conice concurente în acest punct unghiul de înclinare al dinților este $\beta_{m1} = \beta_{m2} = \beta_m$, pentru roțile angrenajului hipoid valorile acestor unghiuri sunt diferite, și anume $\beta_{m1} > \beta_{m2}$ când axa pinionului este sub axa roții (fig. 1.71, a) și $\beta_{m1} < \beta_{m2}$ când axa pinionului este deasupra axei roții (fig. 1.71, c). Practic, se preferă situația prezentată în fig. 1.71, a, deoarece pentru același modul normal pentru cele două roți (situație ce face posibilă angrenarea), modulul frontal al pinionului este mai mare decât al roții

$$m_{tm1,2} = \frac{m_{nm}}{\cos \beta_{m1,2}}; \quad (1.153)$$

în acest fel crește diametrul de divizare, deci se obține o construcție mai rigidă, comparativ cu angrenajul conic concurent, respectiv cu angrenajul hipoid din fig. 1.71, c la care $\beta_{m1} < \beta_{m2}$.

Angrenajele hipoidale sunt utilizate, de regulă, în transmisia centrală a automobilelor. Pentru soluția din fig. 1.71, a, se obține o mărire a spațiului interior la autoturisme și o capacitate de încărcare sporită a transmisiei centrale, iar pentru soluția din fig. 1.71, c, se obține o mărire a capacității de trecere a autoturismului, deci o capacitate de încărcare sensibil mai redusă.

Ca și la angrenajele conice cu axe concurente, pentru cazul particular când $\delta_1 = 90^\circ$, conul de rostogolire al pinionului devine un disc (roată plană), perpendicular pe axa pinionului și cu centrul în vârful conului acestuia (O_1 – v. fig. 1.71). Roata conică cu vârful conului de rostogolire în O_2 , diferit de O_1 , poate angrena cu acest disc (roată plană – v. și subcap. 1.10.1). Roata plană (discul) definită mai sus poate angrena și cu pinionul 1, analog angrenajelor conice concurente. Rezultă, deci, că flancurile dinților roților angrenajului hipoid pot fi generate, la fel ca la angrenajele conice concurente, prin angrenarea acestor roți cu o roată plană (de generare), descrisă de tășurile sculelor (cuțitelor) de danturat. Contactul flancurilor dinților acestor roți este liniar, dar are loc o alunecare relativă de-a lungul acestor flancuri.

La nivelul cercurilor de divizare mediane ale roților definite prin diametrul d_{m1} , respectiv d_{m2} , dacă vitezele unghiulare corespunzătoare sunt ω_1 , respectiv ω_2 , vitezele periferice sunt:

$$v_1 = \frac{d_{m1}\omega_1}{2}; \quad v_2 = \frac{d_{m2}\omega_2}{2}. \quad (1.154)$$

Aceste viteze sunt prezentate vectorial într-un plan definit de roata plană (discul obținut pentru $\delta_1 = 90^\circ$), în punctul de contact P (fig. 1.72). Dacă O_1P și O_2P sunt generatoarele conurilor

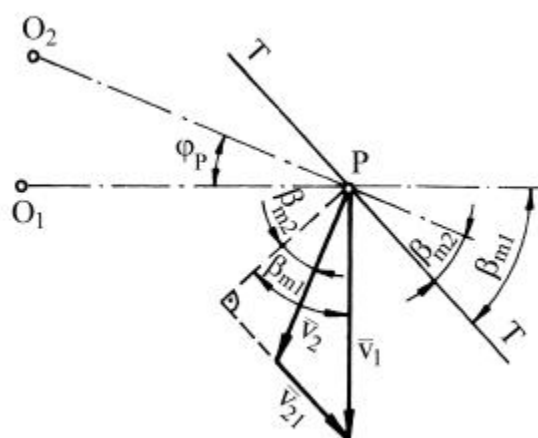


Fig.1.72

de rostogolire a celor două roți, vectorii viteze $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ sunt perpendiculari, în P , pe aceste generatoare. Datorită direcțiilor diferite a vectorilor celor două viteze, pe tangenta comună $T - T$, este prezentată viteza relativă de alunecare $\vec{v}_{12}$.

Din fig.1.72, rezultă

$$v_1 \cos \beta_{m1} = v_2 \cos \beta_{m2}, \quad (1.155)$$

iar dacă se ține seama și de relația (1.154), se poate scrie

$$\frac{d_{m1}\omega_1}{2}\cos\beta_{m1} = \frac{d_{m2}\omega_2}{2}\cos\beta_{m2}. \quad (1.156)$$

Ținând seama că raportul de angrenare este definit de raportul vitezelor unghiulare ω_1 și ω_2 , din relația (1.156) rezultă

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{m2}\cos\beta_{m2}}{d_{m1}\cos\beta_{m1}}. \quad (1.157)$$

Diametrele de divizare mediane se definesc într-un plan frontal, în care modulul frontal este $m_{t1,2} = \frac{m_{nm}}{\cos\beta_{m1,2}}$ (modulul normal fiind același pentru cele două roți), situație în care relația (1.157) devine

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{m_{t2}z_2\cos\beta_{m2}}{m_{t1}z_1\cos\beta_{m1}} = \frac{\frac{m_{nm}}{\cos\beta_{m2}}z_2\cos\beta_{m2}}{\frac{m_{nm}}{\cos\beta_{m1}}z_1\cos\beta_{m1}} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (1.158)$$

La angrenajele hipoide, uzual folosite, unghiul sumă dintre axele roților angrenajului este $\Sigma = 90^\circ$, iar raportul de angrenare $u \geq 1$. Datorită plasării axelor celor două roți în plane diferite, unghiul conului de rostogolire al roții conice se adoptă, preliminar, conform relației (la angrenajele conice cu axe concurente și $\Sigma = 90^\circ$, δ_2 se determină cu relația (1.59))

$$\delta_2 \approx \arctg u - (2^\circ - 4^\circ). \quad (1.159)$$

Unghiul de înclinare al dinților roții, în secțiune mediană, se alege

$$\beta_{m2} \leq 35^\circ, \quad (1.160)$$

uzual fiind folosită valoarea de 35° .

Unghiul de înclinare al dinților pinionului conic, în secțiune mediană, este diferit de cel al roții și se determină în funcție de poziția axei pinionului față de cea a roții. Astfel, pentru angrenajul din fig.1.71, a

$$\beta_{m1} = \beta_{m2} + \varphi_p, \quad (1.161)$$

unde φ_p este unghiul dintre axele angrenajului elicoidal înlocuitor (fig.1.72) și este dat de relația $\varphi_p = \arctg(\tg\varphi\sin\delta_2)$, cu $\varphi = \arcsin(2a/d_{m2})$. Valoarea raportului $2a/d_{m2}$ este foarte importantă și este recomandată în funcție de transmisia în care se folosește angrenajul. Astfel, pentru transmisiile centrale ale autovehiculelor ușoare și pentru transmisiile industriale $2a/d_{m2} \leq 0,45$, iar pentru transmisiile centrale ale autovehiculelor grele $2a/d_{m2} \geq 0,23$.

Unghiul conului de divizare al pinionului, preliminar, se determină cu relația

$$\delta_1 = \arcsin(\cos\delta_2\cos\varphi_A), \quad (1.162)$$

în care

$$\cos\varphi_A = \arctg(\tg\varphi\sin^2\delta_2).$$

Lungimile mediane ale generatoarelor conului de divizare al pinionului, respectiv al roții sunt

$$R_{m1} = \frac{d_{m1}}{2\sin\delta_1}; R_{m2} = \frac{d_{m2}}{2\sin\delta_2}. \quad (1.163)$$

Acceptând pentru coeficientul de lăţime median al roţii conduse valorile

$$\Psi_{Rm} = 0,25 \dots 0,3,$$

se pot determina lăţimile danturii roţii, respectiv a pinionului:

$$b_2 = \Psi R_{m2}; \quad b_1 \approx \frac{b}{\cos \varphi_p} + 3m_{nm} \operatorname{tg} \varphi_p. \quad (1.164)$$

Valorile elementelor geometrice δ_1 , δ_2 , R_{m1} , R_{m2} , β_{m1} şi β_{m2} se corectează, apelându-se la documentaţia tehnică a maşinilor de danturat, pe care se execută roţile angrenajului hipoid, în funcţie de z_1 , z_2 , a şi d_{m2} . În final, se pot stabili elementele geometrice definitive ale roţilor angrenajului, apelându-se şi la relaţiile geometrice stabilite pentru angrenajul conic cu axe concurente (v. tabelul 1.4).

Calculul geometric al roţilor, respectiv al angrenajului hipoid, trebuie să fie efectuat parcurgându-se următoarele două etape:

- în prima etapă se stabilesc valorile preliminare ale principalelor elemente geometrice, funcţie de care se aleg sculele de danturat;
- în etapa a doua, în funcţie de parametrii sculelor de danturat şi de caracteristicile maşinilor de danturat, se stabilesc valorile definitive ale elementelor geometrice, cu precizie foarte mare (cu 5 sau 6 zecimale pentru valorile funcţiilor trigonometrice şi cu 4 zecimale pentru lungimi).

1.11.4.2 Calculul de rezistenţă al angrenajelor hipoide

Acceptând aceleaşi ipoteze de calcul ca cele precizate la angrenajele conice ortogonale, metodica de calcul este asemănătoare. Iniţial, este necesar să se definească angrenajele înlocuitoare, angrenaj cilindric cu axe încrucişate (elicoideal), apoi angrenajul cilindric cu dantură înclinată şi axe paralele şi, prin relaţii de legătură între aceste angrenaje, plecând de la relaţiile de calcul determinate pentru angrenajul cilindric cu dantură înclinată (v. subcap. 1.7), să se stabilească relaţiile de verificare şi dimensionare pentru angrenajul hipoid, real.

Angrenajele înlocuitoare. Prin desfăşurarea în plan a conurilor frontale mediane ale roţilor angrenajului hipoid (prin apoximarea Tredgold, folosită la angrenajele conice – v. subcap. 1.10.3), se obţin două roţi cilindrice cu dantură înclinată, cu unghiuri de înclinare β_{m1} şi β_{m2} diferite, care definesc un angrenaj elicoideal (fig.1.73, a), la care unghiul dintre axele roţilor este φ_p (v. rel. (1.161)). Elementele geometrice ale roţilor acestui angrenaj vor fi notate cu indicele v . Se trece apoi la un angrenaj cilindric înlocuitor cu dantură înclinată (fig.1.73, b), cu elementele geometrice notate cu indicele tv .

Ipotezele pentru calculul de rezistenţă al angrenajelor hipoide sunt identice cu cele prezentate la angrenajele conice cu axe concurente (v. subcap. 1.10.5).

Astfel, roţile conice ale angrenajului hipoid sunt înlocuite, teoretic, cu roţi cilindrice cu dantură înclinată cu unghiul β_{m1} şi care îndeplinesc următoarele condiţii:

- modulul normal al roţilor cilindrice înlocuitoare este egal cu modulul normal median al roţilor angrenajului hipoid;
- înălţimea dinţilor este egală cu înălţimea, în secţiune medie, a dinţilor roţilor angrenajului hipoid;

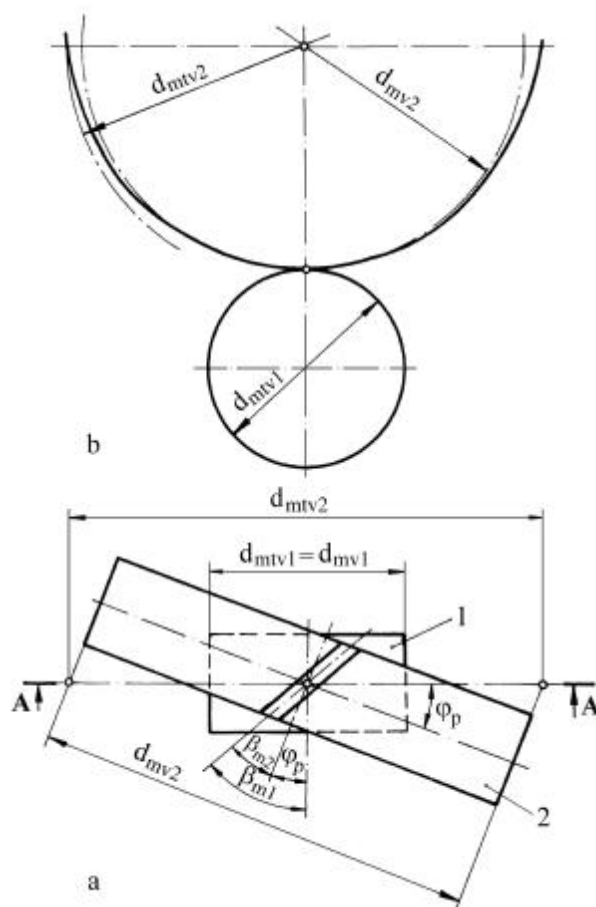


Fig.1.73

- lățimea danturii este egală cu lățimea roții angrenajului hipoid;
- forța tangențială la pinionul angrenajului cilindric înlocuitor este egală cu cea de la angrenajul hipoid, determinată în secțiune medie.

Angrenajului cilindric înlocuitor, cu dantură înclinată, i se atașează relațiile de calcul pentru tensiunea de contact și încovoiere stabilite pentru aceste angrenaje (v. rel. (1.41) și rel. (1.43) – subcap. 1.7.1).

Se precizează, însă, că semnificațiile factorilor din relațiile de calcul sunt aceleași ca și în cazul angrenajelor cilindrice, dar se referă la angrenajul cilindric înlocuitor.

Factorii geometrici, cinematici și dinamici caracteristici acestui angrenaj vor fi definiți prin relații de legătură cu factorii ce definesc angrenajul real. Astfel:

- distanța dintre axe angrenajului cilindric înlocuitor este

$$a_{mtv} = R_{m2} \sin \delta_2 \left(\frac{\cos \beta_{m2}}{u \cos \delta_1 \cos \beta_{m1}} + \frac{1}{\cos \delta_2 \cos^2 \varphi_p} \right); \quad (1.165)$$

- raportul de angrenare al angrenajului cilindric înlocuitor este definit prin relația

$$u_{tv} = u \frac{\cos \beta_{m1} \cos \delta_1}{\cos \beta_{m2} \cos \delta_2 \cos^2 \varphi_p}; \quad (1.166)$$

- momentul de torsiune ce încarcă pinionul angrenajului cilindric înlocuitor este

$$T_{tv1} = \frac{T_1}{\cos \delta_1}. \quad (1.167)$$

Plecând de la relațiile mai sus menționate, în care se introduc relațiile (1.165)...(1.167), se obțin relațiile de verificare și dimensionare, din condițiile de rezistență la contact și încovoiere, caracteristice angrenajelor hipoide.

În tabelul 10.7 sunt sistematizate elemente geometrice al roților angrenajului elicoidal înlocuitor și ale roților angrenajului cilindric înlocuitor cu dantură înclinată, corespunzătoare angrenajului hipoid.

Tabelul 1.7

Elemente geometrice ale roților angrenajului elicoidal înlocuitor și ale roților angrenajului cilindric înlocuitor cu dantură înclinată, corespunzătoare angrenajului hipoid

Nr. crt.	Denumirea elementului geometric	Simbol și unitatea de măsură	Relații de calcul. Recomandări
0	1	2	3
1.	ROȚILE ANGRENAJULUI ELICOIDAL ÎNLOCUITOR (indice v)		
1.1	Unghiul dintre axe	Σ_v , grade	$\Sigma_v = \varphi_p$
1.2	Unghiul de înclinare a danturii roților	$\beta_{v1}; \beta_{v2}$, grade	$\beta_{v1} = \beta_{m1}; \beta_{v2} = \beta_{m2}$
1.3	Unghiul de presiune normal de referință	α_{nv} , grade	$\alpha_{nv} = \alpha_n$
1.4	Numerele de dinți ai roților	$z_{mv1}; z_{mv2}$	$z_{mv1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; z_{mv2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$
1.5	Raportul de angrenare	u_v	$u_v = \frac{z_{mv2}}{z_{mv1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u_{12} \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2}$
1.6	Diametrele cercurilor de divizare ale roților	$d_{mv1}; d_{mv2}$, mm	$d_{mv1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1}; d_{mv2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2}$
1.7	Modulul normal	m_{nv} , mm	$m_{nv} = m_{nm}$
2	ROȚILE ANGRENAJULUI CILINDRIC ÎNLOCUITOR CU DANTURĂ ÎNCLINATĂ (indice tv)		
2.1	Unghiul de presiune normal de referință	α_{ntv} , grade	$\alpha_{ntv} = \alpha_{nv} = \alpha_n$
2.2	Unghiul de înclinare al danturii	β_{tv} , grade	$\beta_{tv} = \beta_{m1}$
2.3	Diametrele cercurilor de divizare ale roților	$d_{mtv1}; d_{mtv2}$, mm	$d_{mtv1} = d_{mv1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1}; d_{mtv2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2 \cos^2 \varphi_p}$
2.4	Numerele de dinți ai roților	$z_{mtv1}; z_{mtv2}$	$z_{mtv1} = z_{mv1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; z_{mtv2} = z_{mtv1} \frac{d_{mtv2}}{d_{mtv1}}$
2.5	Raportul de angrenare	u_{tv}	$u_{tv} = \frac{z_{mtv2}}{z_{mtv1}} = \frac{d_{mtv2}}{d_{mtv1}}$
2.6	Modulul normal	m_{ntv} , mm	$m_{ntv} = m_{nm}$
2.7	Lățimea roților	b_{tv} , mm	$b_{tv} = b = b_2$
2.8	Numerele de dinți ai roților echivalente (cilindrice cu dantură dreaptă)	$z_{nmv1}; z_{nmv2}$	$z_{nmv1} = \frac{z_{mtv1}}{\cos \beta_{m1} \cos^2 \beta_{bm}}$ $z_{nmv2} = \frac{z_{mtv2}}{\cos \beta_{m1} \cos^2 \beta_{bm}}$ $\beta_{bm} = \arccos \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{tm}}$ $\alpha_{tm} = \arctg \frac{tg \alpha_n}{\cos \beta_{m1}}$

1.12 REZISTENȚE ADMISIBILE

Experimental, s-au obținut dependențe între valorile tensiunilor la limita de deteriorare a dintelui și numărul de cicluri de solicitare acestuia atât pentru solicitarea de contact cât și pentru solicitarea de încovoiere. Întrucât cele două solicitări sunt variabile, s-au obținut diagrame de oboseală de tip Wöhler; aceste diagrame sunt reprezentate în coordonate logaritmice. În diagrama prezentată în fig.1.74, se disting trei zone:

- zona de solicitare statică, când numărul de cicluri de solicitare ale dintelui N_L este mai mic decât numărul de cicluri de solicitare statică N_{st} , la care dinte se comportă ca și cum ar fi solicitat static și, deci, nu apare fenomenul de oboseală ($N_L \leq N_{st}$);
- zona de durabilitate limită, în care $N_{st} < N_L < N_B$, unde N_B reprezintă numărul de cicluri de bază, definit ca numărul de cicluri la care diagrama Wöhler devine asimptotică;
- zona durabilității nelimitate, când $N_L \geq N_B$.

Prin tensiune limită σ_{lim} se înțelege tensiune corespunzătoare numărului de cicluri de bază N_B ,

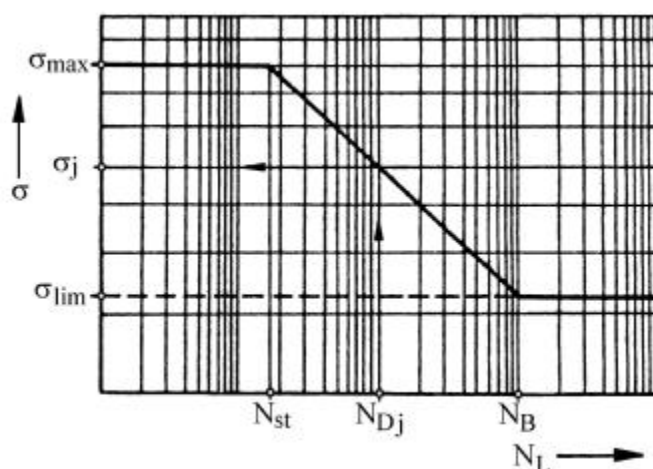


Fig.1.74

la care nu se produce deteriorarea dinților oricât de mult ar crește numărul de cicluri de solicitare; se determină experimental, în anumite condiții.

Tensiunile limită, la contact și încovoiere, se determină pe baza datelor din exploatarea transmisiilor cu roți dințate sau în condiții de laborator, pe epruvete sau pe instalații de încercat angrenaje.

Valorile tensiunilor limită sunt influențate de: compoziția și proprietățile mecanice ale materialului, tratamentul

termic sau termochimic aplicat, tensiunile remanente după tratament, semifabricatul utilizat (forjat, turnat, laminat), defectele și impuritățile materialului.

De cele mai multe ori, proiectantul nu are suficiente date pentru stabilirea tensiunilor limită. În această situație, tensiunile limită se pot alege din diagrame, în funcție de calitatea materialului, de tratamentul termic sau termochimic aplicat, de duritatea superficială a flancului și de procedeul tehnologic de obținere a semifabricatului. În aceste diagrame, pentru aceeași duritate a flancului, domeniul tensiunilor limită este foarte larg, datorită abaterilor de la compoziția chimică a materialului, a structurii acestuia, a procedeului tehnologic de obținere a semifabricatului (laminat sau forjat), a tensiunilor remanente etc. Aceste diagrame sunt trasate pe grupe de materiale și tratamente corespunzătoare, pentru dimensiuni și condiții tehnologice și de funcționare standard, cu probabilitatea de deteriorare de 1%.

La alegerea tensiunilor limită, din aceste diagrame, trebuie să se țină seama de recomandările prezentate în continuare.

• Valorile pentru tensiunile limită σ_{lim} se adoptă din zona centrală a domeniului corespunzător oțelului ales; alegerea valorilor superioare impune o atenție deosebită la calitatea materialului, la tratamentul aplicat și la control.

• Valorile durităților obținute după tratament trebuie să varieze monoton descrescător, de la flancul dintelui spre miezul acestuia; dacă nu se poate asigura această variație, valorile tensiunilor limită se vor alege mai mici.

• Pentru roți dințate la care dinții sunt solicitați după un ciclu alternant simetric, valorile tensiunilor limită la încovoiere se reduc la 70% din valoarea aleasă din diagrame, care corespunde ciclului pulsator.

Valoarea maximă a tensiunii, corespunzătoare numărului de cicluri de solicitare statică N_{st} – determinată în aceleași condiții ca și tensiunea limită – notată cu σ_{max} , se utilizează pentru calculul la suprasarcini.

În zona de durabilitate limitată, tensiunea σ_j – la limita de deteriorare a dintelui – se determină din ecuația ramurii înclinată a curbei de oboseală Wöhler

$$\sigma_j^m N_{Dj} = \sigma_{\text{lim}}^m N_B = \sigma_{\text{max}}^m N_{\text{st}} = \text{const.} \quad (1.168)$$

Din relația (1.168), rezultă

$$\sigma_j = \sigma_{\text{lim}} \sqrt[m]{\frac{N_B}{N_{Dj}}}, \quad (1.169)$$

unde m reprezintă gradul ramurii înclinată a curbei Wöhler, iar N_{Dj} – numărul de cicluri de solicitare corespunzător tensiunii σ_j , la limita de deteriorare a dintelui.

În calculele de rezistență, expresia $\sqrt[m]{\frac{N_B}{N_{Dj}}}$ se înlocuiește cu factorul Z_N – pentru solicitarea de contact, respectiv Y_N – pentru solicitarea de încovoiere, numit *factor de durabilitate*.

Deoarece condițiile tehnologice și de funcționare ale angrenajului proiectat diferă de cele standard, în care s-au determinat tensiunile limită, rezistențele admisibile se stabilesc corectând aceste tensiuni cu factori care țin seama de aceste diferențe.

1.12.1. Rezistențe admisibile pentru solicitarea la contact

Se determină cu relația

$$s_{HP} = \frac{s_{H \text{ lim}}}{s_{H \text{ min}}} Z_N Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X, \quad (1.170)$$

în care:

$\sigma_{H \text{ lim}}$ este tensiunea limită la solicitarea de contact, determinată experimental, în anumite condiții de execuție a roților dințate și de funcționare a angrenajului, dependentă de materialul roților, de tratamentul aplicat și de duritatea flancurilor dinților;

$s_{H \text{ min}}$ - coeficientul minim de siguranță la solicitarea de contact, a cărui valori se aleg în funcție de importanța transmisiei;

Z_L - factor de lubrifiere, care ține seama de vâscozitatea lubrifianului;

Z_R - factorul rugozității flancurilor active ale dinților, dependent de rugozitatea acestora;

Z_V - factor de viteză, dependent de viteza periferică a angrenajului;

Z_W - factorul raportului durităților flancurilor dinților;

Z_X - factor de mărime, dependent de mărimea roții;

Z_N - factorul durabilității pentru solicitarea de contact, dependent de numărul de cicluri de solicitare, corespunzător duratei de funcționare impuse; se calculează cu relația

$$Z_N = \sqrt[m_H]{\frac{N_{BH}}{N_L}}, \quad (1.171)$$

care reprezintă ecuația curbei de oboseală *Wöhler* pentru solicitarea de contact și în care:

N_{BH} reprezintă numărul de cicluri de bază pentru această solicitare, dependent de material și de tratamentul aplicat;

N_L - numărul de cicluri de solicitare real

$$N_L = 60nL_h c; \quad (1.172)$$

n - turația roții, în rot/min;

L_h - durata de funcționare impusă, în ore;

m_H - gradul curbei de oboseală pentru solicitarea de contact;

c - numărul de cicluri de solicitare a flancului dintelui, la o rotație completă a roții.

1.12.2. Rezistențe admisibile pentru solicitarea la încovoiere

Rezistența admisibilă pentru solicitarea de încovoiere se determină cu relația

$$S_{FP} = \frac{S_{F \lim}}{S_{F \min}} Y_N Y_d Y_R Y_X, \quad (1.173)$$

în care:

$\sigma_{F \lim}$ este tensiunea limită la solicitarea de încovoiere, determinată experimental, în anumite condiții de execuție a roților dințate și de funcționare a angrenajului, dependentă de materialul roții, de tratamentul aplicat și de duritatea flancurilor dinților;

$S_{F \min}$ - coeficientul minim de siguranță la solicitarea de încovoiere, a cărei valori sunt funcție de importanța transmisiei;

Y_δ - factor relativ de sensibilitate al materialului la concentratorul de tensiuni de la baza dintelui;

Y_R - factorul rugozității zonei de racordare a dintelui la corpul roții, dependent de rugozitatea zonei de racordare;

Y_X - factor de mărime pentru solicitarea de încovoiere, dependent de mărimea dintelui;

Y_N - factorul durabilității pentru solicitarea de încovoiere, dependent de numărul de cicluri de funcționare, corespunzător duratei de funcționare impuse

$$Y_N = \sqrt[m_F]{\frac{N_{BF}}{N_L}}, \quad (1.174)$$

unde m_F este gradul curbei de oboseală pentru solicitarea de încovoiere, N_{BF} - numărul de cicluri de bază pentru această solicitare, iar ceilalți parametri au aceleași semnificații ca la solicitarea de contact.

Pentru zona durabilității nelimitate, se consideră $Z_N = 1$ și $Y_N = 1$.

1.13. EXEMPLE DE TRANSMISII CU ROȚI DINȚATE

Transmisiile cu roți dințate pot fi grupate în două mari categorii: cu raport de transmitere constant și cu rapoarte de transmitere variabile (în trepte). La rândul lor, aceste transmisii pot fi staționare – cu raport de transmitere constant (reductoare) sau cu rapoarte de transmitere variabile (cutii de viteze ale mașinilor unelte sau a diverselor utilaje) – sau pot face parte din transmisiile automobilelor, în care participă, cu rapoarte de transmitere constante (transmisii centrale și transmisii finale) sau cu rapoarte de transmitere variabile în trepte (cutii de viteze).

Calculul de rezistență al angrenajelor din transmisiile cu roți dințate trebuie efectuat ținându-se seama de regimurile de funcționare caracteristice fiecăruia din transmisiile prezentate mai sus.

Reductoarele de turație pot fi executate cu o treaptă, definită printr-un angrenaj, cu două sau trei trepte, obținute prin inserierea a două sau trei angrenaje.

Reductoarele într-o treaptă pot fi cu un angrenaj cilindric, conic sau melcat, alegerea acestuia făcându-se în funcție de raportul de transmitere ce trebuie realizat și de poziția impusă axelor arborilor de intrare și ieșire. Reductoarele cilindrice cu o treaptă se pot folosi până la rapoarte $i_{\max} = 8$ – pentru dantura dreaptă și $i_{\max} = 10$ – pentru dantura înclinată, axelor arborilor putând fi plasate într-un plan orizontal, vertical sau arborii pot să aibă o poziție verticală sau pot fi amplasați într-un plan înclinat.

Reductoarele conice cu o treaptă pot realiza raporturi de transmitere $i_{\max} = 4$ – pentru dantura dreaptă, respectiv $i_{\max} = 6$ – pentru danturile înclinată și curbă. Poziția axelor arborilor poate fi într-un plan orizontal, cu axa arborelui de intrare în plan vertical, respectiv cu axa arborelui de ieșire în plan vertical.

Reductoarele melcate cu o treaptă realizează rapoarte de transmitere $i_{\max} = 80$, cu plasarea arborelui melcului sub roata melcată, deasupra acesteia sau chiar în poziție verticală.

În condițiile în care regimul de funcționare a mașinii antrenate impune rapoarte mari de transmitere, se folosesc reductoare cu două sau trei trepte. În această situație, raportul total de transmitere este dat de produsul rapoartelor de transmitere ale treptelor înseriate.

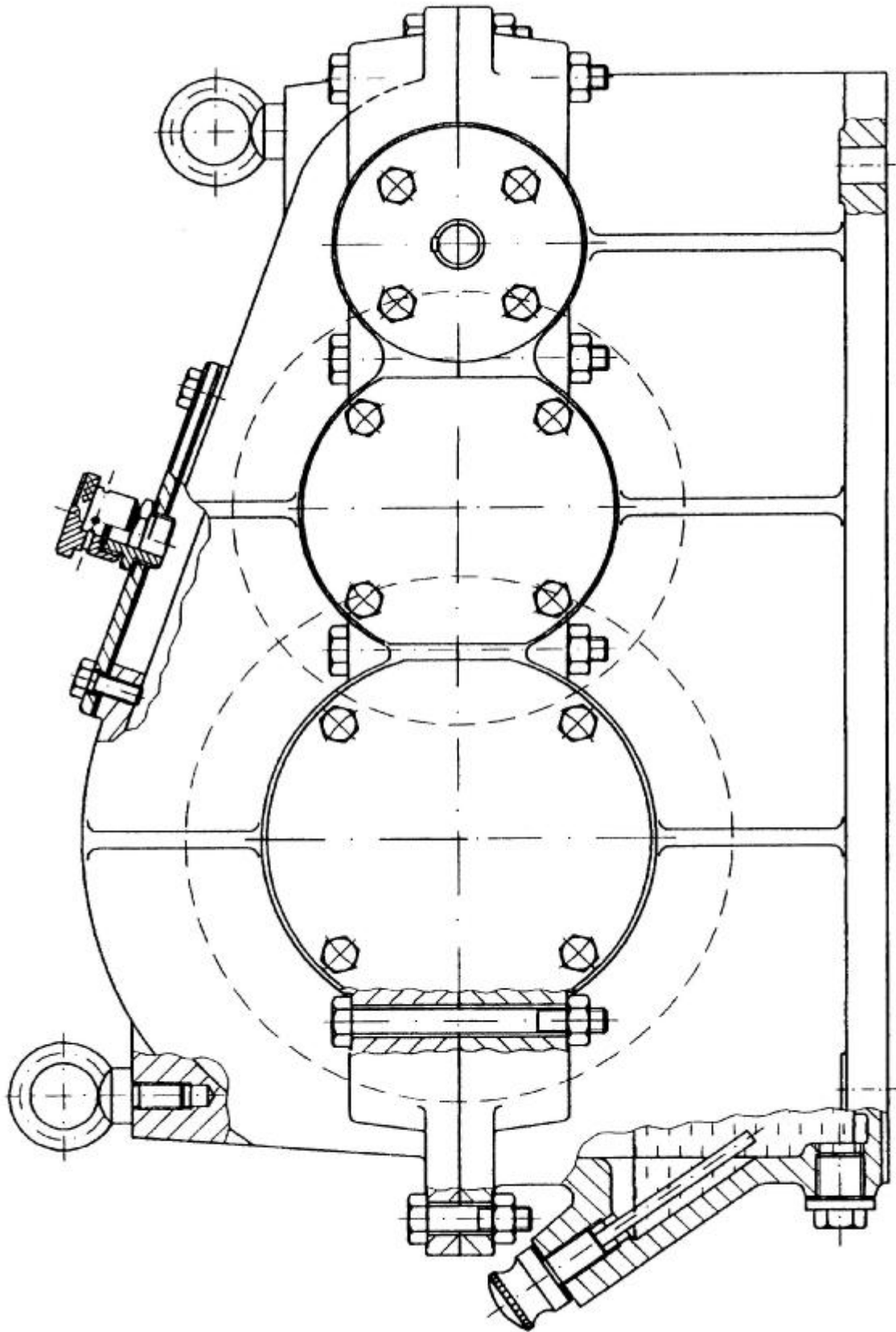
În funcție de tipul angrenajelor celor două trepte, se cunosc reductoare cilindrice și melcate, respectiv reductoare conico-cilindrice, melcato-cilindrice sau cilindro-melcate.

Mărimea raportelor de transmitere realizate de aceste reductoare este funcție de tipurile angrenajelor folosite. Astfel, pentru reductoare cilindrice cu două trepte se obțin rapoarte $i_{\max} = 50$, pentru cele melcate cu două trepte $i_{\max} = 2500$, pentru cele conico-cilindrice $i_{\max} = 45$, iar pentru cele cilindrico-melcate, respectiv melcato-cilindrice $i_{\max} = 250$.

În fig. 1.75 se prezintă un reductor cilindric cu două trepte, în fig. 1.76 un reductor cilindric cu două trepte coaxial, iar în fig. 1.77 un reductor conico-cilindric, toate cu axele în plan orizontal.

În fig. 1.78 se prezintă o cutie de viteze cu cinci trepte pentru autocamioane, iar în fig. 1.79 și fig. 1.80 variante de cutii de distribuție pentru autocamioane.

În fig. 1.81 și fig. 1.82 se prezintă punți spate pentru autoturisme, iar în fig. 1.83 și fig. 1.84 punți spate pentru autocamioane, la care transmisia centrală este realizată în două trepte.



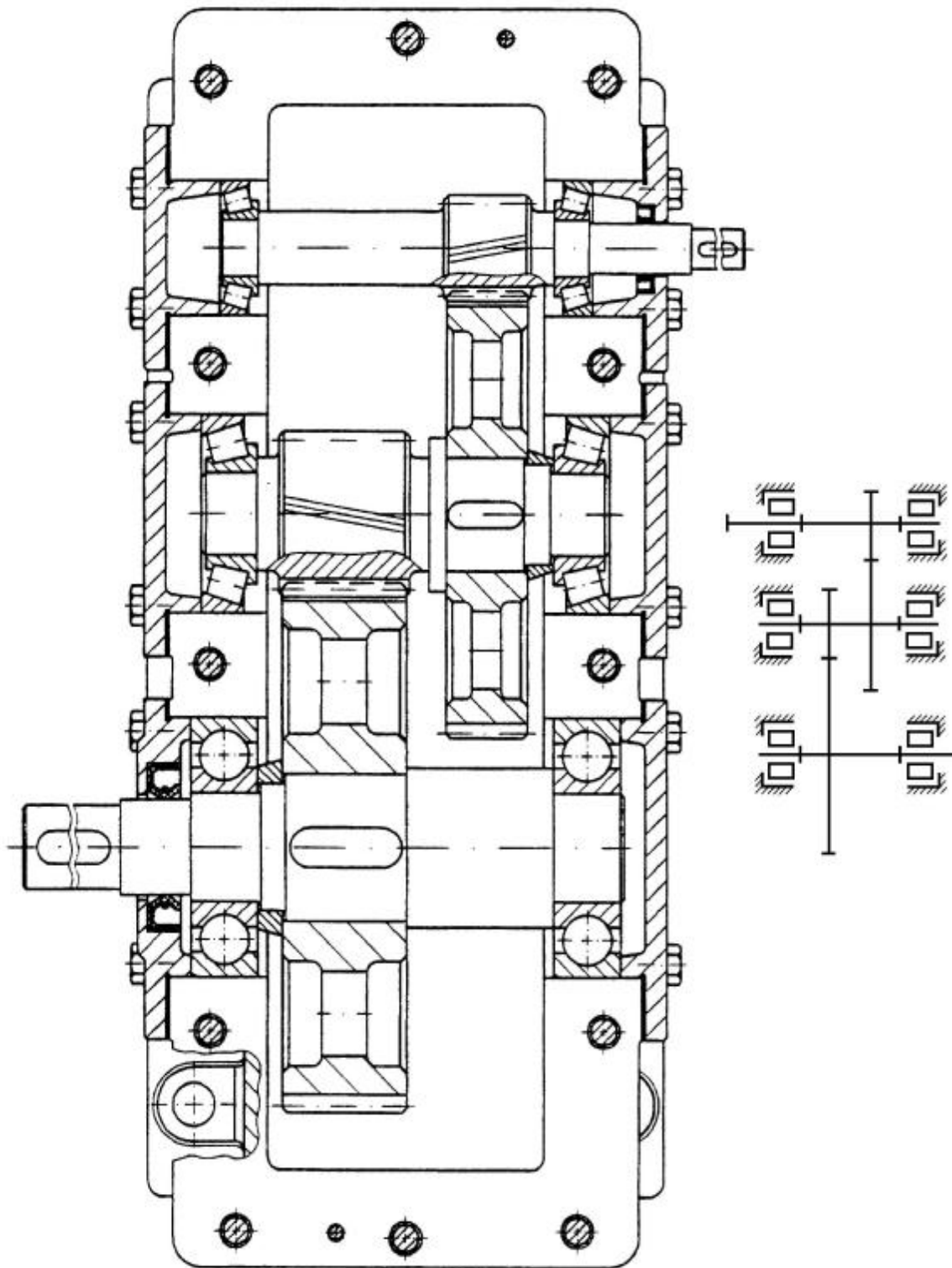
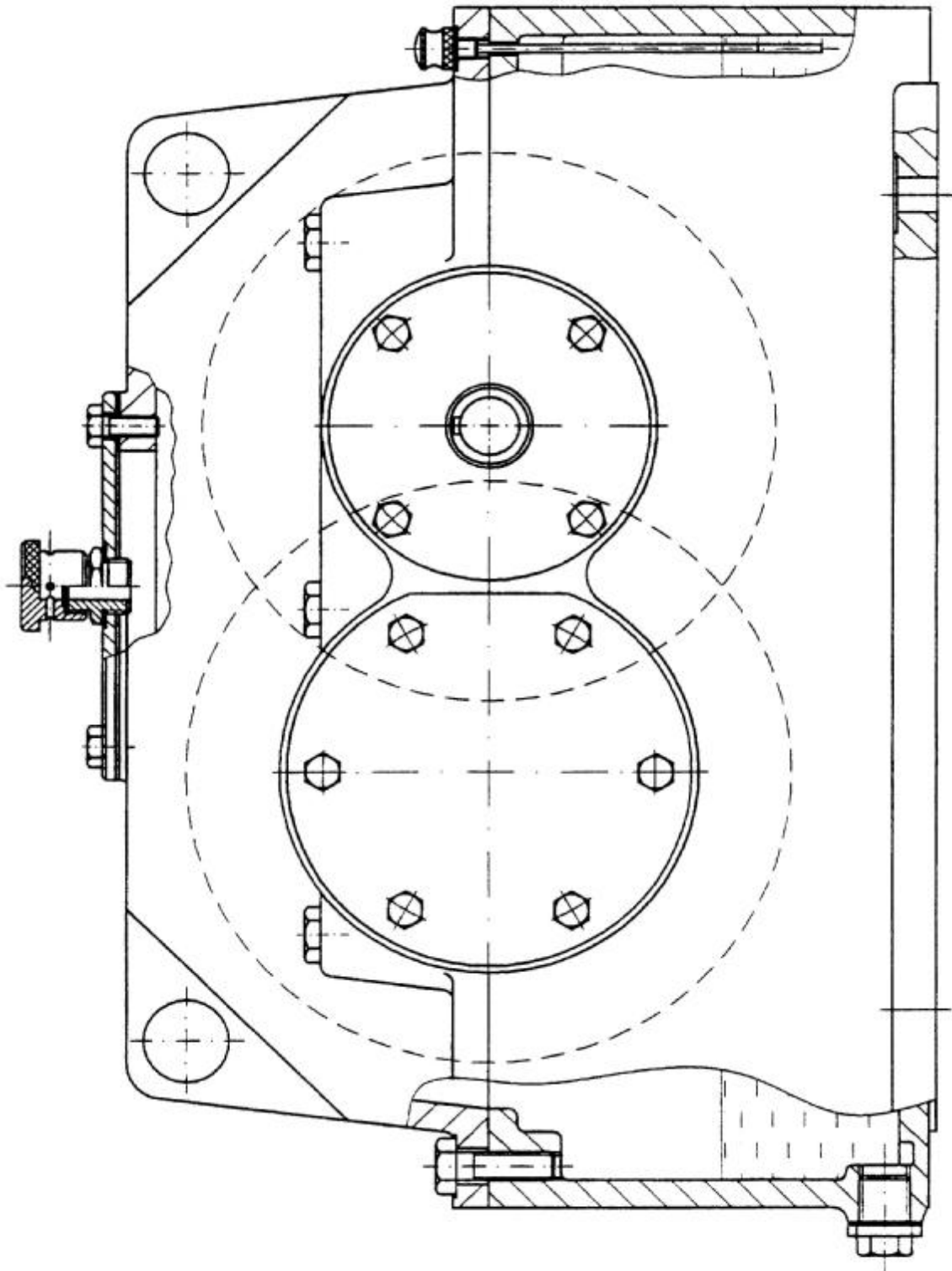


Fig. 1.75



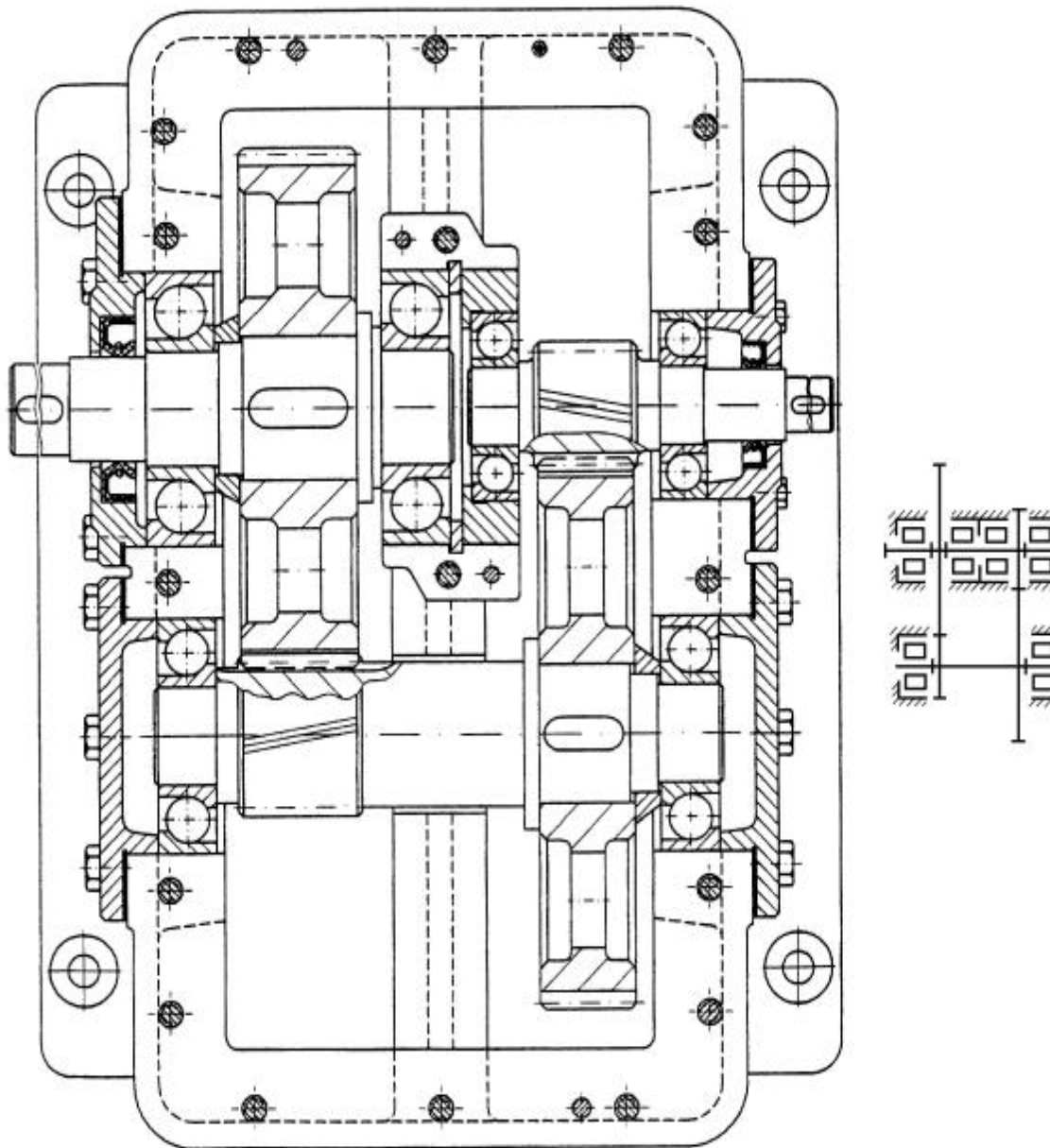
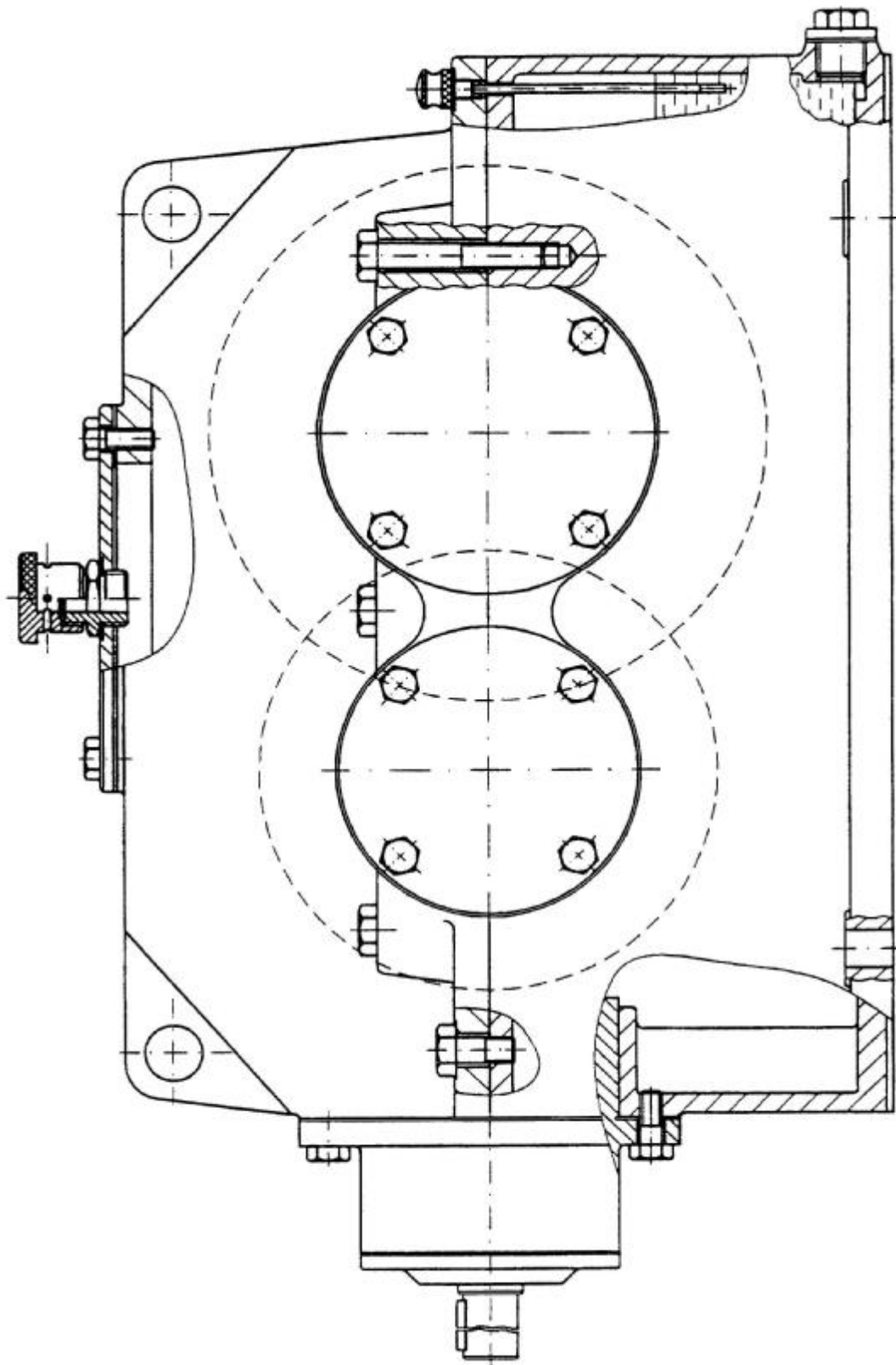


Fig. 1.76



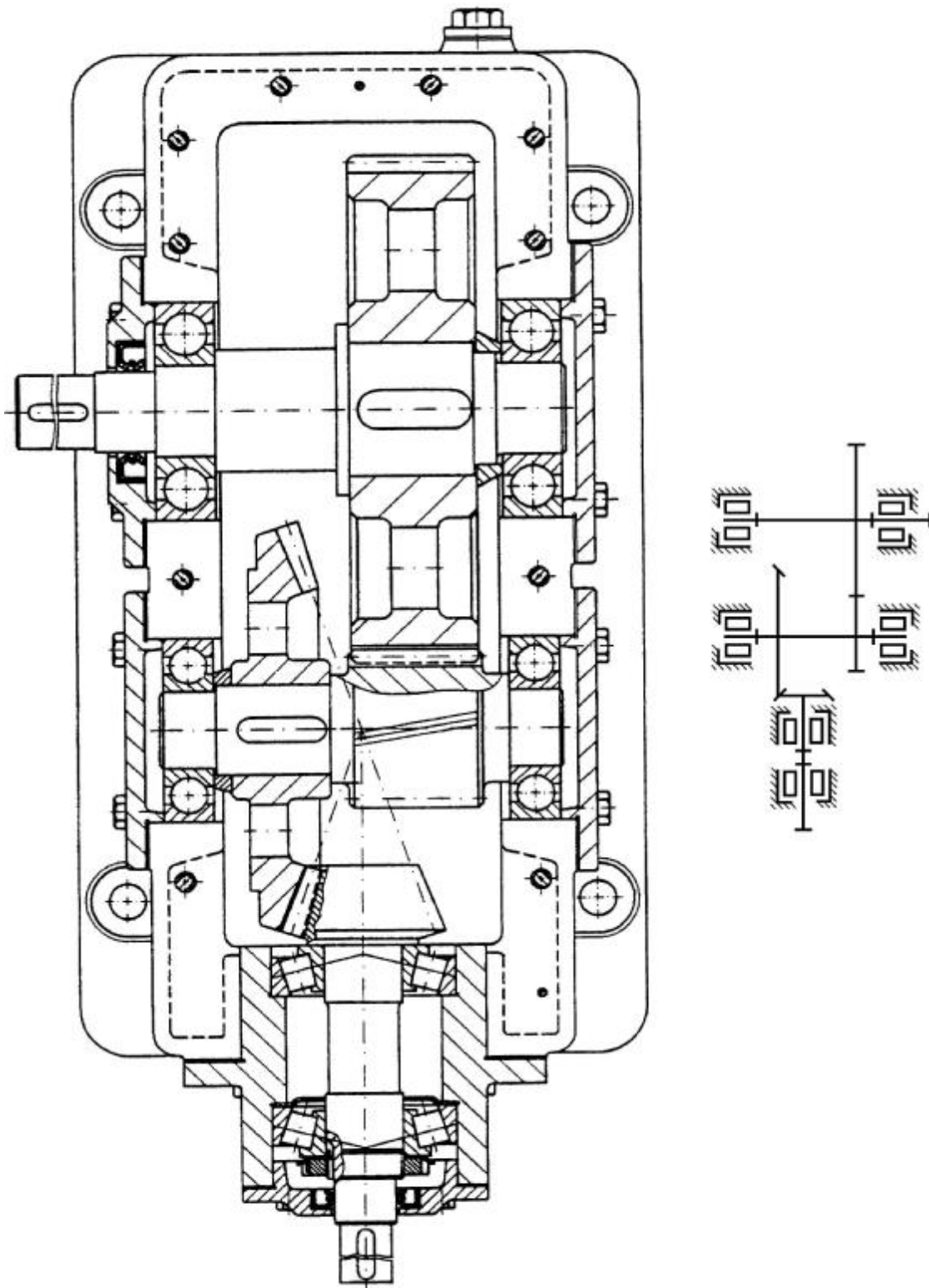


Fig. 1.77

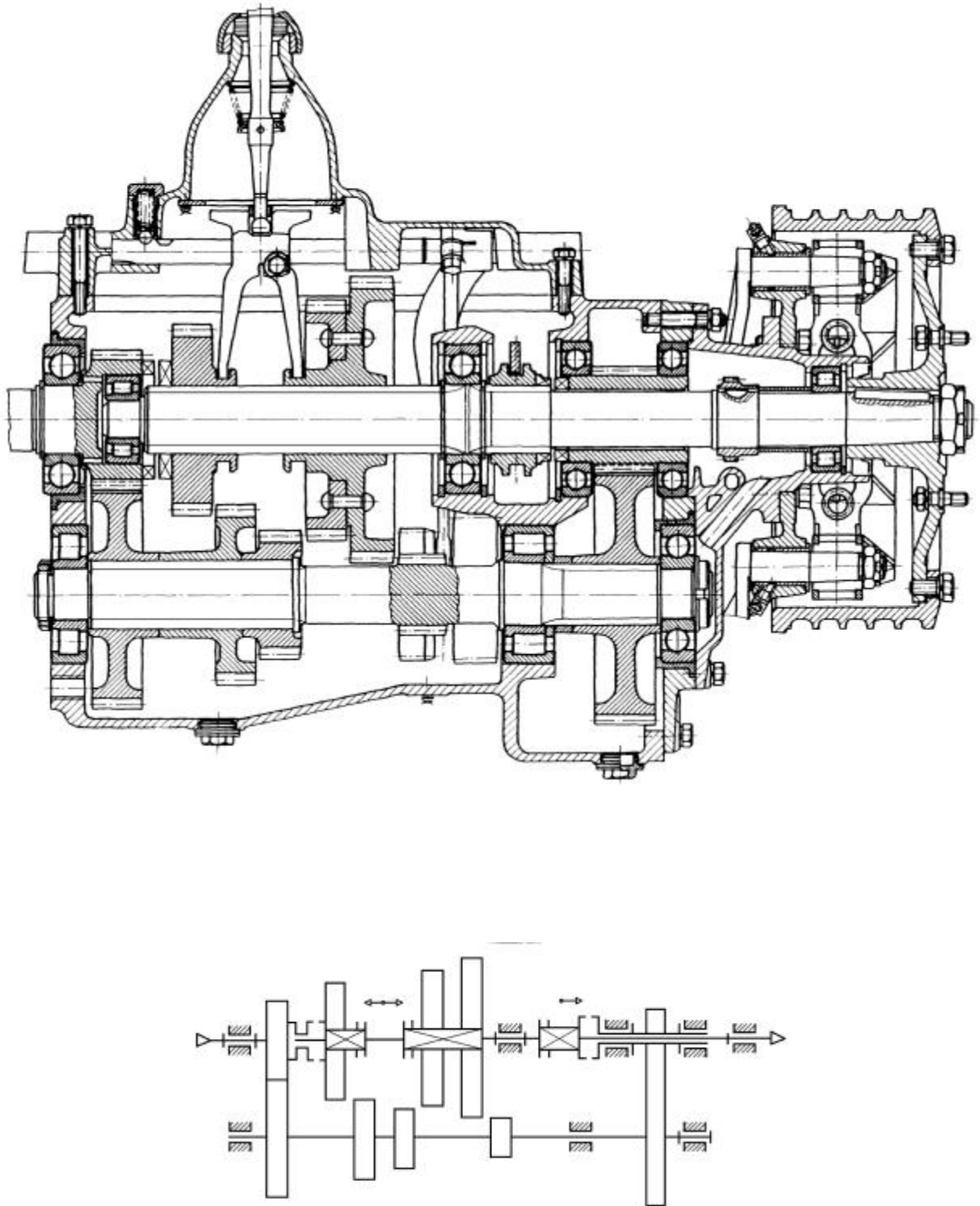


Fig. 1.78

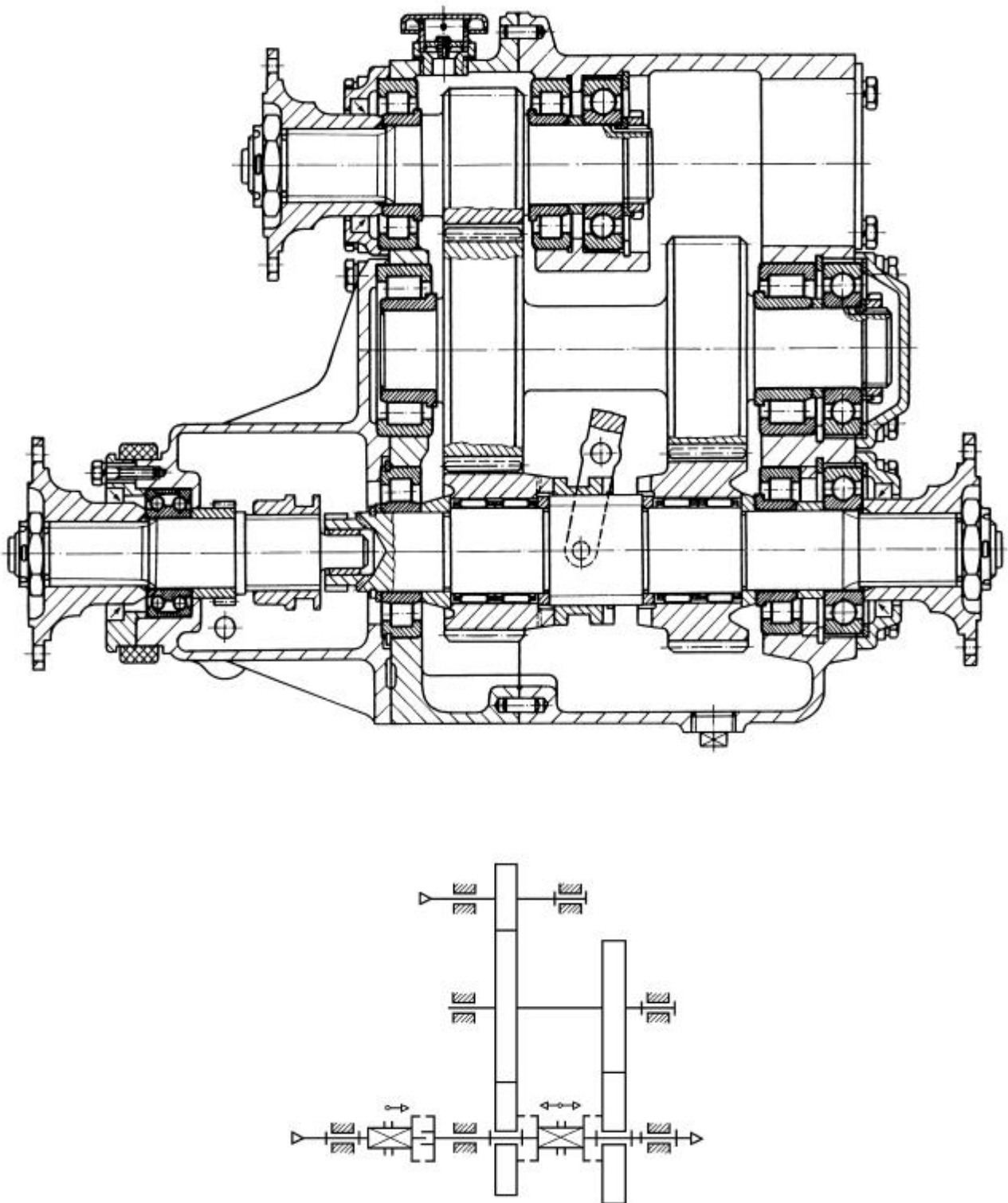


Fig. 1.79

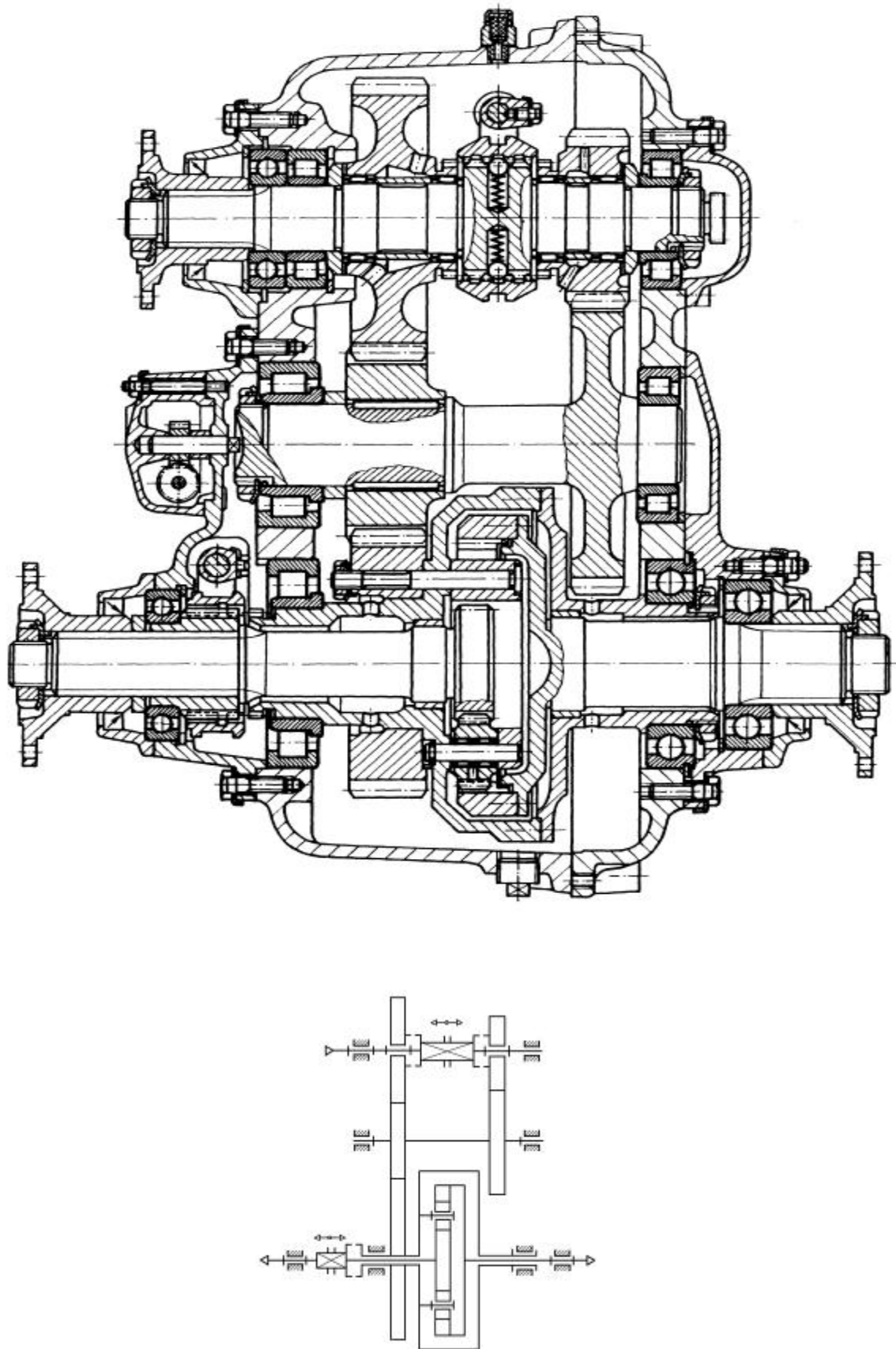


Fig. 1.80

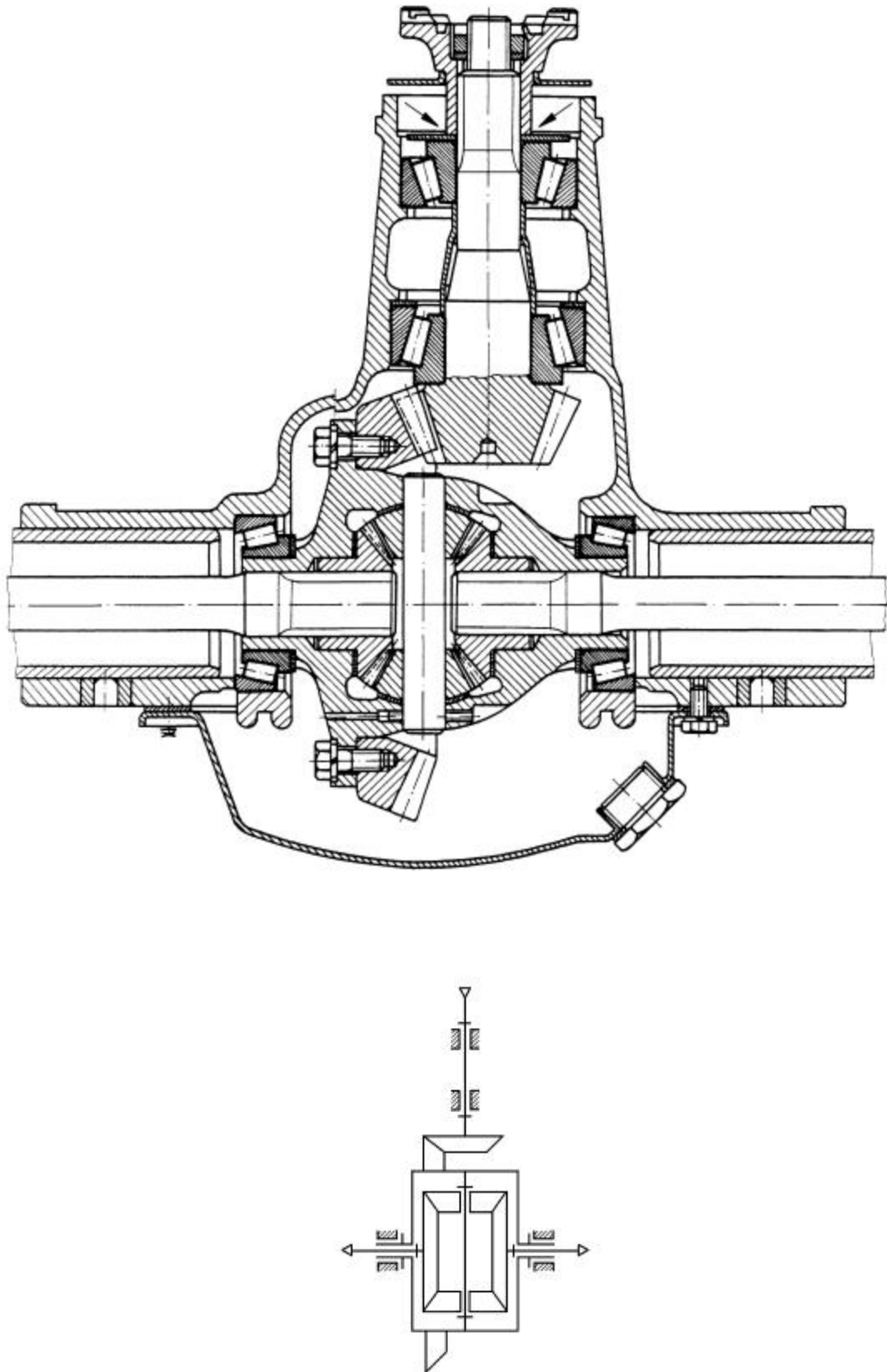


Fig. 1.81

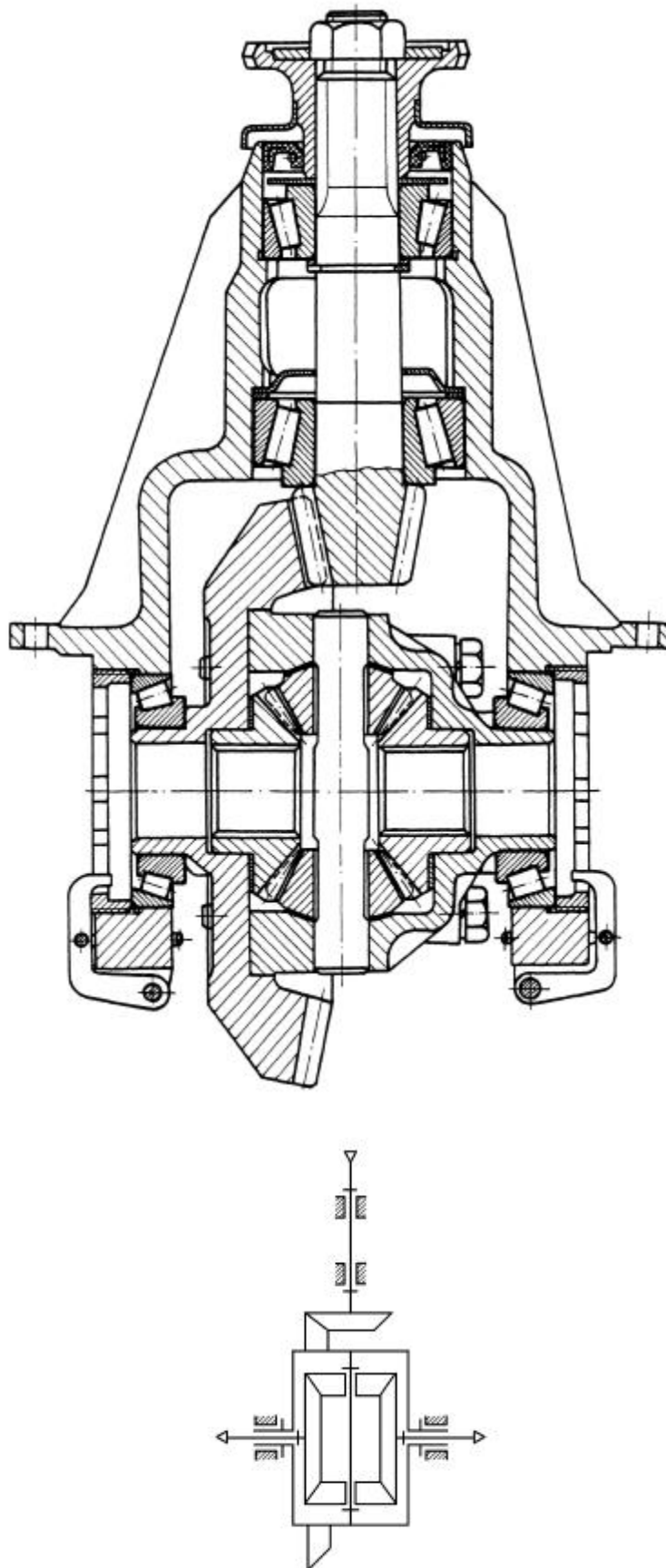
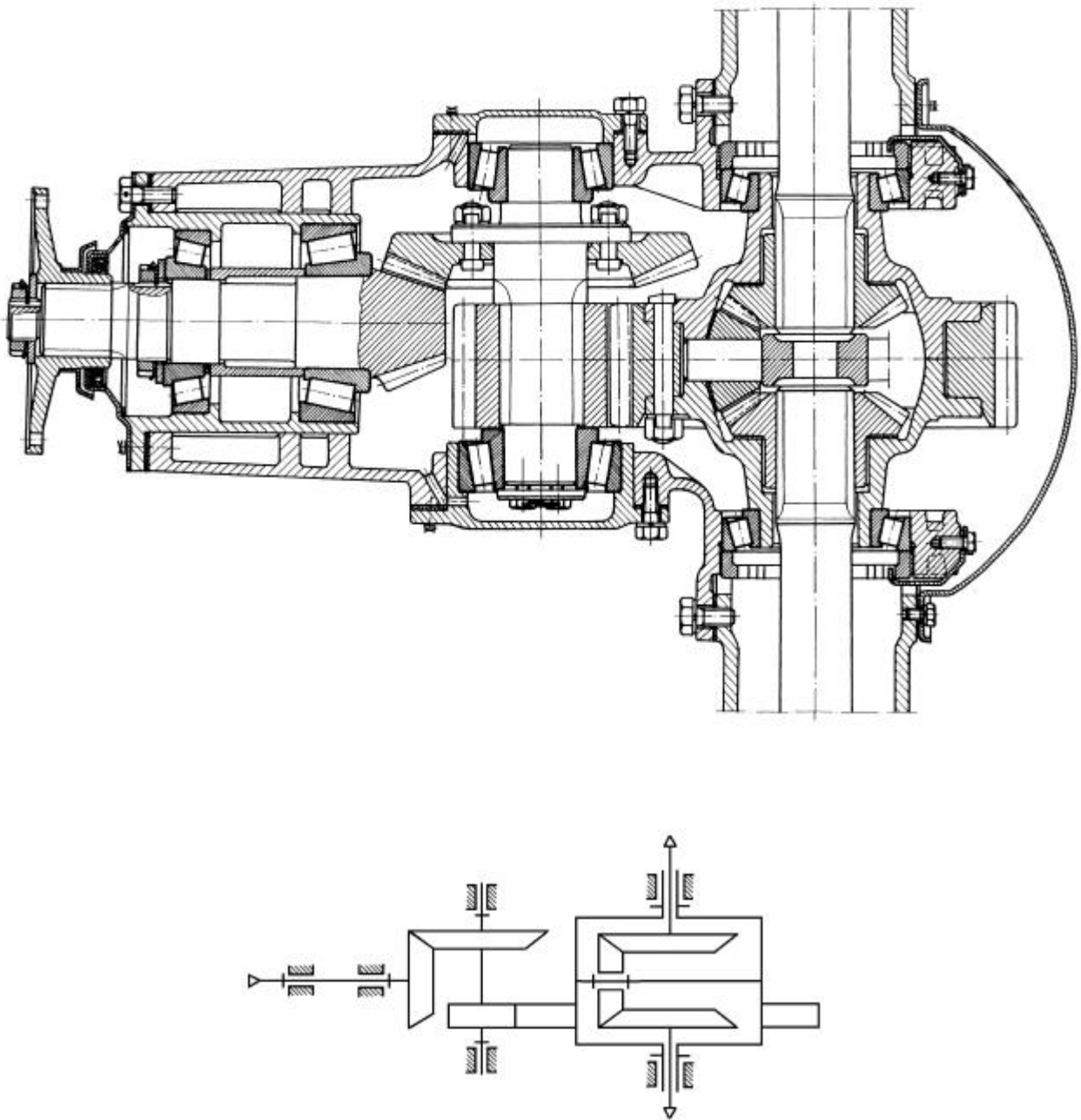
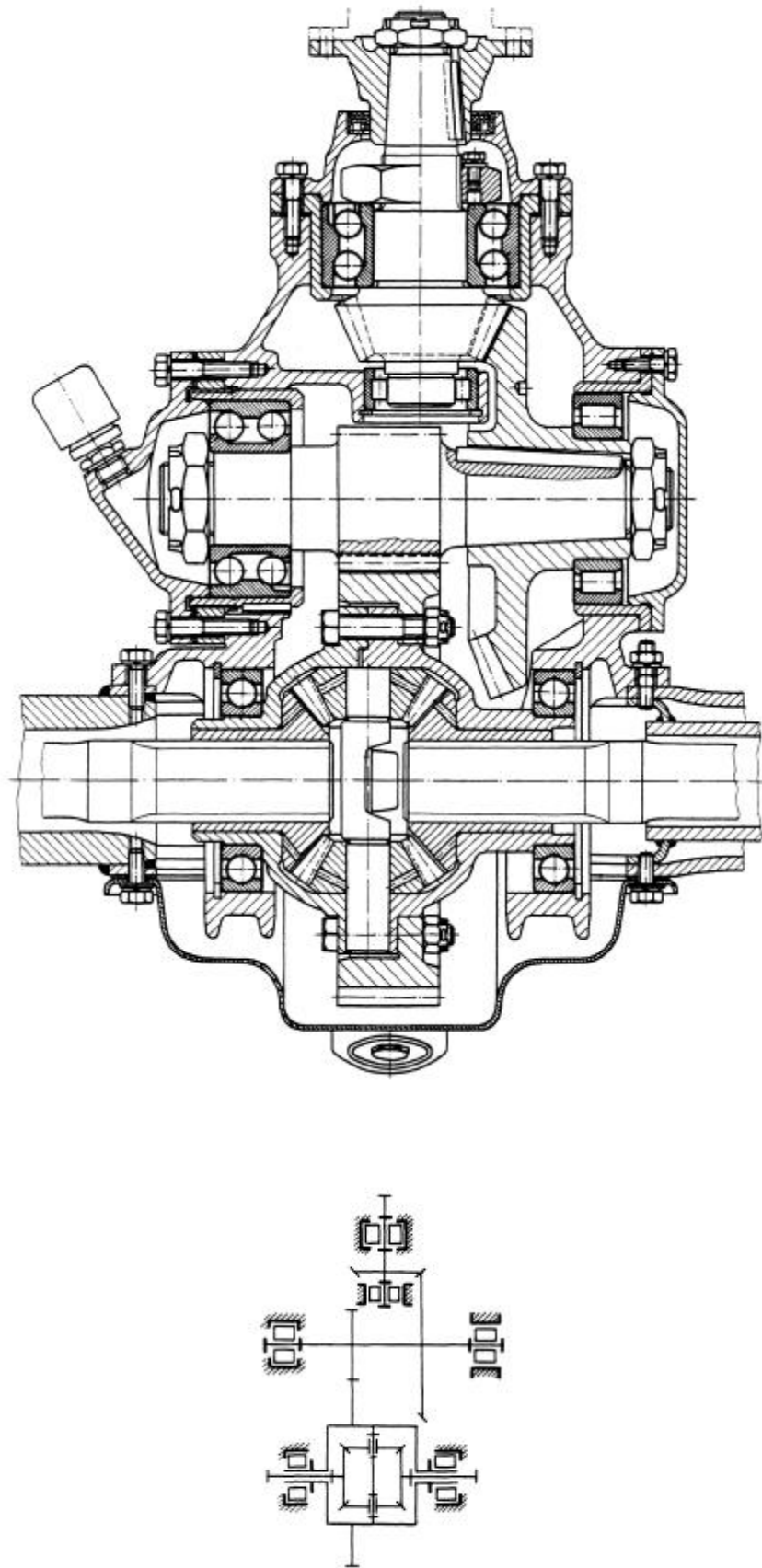


Fig. 1.82

**Fig. 1.83**

**Fig. 1.84**